

BÀI TẬP VẬN DỤNG CAO

Bài 1: Cho đường thẳng (d) có phương trình là $y = mx + (3m - 1)$. Chứng tỏ rằng khi m thay đổi thì đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định. Tìm điểm cố định ấy.

Đáp án: Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà đường thẳng (d) luôn đi qua điểm cố định, ta có

$$y_0 = mx_0 + 3m - 1 \Leftrightarrow (x_0 + 3)m - (y_0 + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + 3 = 0 \\ y_0 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -3 \\ y_0 = -1 \end{cases}$$

Suy ra $M(-3; -1)$

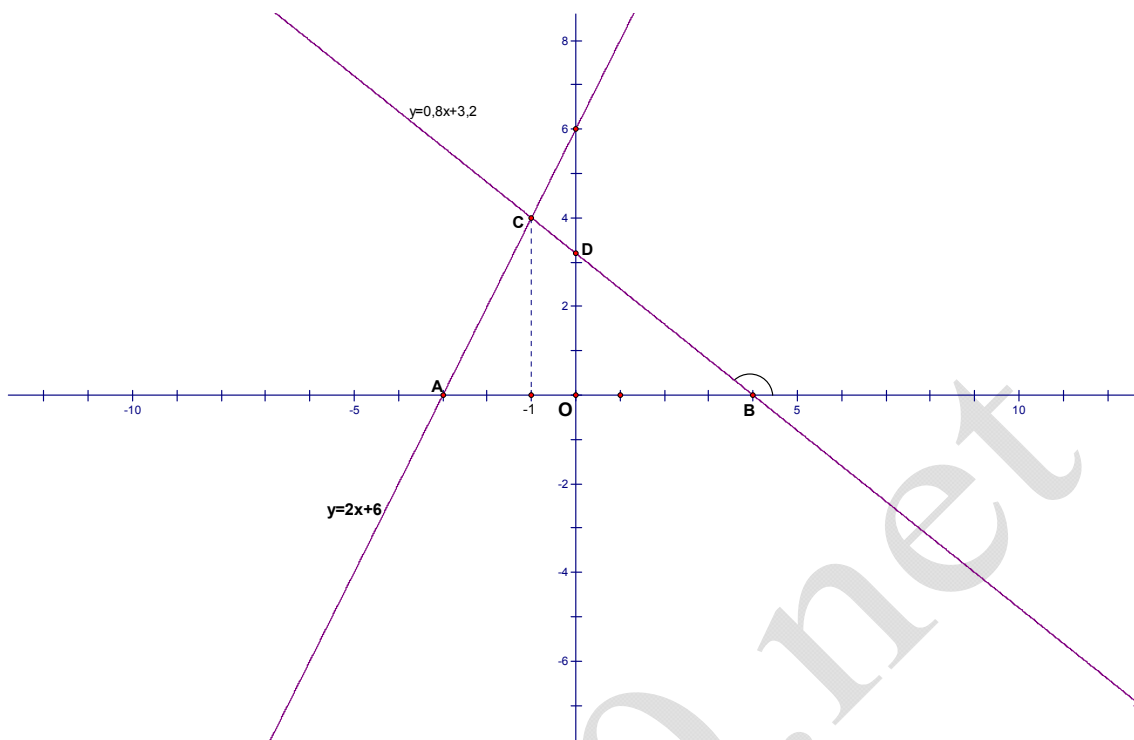
Bài 2: Trên mặt phẳng tọa độ cho hai điểm $B(4; 0)$ và $C(-1; 4)$.

- Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm C và song song với đường thẳng $y = 2x - 3$. Xác định tọa độ giao điểm A của đường thẳng (d) với trục hoành Ox.
- Xác định các hệ số a và b biết đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua 2 điểm B và C. Tính góc tạo bởi đường thẳng BC và trục hoành Ox (làm tròn đến phút).
- Tính chu vi của tam giác ABC (đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét) (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Đáp án

a. Phương trình đường thẳng (d) $y = 2x + 6$. Đường thẳng (d) cắt trục hoành tại điểm A(-3; 0)

b. $a = \frac{-4}{5}$; $b = \frac{16}{5}$ phương trình đường thẳng BC là $y = \frac{-4}{5}x + \frac{16}{5}$



Gọi D là giao điểm của đường thẳng BC với trục Ox ta có $D(0; 3,2)$

$$\tan \angle OBD = \frac{OD}{OB} = \frac{3,2}{4} = 0,8 \approx \tan 42^{\circ}57'$$
$$\Rightarrow \angle OBD = 42^{\circ}57' \quad \Rightarrow \angle DBx = 137^{\circ}3'$$

c. Ta có

Chu vi tam giác ABC là: 17,9 (cm)

Bài 3: Tìm giá trị của m để ba đường thẳng sau đồng quy

$$(d_1) y = x - 4$$

$$(d_2) y = -2x - 1$$

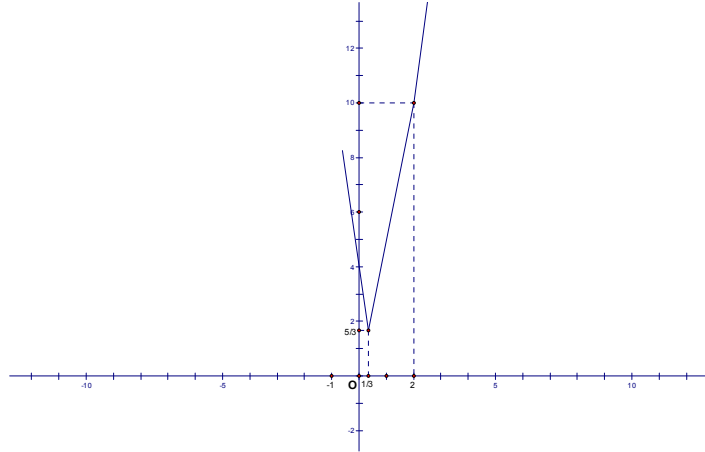
$$(d_3) y = mx + 2$$

Đáp án

$$m = -5$$

Bài 4: Vẽ đồ thị hàm số $y = |x-2| + 2|3x-1|$

Đáp án



Bài 5: Cho hàm số $f(x)=3x^2+1$. Chứng tỏ $f(x+1)-f(x)$ là h/s bậc nhất.

Đáp án

$$f(x+1)-f(x)=-6x+3 \Rightarrow \text{là h/s bậc nhất}$$

Bài 6: Cho h/s $f(x)=mx-2$. $g(x)=(m^2+1)x+5$. ($m \in \mathbb{R} \neq 0$).

Chứng tỏ $f(x)+g(x)$ là h/s bậc nhất đồng biến.

Đáp án:

$$f(x)+g(x)=(m^2+m+1)x+3 \text{ có } m^2+m+1 \geq \frac{3}{4} > 0 \Rightarrow \text{là h/s bậc nhất đồng biến.}$$

Bài 7: Xác định k để hàm số $y = k(\sqrt{x} - 3)^2 + (k + 1)(\sqrt{x} + 2)^2$ là hàm số bậc nhất.

Lúc đó hàm số này là hàm số đồng biến hay nghịch biến?

Đáp án: $y = (2k + 1)x + (4 - 2k)\sqrt{x} + 13k + 4$. Không điều chỉnh

Hàm số này là hàm số bậc nhất $\Leftrightarrow 2k + 1 \neq 0$ và $4 - 2k = 0 \Leftrightarrow k = 2$.

Lúc đó hàm số trở thành $y = 5x + 30$ là hàm số đồng biến.

Bài 8: Cho hàm số: $f(x) = 2x - 1$ và $g(x) = 3\sqrt{x} - 2$.

a) Tính $f(\frac{-1}{2})$; $g(4)$.

b) Tìm số a sao cho $f(a) = g(a)$.

Đáp án:

$$a) f\left(\frac{-1}{2}\right) = 2\left(\frac{-1}{2}\right) - 1 = -2; g(4) = 3\sqrt{4} - 2 = 4$$

b) Giải phương trình: $f(a) = g(a)$; ĐK $a \geq 0$

$$\Leftrightarrow 2a - 1 = 3\sqrt{a} - 2 \Leftrightarrow 2a - 3\sqrt{a} + 1 = 0 \Leftrightarrow 2a - 2\sqrt{a} - \sqrt{a} + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1) - (\sqrt{a} - 1) = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{a} - 1)(2\sqrt{a} - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a} - 1 = 0 \text{ hoặc } 2\sqrt{a} - 1 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{a} = 1 \text{ hoặc } \sqrt{a} = \frac{1}{2} \text{ hay } a = 1 \text{ hoặc}$$

$$a = \frac{1}{4}$$

Vậy với $a = 1$ hoặc $a = \frac{1}{4}$ thì $f(a) = g(a)$.

Bài 9: Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - x - 2$

a) Tính $f(\sqrt{a})$; $\sqrt{f(a)}$; $f(a^2)$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x)$.

Đáp án:

$$a) f(\sqrt{a}) = (\sqrt{a})^2 - \sqrt{a} - 2 = a - \sqrt{a} - 2$$

$$\sqrt{f(a)} = \sqrt{a^2 - a - 2}$$

$$f(a^2) = (a^2)^2 - a^2 - 2 = a^4 - a^2 - 2$$

$$b) f(x) = x^2 - x - 2 = \left(x^2 - 2 \cdot \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\right) - \frac{5}{4} - \frac{4}{4}$$

$$= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} \geq -\frac{9}{4}. \text{ Dấu " = " xảy ra } \Leftrightarrow x - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Vậy GTNN của $f(x)$ là $-\frac{9}{4}$ khi $x = \frac{1}{2}$.

Bài 10: Cho hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$. Chứng tỏ rằng $f(x+1) - f(x)$ là một hàm số bậc nhất.

Đáp án: $f(x+1) = 3(x+1)^2 + 1$

$$f(x+1) - f(x) = 3(x+1)^2 + 1 - (3x^2 + 1) = 6x + 3. \text{ Đó là hàm số bậc nhất}$$

Bài 11: Cho hàm số $y = f(x)$. Biết $f(x-1) = 3x - 5$. Chứng minh rằng hàm số $y = f(x)$ là một hàm số bậc nhất

Đáp án: Đặt $x-1 = t \Rightarrow x = t + 1$

Ta có $f(t) = 3(t+1) - 5 = 3t - 2$ (0,5 điểm)

Thay t bởi x thì $f(x) = 3x - 2$. Đó là hàm số bậc nhất (0,5 điểm)

Bài 12: Tìm m để hàm số $y = (m^2 - 9)x^2 - (m^2 - 4m + 3)x + 3$ là hàm bậc nhất.

Đáp án: $m = -3$

Bài 13: Tìm các giá trị của m và n để hàm số sau là hàm bậc nhất

$$y = (m^2 - 5m + 6)x^2 + (m^2 + mn - 6n)x + 3$$

Đáp án

$$m = 2 \text{ và } n \text{ khác } 2 \text{ hoặc } m = 3 \text{ và } n \text{ khác } 3$$

Bài 14: Tìm giá trị của k để đường thẳng $y = x + k - 1$ tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $4,5 \text{ cm}^2$ (đơn vị đo trên các trục tọa độ là cm)

Đáp án: Gọi A là giao điểm của đường thẳng $y = x + k - 1$ với trục Oy

$\Rightarrow y_A = (k-1)$ hay $OA = |k-1|$. Gọi B là giao điểm của đường thẳng $y = x + k - 1$ với trục Ox tại điểm có hoành độ bằng $-(k-1)$. $\Rightarrow x_B = -(k-1)$ hay $OB = |-(k-1)|$

Do đó diện tích của tam giác tạo bởi đường thẳng và hai trục tọa độ là: $S_{ABO} = \frac{1}{2}$

$$OA \cdot OB = \frac{1}{2} |k-1| \cdot |-(k-1)| = 4,5.$$

Theo bài ra thì $\Leftrightarrow (k-1)^2 = 9 \Leftrightarrow k=4$ hoặc $k=-2$. Vậy $k = 4$ hoặc $k = -2$

Bài 15: Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $y = |2x - 1|$ và đường thẳng $y=2x+5$

Đáp án: $(-1;3)$

Bài 16: Cho hàm số $y = (m - 3)x + m + 2$ (*)

a) Tìm giá trị của m để đồ thị của hàm số (*) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.

- b) Tìm giá trị của m để đồ thị của hàm số (*) vuông góc với đường thẳng $y = 2x - 3$.

Đáp án:

a) Đồ thị của hàm số (*) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3 khi và chỉ khi $m \neq 3$ và $m + 2 = 3$ suy ra $m = 1$

b) Đồ thị của hàm số (*) vuông góc với đường thẳng $y = 2x - 3$ khi và chỉ khi $m \neq 3$ và

$$(m - 3)2 = -1 \text{ suy ra } m = 2,5$$

Bài 17: Cho hàm số $y = (2k + 1)x + k - 2$ (*)

a) Tìm giá trị của k để đồ thị của hàm số (*) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

b) Tìm giá trị của k để đồ thị của hàm số (*) vuông góc với đường thẳng $y = \frac{1}{3}x - 3$.

Đáp án:

a) Đồ thị của hàm số (*) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 khi và chỉ khi $k \neq -\frac{1}{2}$ và $0 = (2k + 1)2 + k - 2$ suy ra $k = 0$

b) Đồ thị của hàm số (*) vuông góc với đường thẳng $y = \frac{1}{3}x - 3$ khi và chỉ

$$\text{khi } k \neq -\frac{1}{2} \text{ và } (2k + 1)\frac{1}{3} = -1 \Leftrightarrow k = -2$$

Bài 18:

Xác định các hệ số a và b để đường thẳng $y = ax + b$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 và song song với đường thẳng OA , trong đó O là gốc tọa độ, $A(\sqrt{2}; 1)$

Đáp án:

Gọi phương trình đường thẳng OA là $y = kx$ đi qua $A(\sqrt{2}; 1)$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \cdot k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Vậy phương trình đường thẳng OA là $y = \frac{1}{\sqrt{2}}x$ nên $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Vì đường thẳng $y = ax + b$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 nên $b = -2$

Bài 19: Cho các đường thẳng:

$$(d_1) : y = 4mx - (m + 5) \text{ với } m \neq 0$$

$$(d_2) : y = (3m^2 + 1)x + (m^2 - 4)$$

Với giá trị nào của m thì (d_1) song song với (d_2)

Đáp án:

Để (d_1) song song với (d_2) khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 3m^2 + 1 = 4m \\ m^2 - 4 \neq -m - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)(3m-1) = 0 \\ (m + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1 \text{ hoặc } m = \frac{1}{3}$$

Bài 20: Cho các đường thẳng:

$$(d_1) : y = 4mx - (m + 5) \text{ với } m \neq 0$$

$$(d_2) : y = (3m^2 + 1)x + (m^2 - 4)$$

Với giá trị nào của m thì (d_1) cắt (d_2) ?

Đáp án

Để (d_1) cắt (d_2) khi và chỉ khi

$$3m^2 + 1 \neq 4m$$

$$\Leftrightarrow 3m^2 - 4m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow 3m^2 - 3m - m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow (m-1)(3m-1) \neq 0$$

$$\Leftrightarrow m \neq 1 \text{ và } m \neq \frac{1}{3}$$

Bài 21: Xác định giá trị của a để đường thẳng $(d) : y = ax + 1$ tạo với tia Ox một góc 30°

Đáp án: $-\sqrt{3}$

Bài 22: Xác định giá trị của a để đường thẳng (d) : $y = ax - 5$ tạo với tia Ox một góc 45°

Đáp án: -5.

Bài 23: Tính hệ số góc của đường thẳng $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

Đáp án: $-\frac{2}{3}$

Bài 24: Xác định hệ số góc của đường thẳng (d) đi qua hai điểm A(1; 2) và B(3; 4).

Đáp án: Gọi phương trình đường thẳng (d) là $y = ax + b$, vì điểm A(1; 2) thuộc (d) ta có:

$a + b = 1$; vì điểm B(3; 4) thuộc (d) ta có: $3a + b = 4$

Từ đó tìm được $a = 1$

Bài 25:

a) Lập phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm A(-5; 5) sao cho tạo với tia Ox

một góc α có $\tan \alpha = \frac{1}{2}$.

b) Tìm trên đường thẳng (d) điểm $M(x_M; y_M)$ sao cho $x_M^2 + y_M^2$ nhỏ nhất.

Đáp án:

a) Giả sử phương trình đường thẳng (d) có dạng: $y = ax + b$.

Từ đó phương trình đường thẳng (d) là: $y = \frac{1}{2}x + \frac{15}{2}$

b) Vì điểm $M(x_M; y_M)$ thuộc đường thẳng (d), nên ...suy ra:

$(x_M^2 + y_M^2)_{\min} = 45 \Leftrightarrow y_M = 6 \Rightarrow x_M = 2 \cdot 6 - 15 = -3$. Vậy ta tìm được M(-3; 6)