45. Xếp ngẫu nhiên 3 người đàn ông, 2 người đàn bà và một đứa bé vào ngồi trên 6 cái ghế xếp quanh bàn tròn. Tính xác suất sao cho:
a). Đứa bé ngồi giữa hai người đàn bà.
b). Đứa bé ngồi giữa hai người đàn ông.

LỜI GIẢI

Số cách xếp 6 người quanh bàn tròn 5! cách (vì lấy 1 người làm chuẩn). Vậy $n(\Omega)=5!$

a). Gọi A là biến cố " Đứa bé ngồi giữa hai người đàn bà".

Bước 1: Lấy em bé làm chuẩn. Xếp 2 người phụ nữ ngồi hai bên em bé, có 2! cách.

Bước 2: Xếp 3 người đàn ông vào 3 vị trí còn lại có 3! cách.

Theo quy tắc nhân có 2!.3! = 12 cách xếp. Vậy $n(A)=12$

Xác suất cần tìm là: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{12}{5!}=\dfrac{1}{10}$

b). Gọi B là biến cố " Đứa bé ngồi giữa hai người đàn ông".

Bước 1: Chọn 2 người đàn ông trong 3 người, có C_3^2 cách.

Bước 2: Lấy em bé làm chuẩn. Xếp 2 người đàn ông vừa chọn ngồi hai bên em bé, có 2! cách.

Bước 3: Xếp 3 người còn lại vào 3 vị trí còn lại có 3! cách.

Theo quy tắc nhân có $C_3^2.2!.3!=36$ cách xếp. Vậy $n(B)=36$

Xác suất cần tìm là: $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(\Omega)}=\dfrac{36}{5!}=\dfrac{3}{10}$.

46. Có 5 bạn nam và 5 bạn nữ xếp ngồi ngẫu nhiên quanh một bàn tròn. Tính xác suất sao cho nam, nữ ngồi xen kẽ nhau.

LỜI GIẢI

Xếp 10 bạn quanh một bàn tròn có 9! cách xếp (lấy 1 bạn làm chuẩn).

Biến cố A "5 bạn nam và 5 bạn nữ xếp ngồi quanh một bàn tròn sao cho nam, nữ ngồi xen kẽ nhau".

Bước 1: Xếp 5 bạn nam quanh bàn tròn có 4! cách xếp.

Bước 2: giữa 5 bạn nam có 5 khoảng trống để xếp 5 bạn nữ có, 5! cách.

Vậy $n(A)=4!.5!$ cách. Từ đó suy ra $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{4!.5!}{9!}=\dfrac{1}{126}$.

Ba xạ thủ độc lập cùng bắn vào bia. Xác suất bắn trúng mục tiêu của mỗi xạ thủ là 0,6.
a). Tính xác suất để trong 3 xạ thủ bắn có đúng một xạ thủ bắn trúng mục tiêu.
b). Muốn mục tiêu bị phá hủy hoàn toàn phải có ít nhất hai xạ thủ bắn trúng mục tiêu. Tính xác suất để mục tiêu bị phá hủy hoàn toàn.

LỜI GIẢI

Gọi A_i là biến cố "xạ thủ thứ i bắn trúng mục tiêu"

Theo đề bài có $P(A_i)=0{,}6$, A_i độc lập với $i=\overline{1,3}$

a). Gọi A là biến cố "Trong ba xạ thủ bắn có đúng một xạ thủ bắn trúng mục tiêu" thì
$A = A_1\overline{A_2 A_3} \cup A_2\overline{A_1 A_3} \cup A_3\overline{A_1 A_2}$ và $A_1\overline{A_2 A_3}; A_2\overline{A_1 A_3}; A_3\overline{A_1 A_2}$ đôi một xung khắc. Do đó
$P(A) = P(A_1\overline{A_2 A_3}) + P(A_2\overline{A_1 A_3}) + P(A_3\overline{A_1 A_2})$
$P\left(A\right) = 3.0,6.0,4.0,4 = 0,288$

b).Gọi B là biến cố "Mục tiêu bị phá hủy hoàn toàn" và C là biến cố " Không xạ thủ nào bắn trúng mục tiêu" thì $C = \overline{A_1 A_2 A_3}$ và P(C) = 0.4 x 0.4 x 0.4 = 0.064

Ta có: $\overline{B} = A \cup C$ và A, C là hai biến cố xung khắc nên : $P(\overline{B}) = P(A) + P(C) = 0.288 + 0.064 = 0.352$. Vậy $P\left(B\right) = 1 - P(\overline{B}) = 0.648$.

Hai xạ thủ A và B cùng bắn vào tấm bia mỗi người mỗi phát. Xác suất bắn trúng bia của xạ thủ A là 0.7. Tìm xác suất bắn trúng bia của xạ thủ B. Biết xác suất có ít nhất một người bắn trúng bia là 0,94.

LỜI GIẢI.

Gọi xác suất bắn trúng bia của xạ thủ B là $P\left(B\right) = b$ với $0 < b < 1$.

Gọi X là xác suất cả hai xạ thủ bắn trật. Có $X = \overline{A} \cap \overline{B}$ và $\overline{A}$, $\overline{B}$ là hai biến cố độc lập nên
$P\left(X\right) = P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = P\left(\overline{A}\right).P\left(\overline{B}\right) = \left(1 - 0,7\right)\left(1 - b\right)$ (1).

Gọi $\overline{X}$ là biến cố có ít nhất một xạ thủ bắn trúng bia, dễ dàng thấy X và $\overline{X}$ là hai biến cố đối nên
$P\left(X\right) = 1 - P\left(\overline{X}\right) = 1 - 0,94 = 0,06$ (2).

Từ (1) và (2) được $\left(1 - 0,7\right)\left(1 - b\right) = 0,06 \Rightarrow b = 0,8$.

Hai người độc lập nhau cùng bắn mỗi người một viên đạn vào bia. Xác suất bắn trúng bia của họ lần lượt là $\frac{1}{3}$ và $\frac{1}{5}$. Tính xác suất của các biến cố sau:	
a). A: " cả hai đều bắn trúng"	b). B: " cả hai đều bắn trượt"
c). C: " ít nhất một người bắn trúng"	d). D: " có đúng một người bắn trúng"

LỜI GIẢI

Gọi X là biến cố người thứ nhất bắn trúng bia, theo đề bài ta có:
$P\left(X\right) = \frac{1}{3} \Rightarrow$ xác suất người thứ nhất bắn trượt là: $P\left(\overline{X}\right) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.
Gọi Y là biến cố người thứ hai bắn trúng bia, theo đề bài ta có:
$P\left(Y\right) = \frac{1}{5} \Rightarrow$ xác suất người thứ hai bắn trượt là: $P\left(\overline{Y}\right) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$.

a). A là biến cố " Cả hai người đều bắn trúng"
Ta có: $A = X \cap Y$, vì X và Y là hai biến cố độc lập nên:
$P\left(A\right) = P\left(X \cap Y\right) = P\left(X\right)P\left(Y\right) = \frac{1}{3}.\frac{1}{5} = \frac{1}{15}$.

b) B là biến cố " Cả hai người đều bắn trượt"
Ta có: $B = \overline{X} \cap \overline{Y} \Rightarrow P\left(B\right) = P\left(\overline{X}\right).P\left(\overline{Y}\right) = \frac{2}{3}.\frac{4}{5} = \frac{8}{15}$.

c) C là biến cố " Có ít nhất 1 người bắn trúng"
Dễ dàng thấy B là biến cố đối của C nên:
$P\left(C\right) = 1 - P\left(B\right) = 1 - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$.

d)Gọi D là biến cố " Có đúng một người bắn trúng"

Gọi D_1 là biến cố " Người thứ nhất bắn trúng người thứ hai bắn trượt"

Ta có: $D_1 = X \cap \overline{Y}$, vì X và $\overline{Y}$ là hai biến cố độc lập nên:

$$P(D_1) = P(X \cap \overline{Y}) = P(X).P(\overline{Y}) = \frac{1}{3}.\frac{4}{5} = \frac{4}{15}.$$

Gọi D_2 là biến cố : " Người thứ nhất bắn trượt, người thứ hai bắn trúng"

Ta có : $D_2 = \overline{X} \cap Y$, vì $\overline{X}$ và Y là hai biến cố độc lập nên:

$$P(D_2) = P(\overline{X} \cap Y) = P(\overline{X})P(Y) = \frac{2}{3}.\frac{1}{5} = \frac{2}{15}.$$

Ta có: $D = D_1 \cup D_2$, vì D_1 và D_2 là hai biến cố xung khắc nên:

$$P(D) = P(D_1 \cup D_2) = P(D_1) + P(D_2) = \frac{4}{15} + \frac{2}{15} = \frac{2}{5}.$$

Có 3 người cùng đi câu cá; xác suất câu được cá của người thứ nhất là 0,5; xác suất câu được cá của người thứ hai là 0,4; xác suất câu được cá của người thứ ba là 0,2. Tính xác suất biến cố:

a). Có đúng 1 người câu được cá.

b). Có đúng 2 người câu được cá.

c). Người thứ 3 luôn luôn câu được cá.

d). Có ít nhất 1 người câu được cá.

LỜI GIẢI

Gọi A, B, C lần lượt là xác suất đi câu cá của người thứ I, người thứ II và người thứ III.

Theo đề bài ta có $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,4$, $P(C) = 0,2$. Từ đó suy ra $P(\overline{A}) = 1 - 0,5 = 0,5$,

$P(\overline{B}) = 1 - 0,4 = 0.6$, $P(\overline{C}) = 1 - 0.2 = 0,8$.

a). Gọi X là biến cố "Có đúng một người câu được cá", sẽ xảy ra những trường hợp:

Biến cố 1: Người I câu được cá, người II và người III không câu được.

Biến cố 2: Người II câu được cá, người I và người III không câu được.

Biến cố 3: Người III câu được cá, người I và người II không câu được.

Ta có 3 biến cố này xung khắc nhau nên có:

$$P(X) = P(A \cap \overline{B} \cap \overline{C}) + P(\overline{A} \cap B \cap \overline{C}) + P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap C)$$

$$= P(A).P(\overline{B}).P(\overline{C}) + P(\overline{A}).P(\overline{B}).P(C) + P(\overline{A}).P(\overline{B}).P(C)$$

$$0,5.0,6.0,8 + 0,5.0,4.0,8 + 0,5.0,6.0,2 = 0,42 .$$

b). Gọi Y là biến cố "Có đúng 2 người câu được cá ". sẽ xảy ra những trường hợp:

Biến cố 1: Người I và người II câu được cá, người III không câu được.

Biến cố 2: Người II và người III câu được cá, người I không câu được.

Biến cố 3: Người I và người III câu được cá, người II không câu được.

Ta có 3 biến cố này xung khắc nhau nên có:

$$P(X) = P(A \cap B \cap \overline{C}) + P(\overline{A} \cap B \cap C) + P(A \cap \overline{B} \cap C)$$

$$= P(A).P(B).P(\overline{C}) + P(\overline{A}).P(B).P(C) + P(A).P(\overline{B}).P(C)$$

$$= 0,5.0,4.0,8 + 0,5.0,4.0,2 + 0,5.0,6.0,2 = 0,26 .$$

c). Gọi Z là biến cố "Người thứ 3 luôn câu được cá" .

Biến cố 1: Cả 3 người câu được cá.

Biến cố 2: Người I câu được cá, người II không câu được cá, người III câu được cá.

Biến cố 3: Người I không câu được cá, người II câu được cá, người III câu được cá.

Biến cố 4: Người I không câu được cá, người II không câu được cá, người III câu được cá.

$P(Z)=P(A\cap B\cap C)+P(A\cap \overline{B}\cap C)+P(\overline{A}\cap B\cap C)+P(\overline{A}\cap \overline{B}\cap C)$

$P(Z)=P(A).P(B).P(C)+P(A).P(\overline{B}).P(C)+P(\overline{A}).P(B).P(C)+P(\overline{A}).P(\overline{B}).P(C)$

$P(Z)=0,5.0,4.0,2+0,5.0,6.0,2+0,5.0,4.0,2+0,5.0,6.0,2=0,2$

d). Gọi E là biến cố "Có ít nhất một người câu được cá" . Suy ra biến cố $\overline{E}$ "Cả bốn người không câu được cá".

Ta có $P(E)=1-P(\overline{E})=1-0,5.0,6.0,8=0,76$.

Một xạ thủ bắn vào bia 4 lần độc lập; xác suất bắn trúng một lần là 0,3. Tính xác suất biến cố: a) Cả 4 lần đều bắn trượt. b) Có đúng 3 lần bắn trúng. c) Lần thứ 1 bắn trúng, lần thứ 2 bắn trượt. d) ít nhất 2 lần bắn trúng.

LỜI GIẢI

Gọi A_i là biến cố " Xạ thủ bắn trúng lần thứ i " với $(i=1,2,3,4)$.

Theo đề bài ta có: $P(A_i)=0,3\Rightarrow P(\overline{A_i})=0,7.$

a)Gọi X là biến cố " Cả 4 lần bắn trượt".

Ta có: $X=\overline{A_1}\cap\overline{A_2}\cap\overline{A_3}\cap\overline{A_4}$

$\Rightarrow P(X)=P(\overline{A_1}).P(\overline{A_2}).P(\overline{A_3})P(\overline{A_4})=(0,7)^4=0,24101.$

b) Gọi Y là biến cố: " Trong 4 lần bắn, lần thứ nhất bắn trúng, lần thứ 2 bắn trượt"

Ta có: $Y=A_1\cap\overline{A_2}\cap A_3\cap A_4\cup A_1\overline{A_2}\cap A_3\cap\overline{A_4}\cup A_1\cap\overline{A_2}\cap\overline{A_3}\cap A_4\cup A_1\cap\overline{A_2}\cap\overline{A_3}\cap\overline{A_4}.$

Áp dụng công thức cộng và công thức nhân xác suất ta có:

$P(Y)=P(A_1).P(\overline{A_2}).P(A_3).P(A_4)+P(A_1).P(\overline{A_2}).P(A_3).P(\overline{A_4})$

$+P(A_1).P(\overline{A_2}).P(\overline{A_3}).P(A_4)+P(A_1).P(\overline{A_2}).P(\overline{A_3}).P(\overline{A_4})$

$=0,3^2.0,7+0,3^2.0,7^2+0,3^2.0,7^2+0,3.0,7^3=0,21.$

c) Gọi Z là biến cố : " Trong 4 lần bắn, có đúng 3 lần bắn trúng".

Ta có: $Z=A_1\cap A_2\cap A_3\cap\overline{A_4}\cup A_1\cap A_2\cap\overline{A_3}\cap A_4\cup A_1\cap\overline{A_2}\cap A_3\cap A_4\ \cup\overline{A_1}\cap A_2\cap A_3\cap A_4.$

Áp dụng công thức cộng và nhân xác suất ta có:

$P(Z)=P(A_1).P(A_2).P(A_3).P(\overline{A_4})+P(A_1).P(A_2).P(\overline{A_3}).P(A_4)$

$+P(A_1).P(\overline{A_2}).P(A_3).P(A_4)+P(\overline{A_1}).P(A_2).P(A_3).P(A_4)=4.0,3^3.0,7=0,0756.$

d). Gọi T là biến cố : " Trong 4 lần bắn, có ít nhất 2 lần bắn trúng".

Gọi T_1 là biến cố " Trong 4 lần bắn, có đúng 2 lần bắn trúng".

Tính tương tự câu c) ta được:

$P(T_1)=4.0,3^2.0,7^2=0,1764.$

Gọi T_2 là biến cố " Cả 4 lần đều bắn trúng".

Ta có: $P(T_2)=0,3^4=0,0081.$

Vậy $P(T)=P(T_1)+P(Z)+P(T_2)=0,1764+0,0756+0,0081=0,2601.$

Có 2 hộp đựng thẻ, mỗi hộp đựng 12 thẻ được đánh số từ 1 đến 12. Từ hộp rút ngẫu nhiên một thẻ. Tính xác suất để trong 2 thẻ rút ra có ít nhất 1 thẻ đánh số 12.

LỜI GIẢI

Xác suất để rút thẻ số 12 ở hộp thứ nhất: $P(X) = \frac{1}{12}$.

$\Rightarrow$ xác suất để rút được không phải thẻ 12 ở hộp thứ nhất là $P(\overline{X}) = \frac{11}{12}$.

Xác suất rút được thẻ số 12 ở hộp thứ 2 là: $P(Y) = \frac{1}{12}$.

$\Rightarrow$ xác suất không rút được thẻ mang số 12 ở hộp thứ 2 là: $P(\overline{Y}) = \frac{1}{12}$.

Gọi biến cố A là " Trong hai thẻ rút ra có ít nhất một thẻ mang số 12".

Ta có: $A = X \cap \overline{Y} \cup \overline{X} \cap Y \cup X \cap Y$.

Áp dụng công thức cộng và nhân xác suất được:

$$P(A) = P(X).P(\overline{Y}) + P(\overline{X}).P(Y) + P(X).P(Y)$$

$$= \frac{1}{12}.\frac{11}{12} + \frac{11}{12}.\frac{1}{12} + \frac{1}{12}.\frac{1}{12} = \frac{23}{144}.$$