11. Xác suất của một người bắn trúng hồng tâm là 0,3
a). Người này bắn 3 lần độc lập liên tiếp. Gọi X là số lần bắn trúng hồng tâm. Lập bảng phân phối xác suất của X. Tính kỳ vọng của X.
b). Trong câu này giả sử người này bắn n lần độc lập liên tiếp. Tính n biết rằng xác suất để bắn trúng ít nhất 1 lần trong n lần này là 0,7599.

LỜI GIẢI

a). Gọi A_i là biến cố "Xạ thủ bắn trúng hồng tâm lần thứ i" với $1 \le i \le 3, i \in ¥$.

Theo đề bài ta có $P(A_i) = 0,3 \Rightarrow P(\overline{A_i}) = 0,7$.

$P(X=0)$ có nghĩa trong 4 lần bắn xạ thủ không bắn trúng hồng tâm lần nào.

$P(X=0) = P(\overline{A}_1 \cap \overline{A}_2 \cap \overline{A}_3) = P(\overline{A}_1).P(\overline{A}_2).P(\overline{A}_3) = 0,7^3 = 0,343$.

$P(X=1)$ có nghĩa trong 3 lần bắn có 1 lần bắn trúng hồng tâm còn 2 lần kia không trúng.

$P(X=1) = P(A_1 \cap \overline{A}_2 \cap \overline{A}_3 \cup \overline{A}_1 \cap A_2 \cap \overline{A}_3 \cup \overline{A}_1 \cap \overline{A}_2 \cap A_3)$

$= P(A_1 \cap \overline{A}_2 \cap \overline{A}_3) + P(\overline{A}_1 \cap A_2 \cap \overline{A}_3) + P(\overline{A}_1 \cap \overline{A}_2 \cap A_3)$

$= P(A_1).P(\overline{A}_2).P(\overline{A}_3) + P(\overline{A}_1).P(A_2).P(\overline{A}_3) + P(\overline{A}_1).P(\overline{A}_2).P(A_3)$ $= 3.(0,7)^2.0,3 = 0,441$.

Tương tự ta tính được :

$P(X=2) = P(A_1 \cap A_2 \cap \overline{A}_3 \cup A_1 \cap \overline{A}_2 \cap A_3 \cup \overline{A}_1 \cap A_2 \cap A_3) = 3.(0,3)^2.0,7 = 0,189$

$P(X=3) = P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = (0,3)^3 = 0,027$.

Bảng phân phối xác suất của X:

X	0	1	2	3
P	0,343	0,441	0,189	0,027

Kì vọng của X:

$E(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i p_i = 0.0,343 + 1.0,441 + 2.0,189 + 3.0,027 = 0,9$.

b). Gọi A là biến cố trong n lần bắn độc lập có ít nhất một lần bắn trúng hồng tâm. Biến cố đối $\overline{A}$ trong n lần bắn độc lập không có lần nào bắn trúng hồng tâm.

Theo đề bài ta có $P(A) = 0,7599 \Rightarrow P(\overline{A}) = 1 - 0,7599 = 0,2401$

Ngoài ra có $P(\overline{A}) = 0,7^n$.

Từ đó suy ra $0,7^n = 0,2401 \Leftrightarrow 0,7^n = 0,7^4 \Leftrightarrow n = 4$.