Câu 6: Tìm m để phương trình $\sin 2x + 4(\cos x - \sin x) = m$ có nghiệm.

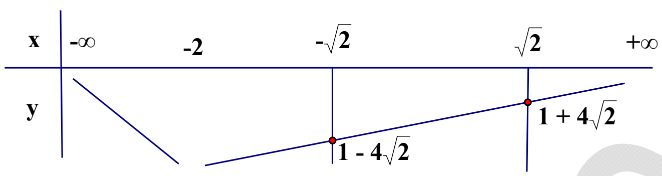
LỜI GIẢI

Đặt $t = \cos x - \sin x = \sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$, điều kiện $t \in \left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right] \Rightarrow \sin 2x = t^2 - 1$

Khi đó $(1) \Leftrightarrow t^2 + 4t - 1 = m$ (2). Ta có (2) là phương trình hoành độ giao điểm của

$\begin{cases}(P): y = f(t) = t^2 + 4t - 1 \\ d: y = m, (d \text{ P} Ox)\end{cases}$, số nghiệm của phương trình (2) là số giao điểm của (P) và d.

Bảng biến thiên của hàm số $f(t) = t^2 + 4t - 1$



Dựa vào bảng biến thiên phương trình (2) có nghiệm $\Leftrightarrow 1 - 4\sqrt{2} \le m \le 1 + 4\sqrt{2}$.

Kết luận với $\Leftrightarrow 1 - 4\sqrt{2} \le m \le 1 + 4\sqrt{2}$ thì (1) có nghiệm.

Đặt

Phương pháp loại nghiệm khi giải phương trình lượng giác có điều kiện

PHƯƠNG PHÁP

Phương pháp 1: Biểu diễn các nghiệm và điều kiện lên đường tròn lượng giác. Ta loại những điểm biểu diễn của nghiệm mà trùng với điểm biểu diễn của điều kiện. Với cách này chúng ta cần ghi nhớ:

Điểm biểu diễn cung α và $(\alpha + k2\pi), k \in$ ¢ trùng nhau.

Để biểu diễn cung $\alpha + \frac{k2\pi}{n}; k, n \in$ ¢ lên đường tròn lượng giác ta cho k n giá trị (thường bắt đầu chọn $k = 0, 1, 2..., n-1$) nên ta có được n điểm phân biệt cách đều nhau trên đường tròn tạo thành một đa giác đều n cạnh nội tiếp đường tròn.

Phương pháp 2: Sử dụng phương trình nghiệm nguyên

Giả sử ta cần dối chiếu hai họ nghiệm $\alpha+\frac{k2\pi}{n}$ và $\beta+\frac{l2\pi}{m}$, trong đó $m,n\in ¢$ là 2 số cụ thể đã biết, còn $k,l\in ¢$ là các chỉ số chạy.

Ta xét phương trình $\alpha+\frac{k2\pi}{n}=\beta+\frac{l2\pi}{m}\Leftrightarrow ak+bl=c\ \ (*)$, với $a,b,c\in ¢$

Trong trường hợp này ta quy về giải phương trình nghiệm nguyên $ak+bl=c$ (1). Để giải phương trình (1) ta cần chú ý kết quả sau:

Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow d=(a,b)$ là ước của c.

Nếu phương trình (1) có nghiệm $(k_0;l_0)$ thì (1) có vô số nghiệm;

Phương pháp 3: Thử trực tiếp

Phương pháp này là ta giải phương trình, rồi thay nghiệm vào điều kiện để kiểm tra.

Giải các phương trình sau:

$\frac{1}{\sin 2x}+\frac{1}{\cos 2x}=\frac{2}{\sin 4x}$ $\sin x+\cos x=\frac{\cos 2x}{1-\sin 2x}$ $\frac{1+\cos 2x}{\cos x}=\frac{\sin 2x}{1-\cos 2x}$