

Tìm a và b sao cho (1 ;2) làm nghiệm của phương trình trên

Đáp án : $\begin{cases} a = -2 \\ b = -2 \end{cases}$ thì (1 ;2) làm nghiệm của phương trình trên

Câu 9 : Xác định m để hệ sau có nghiệm duy nhất $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + y = 2 \\ mx - y = 2m \end{cases}$

Đáp án : m = - 1 thì hệ trên có nghiệm duy nhất

Câu 10 : Cho hệ phương trình hai ẩn x ; y : $\begin{cases} x + y = 1 \\ m^2x + y = m \end{cases}$

Xác định m để hệ trên có một nghiệm ? Vô nghiệm ? Vô số nghiệm?

Đáp án : - Hệ có 1 nghiệm khi $m \neq 1$ và $m \neq -1$
- Hệ vô nghiệm khi $m = -1$
- Hệ vô số nghiệm $m = 1$

Câu 11

Cho hệ phương trình $\begin{cases} ax + y = 1 \\ x - ay = 2 \end{cases}$ (ẩn x ; y)

Xác định giá trị của a để hệ phương trình có nghiệm dương.

Đáp án :

+ Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế theo a được : Với mọi giá trị của a thì hệ luôn có nghiệm

$$(x; y) = \left(\frac{a+2}{a^2+1}; \frac{1-2a}{a^2+1} \right)$$

+ Giải điều kiện cho trước của nghiệm: Hệ có nghiệm dương nên

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{a+2}{a^2+1} > 0 & (1) \\ \frac{1-2a}{a^2+1} > 0 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2 > 0 & (a^2+1 > 0) \\ 1-2a > 0 & (a^2+1 > 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -2 \\ a < \frac{1}{2} \end{cases} \rightarrow -2 < a < \frac{1}{2}$$

+ Với với $-2 < a < \frac{1}{2}$ thì hệ có nghiệm dương

Câu 12

Xác định a; b của hàm số $y = ax + b$ biết đồ thị của hàm số đi qua hai điểm

$$A(2; 0) \text{ và } B(-1; -6)$$

Đáp án :

Vì đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm A (2; 0) và B(-1 ; -6)

nên ta có $\begin{cases} 0 = a \cdot 2 + b \\ -6 = a(-1) + b \end{cases}$ giải hệ phương trình ta được $a=2, b=-4$

Vậy hàm số $y = 2x - 4$ thỏa mãn bài toán.

Câu 13 Cho mặt phẳng tọa độ Oxy cho 3 đường thẳng

$$2x - y = -1 \quad (d_1)$$

$$x + y = -2 \quad (d_2)$$

$$y = -2x - m \quad (d_3)$$

Tìm m để 3 đường thẳng đồng quy.

Đáp án : Tọa độ giao điểm I của (d_1) và (d_2) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x - y = -1 \\ x + y = -2 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế ta được $\begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow I(-1; -1)$

Để 3 đường đồng quy thì $I \in (d_3)$ tức là tọa độ I thỏa mãn phương trình

$$y = -2x - m \text{ ta có } -1 = -2(-1) - m \Rightarrow m=3$$

Vậy với $m=3$ thì 3 đường đã cho đồng quy.

Câu 14. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{x+y} + \sqrt{2x-y} = 1 \\ \frac{3}{x+y} - \sqrt{2x-y} = -5 \end{cases}$

Đáp án:

Điều kiện: $x+y \neq 0$ và $2x - y \geq 0$

Đặt $\frac{1}{x+y} = a$ và $\sqrt{2x-y} = b$

Hệ phương trình trở thành :

$$\begin{cases} a + b = 1 \\ 3a - b = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+y} = -1 \\ \sqrt{2x-y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = -1 \\ 2x-y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases} \text{ (Thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x,y) = (1; -2)$

Câu 15. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{2}{\sqrt{x+y}} + \frac{2}{\sqrt{y-1}} = 3 \\ \frac{3}{\sqrt{x+y}} - \frac{2}{\sqrt{y-1}} = 2 \end{cases}$$

Đáp án:

Điều kiện: $x+y > 0$ và $y - 1 > 0$

Đặt $\frac{1}{\sqrt{x+y}} = a$ ($a > 0$)

$\frac{1}{\sqrt{y-1}} = b$ ($b > 0$)

Hệ phương trình trở thành :

$$\begin{cases} 2a + 2b = 3 \\ 3a - 2b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn đk})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x+y}} = 1 \\ \frac{1}{\sqrt{y-1}} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1 \\ y - 1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 5 \end{cases} \quad (\text{Thỏa mãn đk})$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x,y) = (-4;5)$

Câu 16. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ \frac{2}{x} - 2y = -1 \end{cases}$$

Đáp án:

ĐK: $x \neq 0$

Cộng từng vế hai phương trình của hệ, ta được:

$$x + \frac{2}{x} = 3$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1(\text{tmđk}) \Rightarrow y=\frac{3}{2} \\ x=2(\text{tmđk}) \Rightarrow y=1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có 2 cặp nghiệm $(1; \frac{3}{2})$ và $(2; 1)$

Câu 17: Tính độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông, biết rằng nếu tăng mỗi cạnh lên 3 cm thì diện tích tam giác đó sẽ tăng thêm 36 cm^2 , và nếu một cạnh giảm đi 2cm, cạnh kia giảm đi 4 cm thì diện tích của tam giác giảm đi 26 cm^2

Bài giải:

Gọi x (cm), y (cm) là độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác vuông. Điều kiện $x > 0$, $y > 0$.

Tăng mỗi cạnh lên 3 cm thì diện tích tăng thêm 36 cm^2 nên ta được:

$$\frac{(x+3)(y+3)}{2} - \frac{xy}{2} = 36$$

Một cạnh giảm 2 cm, cạnh kia giảm 4 cm thì diện tích của tam giác giảm 36 cm² nên ta được

$$\frac{(x-2)(y-4)}{2} = \frac{xy}{2} - 26$$

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} (x+3)(y+3) = xy + 72 \\ (x-2)(y-4) = xy - 52 \end{cases}$$

Giải ra ta được nghiệm $x = 9; y = 12$.

Vậy độ dài hai cạnh góc vuông là 9 cm, 12 cm.

Câu 18: Một chiếc mô tô và ô tô cùng đi từ M đến K với vận tốc khác nhau. Vận tốc mô tô là 62 km/h còn vận tốc ô tô là 55 km/h. Để 2 xe đến đích cùng 1 lúc người ta đã cho ô tô chạy trước 1 thời gian. Nhưng vì 1 lí do đặc biệt nên khi chạy được $\frac{2}{3}$ quãng đường ô tô buộc phải chạy với vận tốc 27,5 km/h. Vì vậy khi còn cách K 124km thì mô tô đuổi kịp ô tô. Tính khoảng cách từ M đến N.

Đáp án:

Gọi khoảng cách MK là x km

Gọi thời gian dự định ô tô đi trước mô tô là y (giờ)

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \frac{x}{62} + y = \frac{x}{55} \\ \frac{2}{3} \cdot \frac{x}{65} + \frac{\frac{x}{3} - 124}{27,5} = y + \frac{x - 124}{62} \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ này ta rút ra: } x = 514 \text{ km; } y = 1 \frac{94}{1705} \text{ (h)}$$

Câu 19: Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng 2,17 triệu đồng, kể cả thuế giá trị tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng 2,18 triệu đồng. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại hàng?

Đáp án:

Giả sử không kể thuế VAT, người đó phải trả x triệu đồng cho loại hàng thứ nhất, y triệu đồng cho loại hàng thứ hai. Khi đó số tiền phải trả cho loại hàng thứ

nhất, (kể cả thuế VAT 10%) là $\frac{110}{100}x$ triệu đồng, cho loại hàng thứ hai, với thuế

VAT 8% là $\frac{108}{100}y$ triệu đồng. Ta có phương trình

$$\frac{110}{100}x + \frac{108}{100}y = 2,17 \text{ hay } 1,1x + 1,08y = 2,17$$

Khi thuế VAT là 9% cho cả hai loại hàng thì số tiền phải trả là: $\frac{109}{100}(x + y) = 2,18$

hay $1,09x + 1,09y = 2,18$.

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 1,1x + 1,08y = 2,17 \\ 1,09x + 1,09y = 2,18 \end{cases}$$

Giải ra ta được: $x = 0,5; y = 1,5$

Vậy loại thứ nhất 0,5 triệu đồng, loại thứ hai 1,5 triệu đồng.

Câu 20: Có 12 người ăn 12 cái bánh. Mỗi người đàn ông ăn 2 chiếc, mỗi người đàn bà ăn 1/2 chiếc và mỗi em bé ăn 1/4 chiếc. Hỏi có bao nhiêu người đàn ông, đàn bà và trẻ em?

Đáp án:

Gọi số người đàn ông, đàn bà và trẻ em lần lượt là: x, y, z (x, y, z là số nguyên dương và nhỏ hơn 12)

Số bánh họ lần lượt ăn hết là: $2x; y/2; z/4$

Theo đề bài ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + z = 12 \\ 2x + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y + 2z = 24(1) \\ 8x + 2y + z = 48(2) \end{cases}$$

Lấy (2) trừ (1) ta được: $6x - z = 24$ (3)

Vì $x, z \in \mathbb{Z}^+$, $6x$ và 24 chia hết cho 6, $\Rightarrow z$ cũng chia hết cho 6. Kết hợp với điều kiện $0 < z < 12 \Rightarrow z = 6$.

Thay $z = 6$ vào (3) ta được $x = 5$, từ đó $y = 1$

Vậy có 5 đàn ông, 1 đàn bà và 6 trẻ em.

Câu 21: Hai người dự định làm một công việc trong 12 giờ thì xong. Họ làm với nhau được 8 giờ thì người thứ nhất nghỉ, còn người thứ hai vẫn tiếp tục làm. Do cố gắng tăng năng suất gấp đôi, nên người thứ hai đã làm xong công việc còn lại trong 3 giờ 20 phút. Hỏi nếu mỗi người thợ làm một mình với năng suất dự định ban đầu thì bao lâu mới xong công việc?

Đáp án:

Gọi x, y lần lượt là thời gian người thợ thứ nhất và người thợ thứ hai làm một mình xong cv với năng suất dự định ban đầu. ($x > 12; y > 1$)

Một giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc)

Một giờ người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)

Một giờ cả hai người làm được $\frac{1}{12}$ (công việc)

Nên ta có pt: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}$

Trong 8 giờ cả hai người làm được $8 \cdot \frac{1}{12} = \frac{2}{3}$ (công việc)

Công việc còn lại là $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ (công việc)

Hai giờ người thứ hai làm một mình được là $2 \cdot \frac{1}{y} = \frac{2}{y}$ (công việc)

Mà thời gian làm hoàn thành công việc còn lại là 3 giờ 20 phút = $\frac{10}{3}$ (giờ) nên ta có pt

$$\frac{1}{3} : \frac{2}{y} = \frac{10}{3} \text{ hay } \frac{y}{6} = \frac{10}{3}$$

Từ lập luận trên ta có hệ pt

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{y}{6} = \frac{10}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 20 \end{cases}$$

Câu 22: Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình: Nhà Mai có một mảnh vườn trồng rau bắp cải. Vườn được đánh thành nhiều luống mỗi luống cùng trồng một số cây bắp cải. Mai tính rằng: nếu tăng thêm 7 luống rau nhưng mỗi luống trồng ít đi 2 cây thì số cây toàn vườn ít đi 9 cây, nếu giảm đi 5 luống rau nhưng mỗi luống trồng tăng thêm 2 cây thì số rau toàn vườn sẽ tăng thêm 15 cây. Hỏi vườn nhà Mai trồng bao nhiêu cây bắp cải?

Đáp án:

Gọi số luống và số cây trên một luống lần lượt là: x, y ($x, y \in \mathbb{N}, x > 5; y > 2$)

Số cây toàn vườn lúc ban đầu là: $x \cdot y$ (cây)

Vì nếu tăng thêm 7 luống rau nhưng mỗi luống trồng ít đi 2 cây thì số cây toàn vườn ít đi 9 cây nên ta có pt: $(x + 7)(y - 2) + 9 = x \cdot y$ (1)

Vì nếu giảm đi 5 luống nhưng mỗi luống trồng tăng thêm 2 cây thì số rau toàn vườn sẽ tăng thêm 15 cây nên ta có pt: $(x - 5)(y + 2) - 15 = x \cdot y$ (2)

Từ (1), (2) ta có hpt:
$$\begin{cases} (x + 7)(y - 2) + 9 = xy \\ (x - 5)(y + 2) - 15 = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 15 \end{cases}$$

Vậy số cây trong vườn là: 750 cây

Câu 23: Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích 192 m^2 . Biết hai lần chiều rộng lớn hơn chiều dài 8m. Tính kích thước của hình chữ nhật đó.

Đáp án:

Gọi chiều dài, chiều rộng lần lượt là: x, y ($x, y > 0$)

Vì diện tích là 192 m^2 nên ta có pt: $x \cdot y = 192$ (1)

Vì hai lần chiều rộng lớn hơn chiều dài 8m nên ta có pt: $2y - x = 8$ (2)

Từ (1) và (2) ta có:
$$\begin{cases} xy = 192 \\ 2y - x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = 12 \end{cases}$$

Vậy chiều dài là 16 m; chiều rộng 12 m

Câu 24: Một bè nửa trôi tự do(trôi theo dòng nước) và một ca nô đồng thời rời bến A để xuôi dòng song về phía bến B. Ca nô xuôi dòng được 96 km thì quay ngay trở về A. Cả đi lẫn về hết 14 giờ. Trên đường quay về A khi còn cách A 24km thì ca nô gặp bè nửa. Tính vận tốc của ca nô và vận tốc của dòng nước:

Đáp án:

Gọi x (km/h) và y (km/h) lần lượt là vận tốc riêng của ca nô và vận tốc riêng của dòng nước ($x > y > 0$)

Vận tốc ca nô xuôi dòng là: $x + y$

Vận tốc ca nô ngược dòng là: $x - y$

Theo bài ra ta có hpt

$$\begin{cases} \frac{96}{x+y} + \frac{96}{x-y} = 14 \\ \frac{96}{x+y} + \frac{72}{x-y} = \frac{24}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 14 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy vận tốc thực của ca nô là: 14km/h ; vận tốc dòng nước là 2km/h