BM= AB.sin$\frac{A}{2}$=c.sin$\frac{A}{2}$

TươngtựCN = AC.sin$\frac{A}{2}$=b.sin$\frac{A}{2}$

Do BM+CN≤BD+DC=BC=a

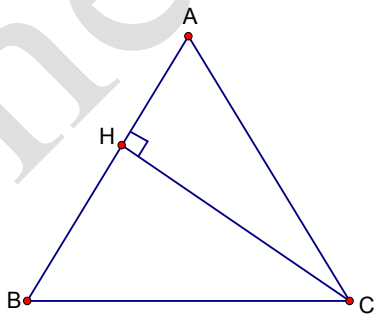
=> (b+c).sin$\frac{A}{2}$ ≤ a

Mặt khác, theo bất đẳng thức Cô-si,ta có

$$b + c \geq 2\sqrt{bc} \Rightarrow 2\sqrt{bc}.\sin\frac{A}{2} \leq a \Rightarrow \sin\frac{A}{2} \leq \frac{a}{2\sqrt{bc}}$$

Dấu bằng xảy ra khi b=c ⇔ tam giác ABC cân tại A

Câu 16: Cho tam giác ABC nhọn,có BC=a; CA= b; AB= c.
Chứng minh rằng:$a^2 = b^2 + c^2 – 2$ bc cosA



Đápán:

Vẽ đường cao CH ⊥ AB , ta có: cosA=$\frac{AH}{AC}$

=>AH= AC.cosA

Áp dụng định lí pi-ta-go vào tam giác AHC, ta có

$AH^2 + HC^2 = AC^2$

Áp dụng định lí pi-ta-go vào tam giác HBC,ta có

$BC^2 = HC^2 + HB^2 = HC^2 + (AB-AH)^2$

$=HC^2+AB^2 – 2.AB.AH +AH^2$

$= AB^2 – 2.AB.AC.\cos A +AC^2$

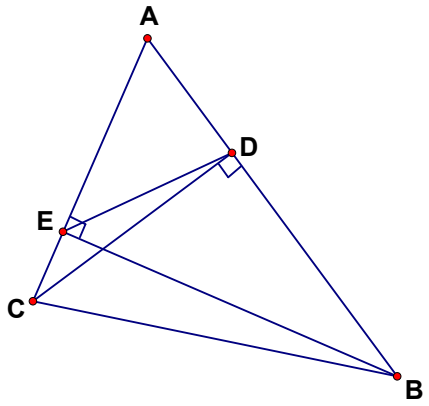
$= AB^2 +AC^2 – 2.AB.AC.\cos A$

Hay $a^2 = b^2 + c^2 – 2$ bc cosA.(đpcm)

Câu 17: Cho tam giác ABC nhọn, góc A bằng 60^0 , hai đường cao CD và BE

a. Chứng minh rằng Tam giác ADE đồng dạng với tam giác ACB

b. Tính tỷ số $\frac{S_{ADE}}{S_{CEDB}}$



Đáp án

a. Chứng minh tam giác ADC đồng dạng với tam giác AEB suy ra $\frac{AD}{AC}=\frac{AE}{AB}$ từ đó suy ra tam giác ADE và tam giác ACB đồng dạng (c-g-c)

b. Tam giác ADE và tam giác ACB đồng dạng suy ra

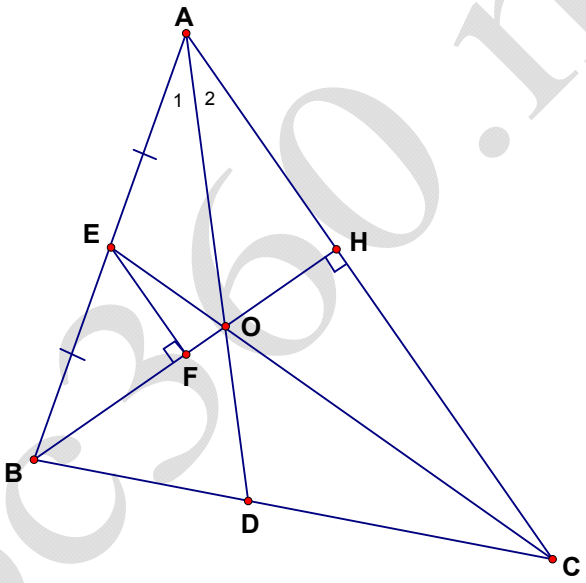
$$\frac{S_{ADE}}{S_{ACB}}=\left(\frac{AD}{AC}\right)^2=\cos^2 60^0=\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{ACB}-S_{ADE}}=\frac{1}{4-1}\Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{CEDB}}=\frac{1}{3}$$

Câu 18: Cho tam giác ABC nhọn, các đường phân giác AD, đường cao BH, đường trung tuyến CE đồng quy tại O. Vẽ EF vuông góc với BH tại F

a. Chứng minh: $\frac{CH}{\text{EF}}=\frac{AC}{\text{AE}}$

b. Chứng minh : AC.cosA = BC.cosC



a.Ta có $\text{EF}=\frac{1}{2}AH$

Tam giác HOC đồng dạng với tam giác FOE suy ra $\frac{CH}{EF}=\frac{OC}{OE}$

AD là phân giác của góc BAC nên $\frac{AC}{AE}=\frac{OC}{OE}$ suy ra $\frac{AC}{AE}=\frac{CH}{EF}$

b. $\frac{AC}{AE}=\frac{CH}{EF}\Rightarrow\frac{AC}{2AE}=\frac{CH}{2EF}\Rightarrow\frac{AC}{AB}=\frac{CH}{AH}\Rightarrow AB.CH=AC.AH$ (1)

Tam giác HAB có AH = AB.cosA

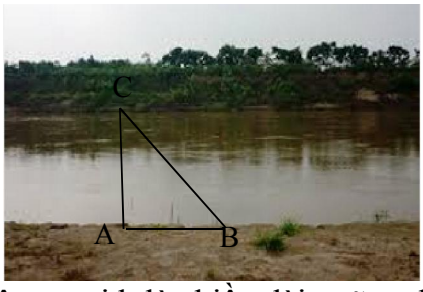
Tam giác HBC có CH = BC.cosC

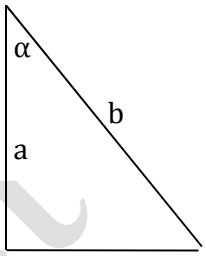
Thay vào (1) ta được

AB. BC.cosC = AC.AB.cosA hay AC.cosA = BC.cosC

Câu 19: Một chiếc đò chèo vuông góc với dòng nước từ bờ sông bên này sang bờ sông bên kia. Chiều rộng của con sông có phải là đoạn đường mà đò đi được hay không? Hãy tìm công thức diễn tả sự chênh lệch đó theo góc lệch và đoạn đường mà đò đi được.

Đáp án



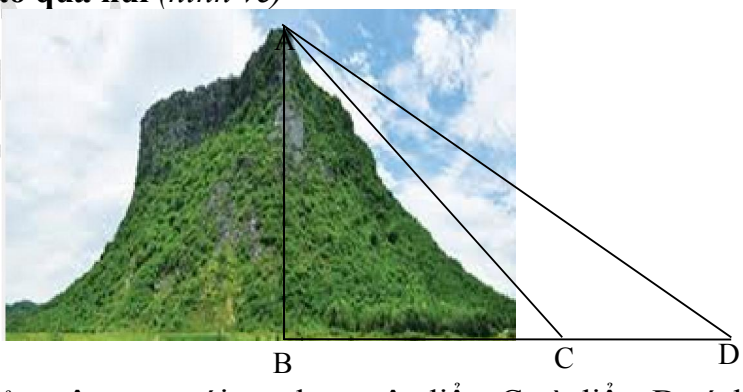


Gọi a là chiều rộng con sông, gọi b là chiều dài quãng đường mà đò đi được. Do tác động của dòng nước nên mặc dầu chèo vuông góc với dòng sông nhưng đường đi của đò vẫn bị lệch đi một góc α so với đường vuông góc với bờ sông, kéo theo x = b – a là quãng đường chênh lệch.

Ta có: a = b.cosα hay b = $\frac{a}{\cos\alpha}$ nên x = $\frac{a}{\cos\alpha}$ - a = a $\left(\frac{1-\cos\alpha}{\cos\alpha}\right)$.

Từ đó ta tìm được x = a $\left(\frac{1-\cos\alpha}{\cos\alpha}\right)$, trong đó a là chiều rộng con sông, α là góc lệch.

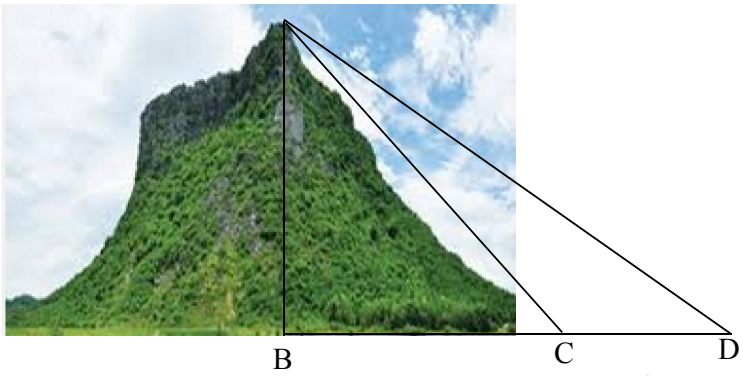
Câu 20: Đo chiều cao quả núi *(hình vẽ)*



Để đo chiều cao AB của một ngọn núi, ta chọn một điểm C và điểm D cách nhau 50m sao cho tia DC hướng về "tâm" ngọn núi. Dùng giác kế ta đo được hai góc $C \approx 22^0 18'$ và góc D $\approx 20^0 36'$. Tính chiều cao bằng mét của quả núi.

Đáp án

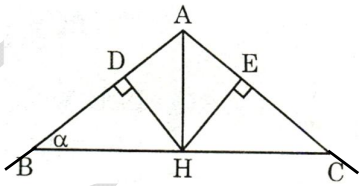
A



Trong tam giác vuông ABC ta có: BC = AB.cotC.
Trong tam giác vuông ABD ta có : BD = AB.cotD.
Suy ra: CD = BD – BC = AB.(cotD – cotC)

$$\Rightarrow AB = \frac{CD}{\cot D - \cot C} = \frac{50}{\cot 20^0 36' - \cot 22^0 18'} \approx 1802\text{m}$$

Câu 21: Người ta cần làm vì kèo của một mái nhà bằng sắt dạng tam giác cân. Biết chiều dài của thanh xà ngang BC là 12m. Độ dốc của mái nhà và thanh xà ngang là 40^0. (hình vẽ)



a) Ta phải cắt thanh sắt chống chiều cao nóc nhà AH dài bao nhiêu?

b) Thanh mái dài qua xà là 1m. Hỏi để làm hai thanh mái phải cắt bao nhiêu mét sắt ?

c) Tính độ dài của các thanh đỡ HD, HE.

d) Nếu mỗi mét dài của thanh sắt nặng 2,5kg. Giá sắt thành phẩm(đã làm hoàn thiện sảm phẩm) là 14000đ/kg thì cả vì kèo phải trả bao nhiêu tiền?

Đáp án:

a) AH là chiều cao ứng với cạnh đáy của tam giác cân ABC

$$\left.\begin{array}{l} BH = HC = \frac{BC}{2} \\ MàBC = 12m \end{array}\right\} \Rightarrow \text{BH = HC = } \frac{12}{2} = 6\,(\text{m})$$

Xét ΔAHB có $\widehat{AHB} = 90^0$

$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow AH = BH.\tan B \\ \text{Mà } BH = 6;\ \widehat{B} = 40^0 \end{array}\right\} \Rightarrow AH = 6.\tan 40^0 \approx 5{,}03 \text{ (m)}$

b) Xét ΔAHB có $\widehat{AHB} = 1v$.

$AB = \dfrac{BH}{\cos B} = \dfrac{6}{\cos 40^0} \approx 7.83$ (m)

Số sắt phải dùng để làm 2 thanh mái là: (7,83 + 1).2 = 17,66 (m)

c) ΔDBH có HD = HB.sinB= 6.sin $40^0 \approx$ 3,86 (m)

mà HD = HE nên HE $\approx$ 3,86 (m)

d) Số m sắt phải dùng để hoàn thiện vì kèo là:

17,66+12+3,86.2+5,03 = 42,41 (m)

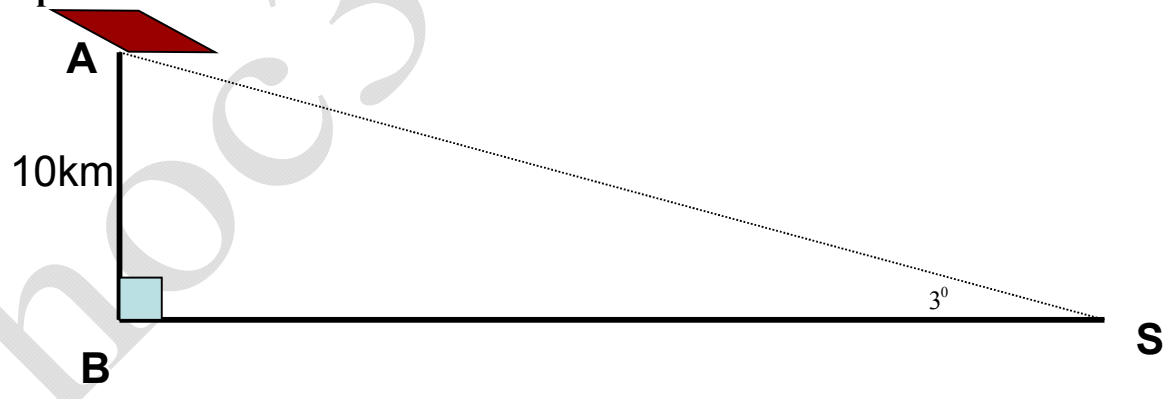
Tổng khối lượng sắt cần dùng là:

42,41 x 2,5 = 106,025 (kg)

Giá tiền phải trả cho cả vì kèo là: 106,025 x 14.000đ = 1.484.350đ

Câu 22: Một máy bay bay ở độ cao 10km.Khi bay hạ cánh xuống mặt đất,đường bay tạo một góc nghiêng so với mặt đất.Nếu phi công muốn tạo một góc nghiêng 3^0 thì cách sân bay bao nhiêu kilômét phải cho máy bay bắt đầu hạ cánh.(làm tròn đến số thập phân thứ ba)

Đápán:



Theo hình vẽ ta thấy:***A*** là điểm máy bay bắt đầu hạ cánh

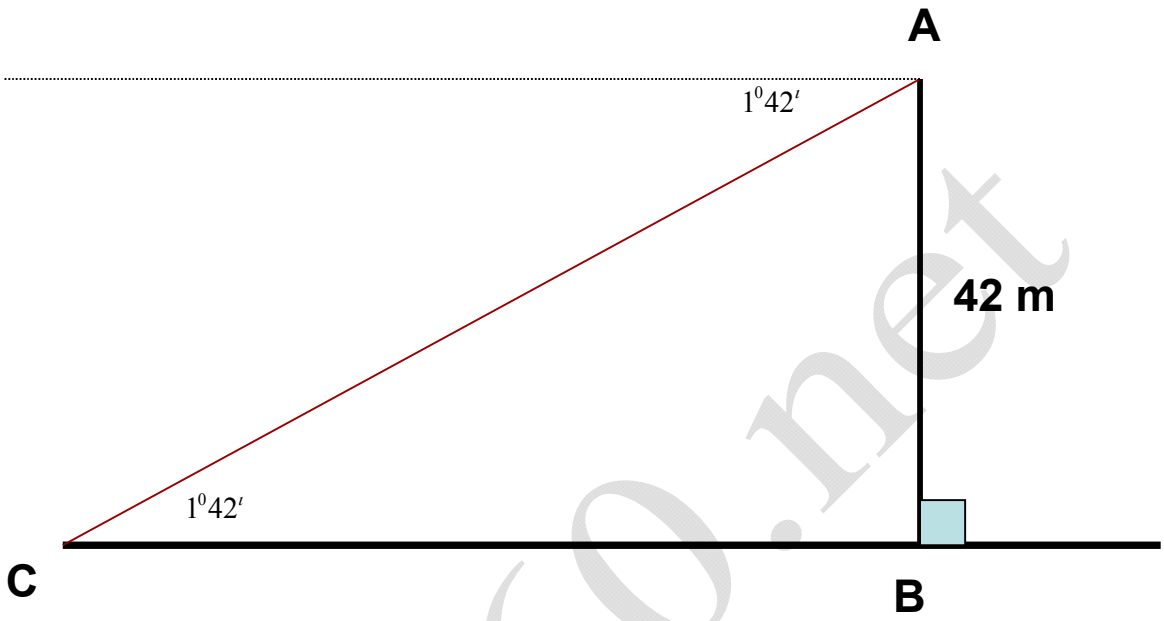
S là sân bay

AB là độ cao so với mặt đất

Khi đó: $BS = 10.\cot 3^0 \approx 190{,}811$

Vậy khi máy bay cách sân bay 190,811 (km) thì phi công phải cho máy bay hạ cánh.

Câu 23: Một người quan sát ở đài hải đăng cao 42 mét so với mặt nước biển nhìn thấy một con tàu ở xa với góc $1^0 42'$ so với phương nằm ngang. Hỏi khoảng cách từ tàu đến chân ngọn hải đăng là bao nhiêu hải lí ?(1 hải lí= 1852 mét)



Đáp án:

Giả sử: A là đài hải đăng nơi người quan sát đứng nhìn thấy tàu.

B là chân đài hải đăng ở mặt nước biển.

C là vị trí con tàu trên mặt biển.

Khi đó BC là khoảng cách cần tìm.

Ta có:$BC = 42.\cot 1^0 42' \approx 1415{,}13$ met $\approx 0{,}764$ (hải lí).

Câu 24: Để đo chiều cao của một đồn giặc nằm trên một quả đồi cao (đỉnh D mà không thể tới gần được)người ta sử dụng một phép đo như sau:

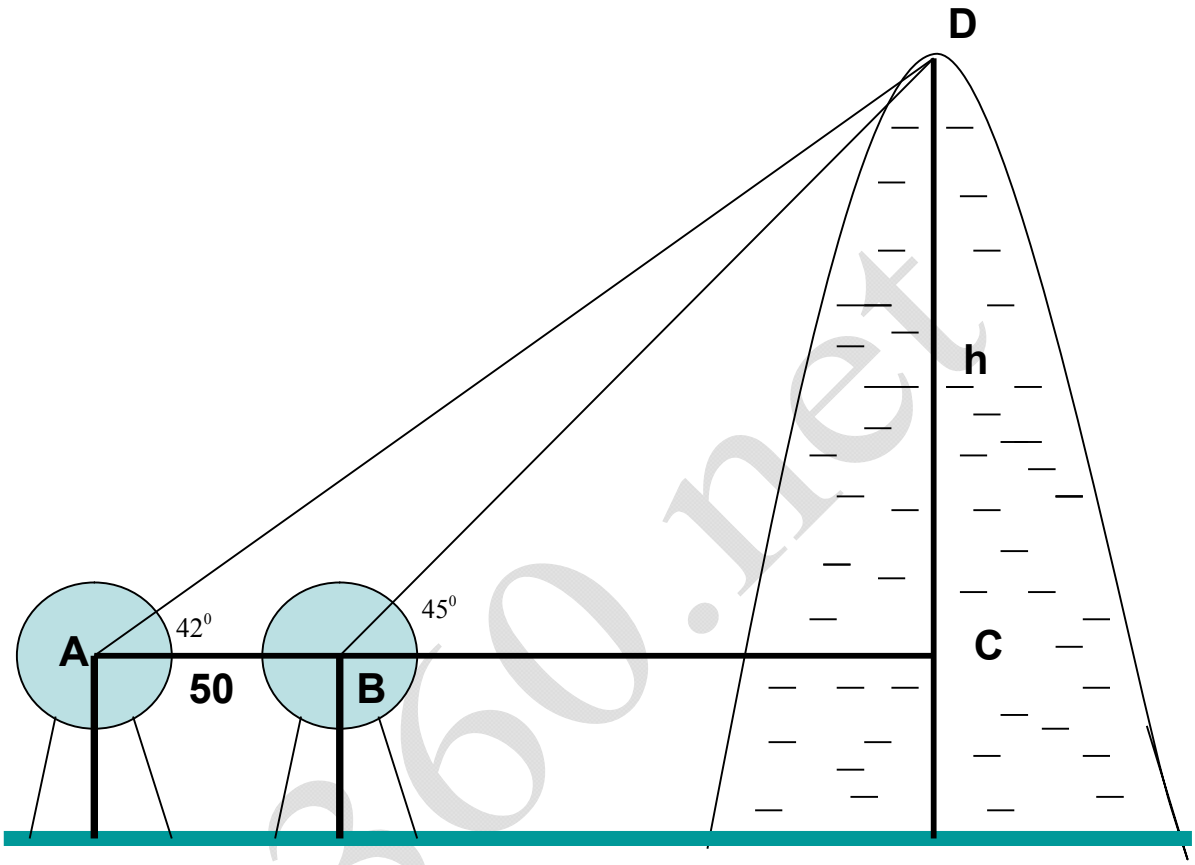
Chọn một điểm A trên mặt đất đặt một giác kế thẳng đứng(giác kế cao 1,5m).

Quay thanh giác kế sao cho khi ngắm theo thanh này ta nhìn thấy đỉnh D quả đồi.Đọc trên giác kế có số đo 42^0 của góc DAC.

Trên đoạn thẳng AC từ chân đồi tới điểm A ta chọn một điểm B cách A là 50m.

Quay thanh giác kế và khi ngắm theo thanh này ta cũng nhìn thấy đỉnh D của quả đồi.Đọc giác kế ta có số đo là 45^0 của góc DBC .Hãy tính chiều cao của quả đồi.

(hình vẽ minh họa bên dưới)



Đáp án:Gọi CD có độ dài là h.

Ta có:Trong tam giác vuông ACD thì $h = AC.\tan 42^0$

Trong tam giác vuoongBCD có: $BC = h.\cot 45^0$

Vậy ta có $h = (50+h.\cot 45^0).\tan 42^0$ từ đó suy ra $h \approx 500$m do đó chiều cao của quả đồi là 500+1,5 = 501,5(m)

hoc360.net