Câu 59. Chọn B.

TXĐ: $D=[2;+\infty)$. Ta có: $y'=\frac{1}{2\sqrt{x+1}}-\frac{1}{2\sqrt{x-2}}=\frac{\sqrt{x-2}-\sqrt{x+1}}{2\sqrt{x-2}\sqrt{x+1}}<0;\forall x\in[2;+\infty)$

BBT:

x	2		$+\infty$
y'	$\Vert$	$-$	
y	$\sqrt{3}$	$\searrow$	0

Từ BBT ta thấy hàm số đã cho có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

Câu 60. Chọn C.

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$.

Ta có: $y'=-\frac{1}{(x-1)^2}-\frac{1}{(x-2)^2}<0;\forall x\in D$

BBT:

x	3		4
y'		$-$	
y	$\frac{3}{2}$	$\searrow$	$\frac{5}{6}$

Từ BBT ta thấy hàm số có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất lần lượt là $y_1=\frac{3}{2};y_2=\frac{5}{6}\Rightarrow y_1.y_2=\frac{5}{4}$.

Câu 61. Chọn C.

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;-1;0\}$

Ta có: $y'=-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{(x+1)^2}-\frac{1}{(x+2)^2}<0;\forall x\in D$

BBT:

x	-5		-3
y'		$-$	
y	$-\dfrac{47}{60}$	$\searrow$	$\dfrac{-11}{6}$

Từ BBT ta thấy, hàm số có giá trị lớn nhất bằng $-\dfrac{47}{60}$.

Câu 62. Chọn B.

TXĐ: $D=[1;+\infty)$. Ta có: $y'=1-\dfrac{1}{2\sqrt{x-1}}=\dfrac{2\sqrt{x-1}-1}{2\sqrt{x-1}}$

$y'=0\Leftrightarrow \dfrac{2\sqrt{x-1}-1}{2\sqrt{x-1}}=0\Leftrightarrow 2\sqrt{x-1}=1\Leftrightarrow x=\dfrac{5}{4}$

BBT:

x	1		$\dfrac{5}{4}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	1	$\searrow$	$\dfrac{3}{4}$	$\nearrow$	0

Từ BBT ta thấy: Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $\dfrac{3}{4}$ và giá trị lớn nhất bằng 1

Câu 63. Chọn B .

TXĐ: $D=[-1;1]$.

Ta có: $y'=\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}-\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}=x\left(\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right)=x\dfrac{\sqrt{1-x^2}-\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}.\sqrt{1-x^2}}$

$y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ \sqrt{1-x^2}=\sqrt{1+x^2} \end{array}\right.\Leftrightarrow x=0$

Khi đó: $y(-1)=\sqrt{2};\ y(0)=2;\ y(1)=\sqrt{2}$.

Câu 64. Chọn C.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y=\sin^4 x+\cos^4 x=1-2\sin^2 x\cos^2 x=1-\dfrac{1}{2}\sin^2 2x$.

Mà $0\le \sin^2 2x\le 1\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\le 1-\dfrac{1}{2}\sin^2 2x\le 1\ \Rightarrow \min y=\dfrac{1}{2}$, $\max y=1$.

Câu 65. Chọn B.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Ta có: $y=\sin^4 x-\cos^4 x=\left(\sin^2 x-\cos^2 x\right)\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)=-\cos 2x$

Mà $-1\le \cos 2x\le 1 \Leftrightarrow -1\le -\cos 2x\le 1 \Rightarrow \max y=1$.

Câu 66. Chọn C.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y=\sqrt{1+2\sin x.\cos x}=\sqrt{1+\sin 2x}$; $y'=\dfrac{\cos 2x}{\sqrt{1+\sin 2x}}$

$y'=0 \Leftrightarrow \dfrac{\cos 2x}{\sqrt{1+\sin 2x}}=0 \Leftrightarrow \cos 2x=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2}$, vì $x\in\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right] \Rightarrow x=\dfrac{\pi}{4}$

Khi đó: $y(0)=1$; $y\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$; $y\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1$.

Câu 67. Chọn D.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Ta có: $y=\sin^6 x+\cos^6 x=\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)^3-3\sin^2 x\cos^2 x\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)$

$=1-3\sin^2 x\cos^2 x=1-\dfrac{3}{4}\sin^2 2x$

Mà: $0\le \sin^2 2x\le 1 \Leftrightarrow \dfrac{1}{4}\le 1-\dfrac{3}{4}\sin^2 2x\le 1 \Rightarrow \min y=\dfrac{1}{4}; \max y=1$.

Câu 68. Chọn D.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Đặt $t=x^2+2x+3$ $(t\ge 2)$, Khi đó hàm số trở thành: $y=t(t-5)=t^2-5t$

Ta có: $y'=2t-5$; $y'=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{5}{2}$

Bảng biến thiên:

x	2		$\dfrac{5}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	-6	$\searrow$	$-\dfrac{25}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ BBT, ta thấy hàm số không có giá trị lớn nhất.

Câu 69. Chọn D.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Đặt: $t=\sqrt{x^2+1}$ $(t\ge 1) \Rightarrow x^2=t^2-1$. Khi đó hàm số trở thành: $y=t-\dfrac{3}{t}$

$\Rightarrow y'=1+\dfrac{3}{t^2}>0$ $\Rightarrow$ Hàm số luôn đồng biến với mọi $t\ge 1$

$\Rightarrow \min y=y(1)=-2$.

Câu 70. Chọn D.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Ta có: $y=(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)=\left(x^2-5x+4\right)\left(x^2-5x+6\right)$

Đặt: $t=x^2-5x+4\left(-\frac{9}{4}\le t\le 10\right)$

Khi đó hàm số trở thành: $y=f(t)=t(t+2)=t^2+2t$

$\Rightarrow f'(t)=2t+2=0\Leftrightarrow t=-1$

BBT:

t	$-\frac{9}{4}$		-1		10
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	$\frac{9}{16}$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	120

Từ BBT ta thấy: Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 120 và giá trị nhỏ nhất bằng -1

Câu 71. Chọn B.

TXĐ: $D=[-3;1]$. Đặt: $t=\sqrt{1-x}+\sqrt{x+3}$ $\left(2\le t\le 2\sqrt{2}\right)$

$\Rightarrow \sqrt{1-x}\sqrt{3+x}=\frac{t^2-4}{2}$

Khi đó phương trình trở thành: $y=\frac{t^2}{2}+t-2\Rightarrow y'=t+1>0;\forall t\in\left[2;2\sqrt{2}\right]$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến với mọi $t\in\left[2;2\sqrt{2}\right]$

$\Rightarrow \min y=y(2)=2;\ \max y=y\left(2\sqrt{2}\right)=2+2\sqrt{2}$.

Câu 72. Chọn A.

TXĐ: $D=[-2;2]$.

Đặt: $t=\sqrt{x+2}+\sqrt{2-x}$ $\left(2\le t\le 2\sqrt{2}\right)\Rightarrow 2\sqrt{4-x^2}=2\sqrt{2-x}\sqrt{2+x}=t^2-4$

Khi đó hàm số trở thành: $y=f(t)=t^2+t-4\Rightarrow f'(t)=2t+1>0;\forall t\in\left[2;2\sqrt{2}\right]$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến với mọi $t\in\left[2;2\sqrt{2}\right]$

$\Rightarrow \min y=f(2)=2;\ \max y=f\left(2\sqrt{2}\right)=4+2\sqrt{2}$.

Câu 73. Chọn A.

TXĐ: $D=[-1;+\infty)$. Đặt $t=\sqrt[6]{x+1}$ $(1\le t\le 2)$

Khi đó hàm số trở thành: $y=t^3+t^2\Rightarrow y'=3t^2+2t>0;\forall t\in[1;2]$

$\Rightarrow \min y=y(1)=2;\ \max y=y(2)=12$.

Câu 74. Chọn C.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Đặt $t=\sin x;(-1\le t\le 1)$. Khi đó hàm số trở thành:

$y=\dfrac{t+1}{t^2+3}\Rightarrow y'=\dfrac{-t^2-2t+3}{\left(t^2+3\right)^2}=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-3(l)\end{array}\right.$. Do đó $y(-1)=0;\ y(1)=\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow$ Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $t=-1\Leftrightarrow x=\dfrac{-\pi}{2}$, hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $t=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{6}$

Câu 75. Chọn D.

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

Đặt $t=x+\dfrac{1}{x}\left(2\le t\le\dfrac{10}{3}\right)\Rightarrow x^2+\dfrac{1}{x^2}=t^2-2$

Khi đó hàm số trở thành: $y=t^2+t-2\Rightarrow y'=2t+1>0;\forall t\in\left[2;\dfrac{10}{3}\right]$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến $\forall t\in\left[2;\dfrac{10}{3}\right]$. (chỗ này còn thiếu)

Câu 76. Chọn B.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Đặt $t=x^4-1\ (0\le t\le 15)$.

Khi đó hàm số trở thành: $y=(t+1)^2+t^2=2t^2+2t+1\Rightarrow y'=4t+2>0;\forall t\in[0;15]$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên đoạn $[0;15]$.

$\Rightarrow$ Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $t=15\Leftrightarrow x=2$, hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $t=0\Leftrightarrow x=1$

Câu 77. Chọn A.

TXĐ: $D=(-\infty;-2]\cup[-1;+\infty)$. Đặt $t=\sqrt{x^2+3x+2}\ (t\ge 0)$.

Khi đó hàm số trở thành: $y=t^2+t-2\Rightarrow y'=2t+1>0;\forall t\ge 0$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến với mọi $t\ge 0\Rightarrow \min y=y(0)=-2$.

Câu 78. Chọn A.

TXĐ: $D=[0;+\infty)$. Đặt $t=\sqrt{x};\left(x\in[0;4]\Rightarrow 0\le t\le 2\right)$.

Khi đó hàm số trở thành: $y=t+\dfrac{t}{t+1}\Rightarrow y'=1+\dfrac{1}{(t+1)^2}>0\ \Rightarrow$ hàm số đồng biến $\forall t\in[0;2]\Rightarrow \min y=y(0)=0;\ \max y=y(2)=\dfrac{8}{3}$.

Câu 79. Chọn C.

Cách 1: Gọi cạnh của hình chữ nhật: a, b; $0<a,b<8$.

Ta có: $2(a+b)=16 \Leftrightarrow a+b=8 \Leftrightarrow b=8-a$

Diện tích: $S(a)=a(8-a)=-a^2+8a$; $S'(a)=-2a+8$; $S'(a)=0 \Leftrightarrow a=4$

Bảng biến thiên:

a	0		4		8
$S'(a)$		+	0	−	
$S(a)$	0	↗	16	↘	0

Cách 2

Áp dụng Côsi: $a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow ab \leq \left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2 \Leftrightarrow ab \leq 16$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a=b=4$

Vậy hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng 16 khi cạnh bằng 4

Câu 80. Chọn A.

Cách 1

Gọi cạnh của hình chữ nhật: a, b; $0 < a, b \leq 48$

Ta có: $ab=48 \Leftrightarrow b=\dfrac{48}{a}$. Chu vi: $P(a)=2\left(a+\dfrac{48}{a}\right)$

$P'(a)=2\left(1-\dfrac{48}{a^2}\right)$; $P'(a)=0 \Leftrightarrow a=4\sqrt{3}$

Bảng biến thiên:

a	0		$4\sqrt{3}$		48
$P'(a)$		−	0	+	
$P(a)$		↘	$16\sqrt{3}$	↗	

Cách 2

- Áp dụng bất đẳng thức Côsi: $a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{48}=8\sqrt{3}$

  $\Leftrightarrow$ chu vi nhỏ nhất: $2(a+b)=16\sqrt{3}$

- Hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất bằng $16\sqrt{3}$ khi cạnh bằng $4\sqrt{3}$.

Câu 81. Chọn C.

Gọi một trong hai số phải tìm là x, số còn lại: $x + 13$.

Tích hai số $P(x)=x(x+13)=x^2+13x$. $P'(x)=2x+13$, $P'(x)=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-13}{2}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$\dfrac{-13}{2}$		$+\infty$
$P'(x)$		$-$	0	$+$	
$P(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\dfrac{-169}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

Tích của chúng bé nhất bằng $\dfrac{-169}{4}$ khi hai số là $\dfrac{13}{2}$ và $\dfrac{-13}{2}$.

Câu 82. Chọn A.

Vận tốc của chuyển động là $v = s'$ tức là $v(t) = 12t - 3t^2, t > 0$

$v'(t) = 12 - 6t,\ v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$

Bảng biến thiên:

t	0		2		$+\infty$
$v'(t)$		$+$	0	$-$	
$v(t)$		$\nearrow$	12	$\searrow$	

Hàm số $v(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$ và nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$

$\Leftrightarrow$ Max $v(t) = 12$ khi $t = 2$. Vận tốc đạt giá trị lớn nhất bằng 12 khi $t = 2$.

Câu 83. Chọn A.

Cạnh góc vuông $x, 0 < x < \dfrac{a}{2}$; cạnh huyền: $a - x$

Cạnh góc vuông còn lại là: $\sqrt{(a-x)^2 - x^2}$

Diện tích tam giác $S(x) = \dfrac{1}{2}x\sqrt{a^2 - 2ax}$. $S'(x) = \dfrac{a(a-3x)}{2\sqrt{a^2-2ax}}$; $S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{a}{3}$

Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{a}{3}$		$\frac{a}{2}$
$S'(x)$		$+$	0	$-$	
$S(x)$		$\nearrow$	a^2 / [illegible]	$\searrow$	

Tam giác có diện tích lớn nhất bằng $\frac{a^2}{6\sqrt{3}}$ khi cạnh góc vuông $\frac{a}{3}$, cạnh huyền $\frac{2a}{3}$.

Câu 84. Chọn A.

Sau một vụ, trung bình số cá trên mỗi đơn vị diện tích mặt hồ cân nặng: $f(n) = nP(n) = 480n - 20n^2$ (gam). $f'(n) = 480 - 40n = 0 \Leftrightarrow n = 12$

Bảng biến thiên:

n	0		12		$+\infty$
$f'(n)$		$+$	0	$-$	
$f(n)$		$\nearrow$	$f(12)$	$\searrow$	

Trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ, cần thả 12 con cá thì sau một vụ thu hoạch được nhiều gam cá nhất.

Câu 85. Chọn B.

Ta có: $G(x) = 0.75x^2 - 0.025x^3,\ x > 0$; $G'(x) = 1.5x - 0.075x^2$; $G'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 20$

Bảng biến thiên:

x	0		20		$+\infty$
$G'(x)$		$+$	0	$-$	
$G(x)$		$\nearrow$	100	$\searrow$	

Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất là 20 mg, độ giảm là 100.

Câu 86. Chọn D.

Khi bơi ngược dòng vận tốc của cá là: $v - 6$ (km/h)

Thời gian để cá vượt khoảng cách 300 km là $t = \frac{300}{v-6}\ (v > 6)$

Năng lượng tiêu hao của cá khi vượt khoảng cách 300km là: $E(v)=cv^3\dfrac{300}{v-6}=300c\dfrac{v^3}{v-6}$

$E'(v)=600cv^2\dfrac{v-9}{(v-6)^2}$; $E'(v)=0\Leftrightarrow v=9$ do $(v>6)$

Bảng biến thiên:

v	6		9		$+\infty$
$E'(v)$		$-$	0	$+$	
$E(v)$	↘		$E(9)$	↗	

Cá phải bơi với vận tốc 9 (km/h) thì ít tiêu hao năng lượng nhất.

Câu 87. Chọn D.

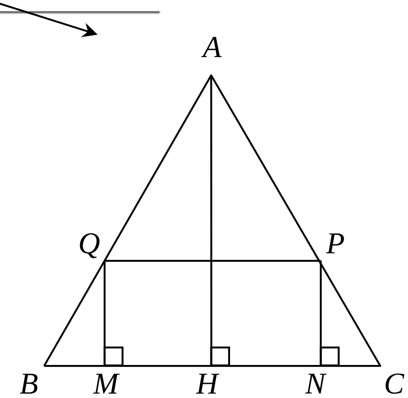
$f'(t)=90t-3t^2$; $f''(t)=90-6t$, $f''(t)=0\Leftrightarrow t=15$

Bảng biến thiên

t	0		15		25
$f''(t)$		$+$	0	$-$	
$f'(t)$	↗		675	↘	

Tốc độ truyền bệnh lớn nhất là vào ngày thứ 15.

Câu 88. Chọn D.



Gọi H là trung điểm của $BC\Rightarrow BH=CH=\dfrac{a}{2}$.

Đặt $BM=x$ $\left(0<x<\dfrac{a}{2}\right)$

Ta có: $MN=2MH=a-2x, QM=BM\tan 60^0=x\sqrt{3}$

Diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ là:

$S(x)=(a-2x)x\sqrt{3}=a\sqrt{3}x-2\sqrt{3}x^2$

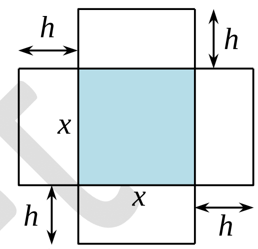
$S'(x)=\sqrt{3}(a-4x), S'(x)=0\Leftrightarrow x=\dfrac{a}{4}$

Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{a}{4}$		$\frac{a}{2}$
$S'(x)$		$+$	0	$-$	
$S(x)$		$\nearrow$	$\sqrt{3}\,a^2$	$\searrow$	

Vị trí điểm M: $BM = \frac{a}{4}$

Câu 89. Chọn C.



Thể tích của hộp là: $V = x^2h = 500(cm^3)$. Do đó $h = \frac{500}{x^2}, x > 0$.

Diện tích của mảnh các tông dùng làm hộp là:

$$S(x) = x^2 + 4hx = x^2 + \frac{2000}{x}, x > 0$$

$$S'(x) = 2x - \frac{2000}{x^2} = \frac{2(x^3 - 1000)}{x^2}, S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10$$

Bảng biến thiên

x	0		10		$+\infty$
$S'(x)$		$-$	0	$+$	
$S(x)$		$\searrow$	300	$\nearrow$	

Vậy muốn tốn ít nguyên liệu nhất, ta lấy độ dài cạnh đáy hình hộp là $x = 10$ (cm).

Câu 90. Chọn B.
Gọi chiều cao, bán kính đáy và thể tích của hình trụ nội tiếp hình cầu lần lượt là h, r và V.

Khi đó, $V = \pi r^2 h$. Vì $r^2 = R^2 - \frac{h^2}{4}$ nên $V = \pi\left(R^2 - \frac{h^2}{4}\right)h = \pi\left(R^2h - \frac{h^3}{4}\right)$.

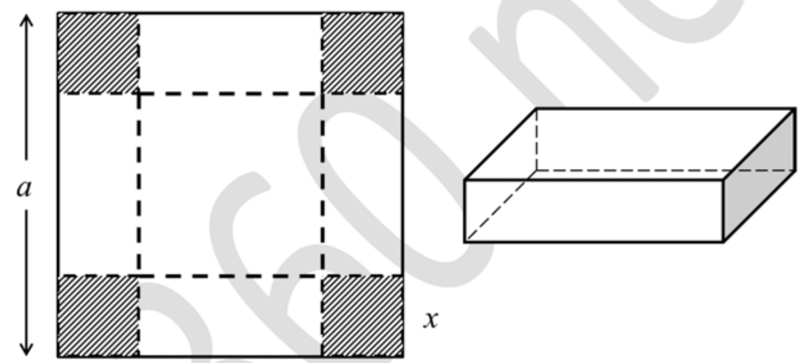
$$V(h) = \pi\left(R^2h - \frac{h^3}{4}\right), h \in (0;2R);\ V'(h) = \pi\left(R^2 - \frac{3h^2}{4}\right);\ V'(h) = 0 \Leftrightarrow h = \frac{2R}{\sqrt{3}}.$$

Bảng biến thiên:

h	0		$\frac{2R}{\sqrt{3}}$		$2R$
$V'(h)$		$+$	0	$-$	
$V(h)$	0	$\nearrow$	$4\pi R^3$	$\searrow$	0

Vậy hình trụ nội tiếp hình cầu bán kính R có thể tích lớn nhất khi chiều cao của nó bằng $\frac{2R}{\sqrt{3}}$. Khi đó, thể tích hình trụ là $\frac{4\pi R^3}{3\sqrt{3}}$.

Câu 91. Chọn B.



Gọi x là độ dài cạnh của hình vuông bị cắt $\left(0 < x < \frac{a}{2}\right)$.

Thể tích của khối hộp là: $V(x) = x(a-2x)^2 \left(0 < x < \frac{a}{2}\right)$.

$V'(x) = (a-2x)^2 + x.2(a-2x).(-2) = (a-2x)(a-6x)$; $V'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a}{6}$ $\left(0 < x < \frac{a}{2}\right)$.

Bảng biến thiên

x	0		$\frac{a}{6}$		$\frac{a}{2}$
$V'(x)$		$+$	0	$-$	
$V(x)$	0	$\nearrow$	$2a^3$	$\searrow$	0

Vậy trong khoảng $\left(0;\frac{a}{2}\right)$ có 1 điểm cực đại duy nhất là $x=\frac{a}{6}$ tại đó $V(x)=\frac{2a^3}{27}$.

Câu 92. Chọn C.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Đặt $t=\sin x, -1\le t\le 1$. Khi đó $y=f(t)=2t^2+2t-1$

$$f'(t)=4t+2;\ f'(t)=0\Leftrightarrow t=\frac{-1}{2}\in[-1;1]\ \Rightarrow f\left(\frac{-1}{2}\right)=\frac{-3}{2};\ f(-1)=-1;\ f(1)=3$$

Vậy $\min\limits_{R} y=\frac{-3}{2}, \max\limits_{R} y=3$.

Câu 93. Chọn A.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$

$$y=2(1-2\sin^2 x)+2\sin x=-4\sin^2 x+2\sin x+2$$

Đặt $t=\sin x, -1\le t\le 1$, khi đó $y=f(t)=-4t^2+2t+2$

$$f'(t)=-8t+2,\ f'(t)=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{4}\in[-1;1]\ \Rightarrow f\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{9}{4};\ f(-1)=-4;\ f(1)=0$$

Vậy $\min\limits_{R} y=-4, \max\limits_{R} y=\frac{9}{4}$

Câu 94. Chọn B.

Đặt $t=\sin^2 x, 0\le t\le 1$ $\Rightarrow y=f(t)=t^2-4t+5$.

$$f'(t)=2t-4;\ f'(t)=0\Leftrightarrow t=2\notin[0;1]$$

$f(0)=5;\ f(1)=2$. Vậy $\min\limits_{\mathbb{R}} y=2, \max\limits_{\mathbb{R}} y=5$

Câu 95. Chọn C.

$y=\sin^4 x-\sin^2 x+3$. Đặt $t=\sin^2 x, 0\le t\le 1\ \Rightarrow y=f(t)=t^2-t+3$

$$f'(t)=2t-1;\ f'(t)=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{2}\in[0;1]\ \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{11}{4};\ f(0)=3;\ f(1)=3$$

Vậy $\min\limits_{R} y=\frac{11}{4}, \max\limits_{R} y=3$

Câu 96. Chọn D.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Đặt $t=|\cos x|, 0\le t\le 1\ \Rightarrow y=f(t)=\frac{2t^2+t+1}{t+1}, 0\le t\le 1$

$f'(t)=\dfrac{2t^2+4t}{(t+1)^2}$; $f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=-2\notin[0;1]\end{array}\right.\Rightarrow f(0)=1, f(1)=2$

Vậy $\min\limits_{\mathbb{R}} y=1, \max\limits_{\mathbb{R}} y=2$

Câu 97. Chọn B.

Đặt $t=\sin x, -1\le t\le 1 \Rightarrow y=f(t)=\dfrac{t+1}{t^2+t+1}$, $f'(t)=\dfrac{-t^2-2t}{\left(t^2+t+1\right)^2}$

$f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\in[-1;1]\\t=-2\notin[-1;1]\end{array}\right.\Rightarrow f(0)=1,\ f(-1)=0,\ f(1)=\dfrac{2}{3}$. Vậy $M=1, m=0$

Câu 98. Chọn D.

Ta có $y'=x^2-x-6\Rightarrow\begin{cases}y'=0\\x\in(0;4)\end{cases}\Leftrightarrow x=3 \Rightarrow y(0)=3, y(4)=-\dfrac{23}{3}, y(3)=-\dfrac{21}{2}$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}x^2-6x+3$ trên đoạn $[0;4]$ là 3 .

Câu 99. Chọn C.

Hàm số $y=(x+3)\sqrt{-x^2-2x+3}$ có tập xác định $D=[-3;1]$

$y'=\dfrac{-2x^2-6x}{\sqrt{-x^2-2x+3}}\Rightarrow\begin{cases}y'=0\\x\in(-3;1)\end{cases}\Leftrightarrow x=0\Rightarrow y(-3)=0, y(1)=0, y(0)=3\sqrt{3}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=(x+3)\sqrt{-x^2-2x+3}$ là 0

Câu 100. Chọn B.

Hàm số $y=\sqrt{x-2}+\sqrt{4-x}$ có tập xác định $D=[2;4]$

$y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x-2}}-\dfrac{1}{2\sqrt{4-x}}\Rightarrow\begin{cases}y'=0\\x\in(2;4)\end{cases}\Leftrightarrow x=3 \Rightarrow y(2)=\sqrt{2}, y(3)=2, y(4)=\sqrt{2}$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{x-2}+\sqrt{4-x}$ là 2

Câu 101. Chọn C.

$y=2\sin^2 x+5\cos^2 x-1=\dfrac{3\cos 2x+5}{2}\Rightarrow 1\le y\le 4$

Vậy hàm số $y=2\sin^2 x+5\cos^2 x-1$ có giá trị nhỏ nhất bằng 1.

Câu 102. Chọn C.

Hàm số $y = x + \sqrt{18 - x^2}$ có tập xác định $D = \left[-3\sqrt{2}; 3\sqrt{2}\right]$

$$y' = \frac{\sqrt{18 - x^2} - x}{\sqrt{18 - x^2}} \Rightarrow \begin{cases} y' = 0 \\ x \in \left(-3\sqrt{2}; 3\sqrt{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow y\left(-3\sqrt{2}\right) = -3\sqrt{2}, y\left(3\sqrt{2}\right) = 3\sqrt{2}, y(3) = 6$$

Vậy hàm số $y = x + \sqrt{18 - x^2}$ có giá trị lớn nhất bằng 6.

Câu 103. Chọn B.

Đặt $t = \cos x\left(-1 \le t \le 1\right)$. Xét hàm $y = 2t^3 - \frac{7}{2}t^2 - 3t + 5$ trên đoạn $[-1;1]$

$$y' = 6t^2 - 7t - 3 \Rightarrow \begin{cases} y' = 0 \\ t \in (-1;1) \end{cases} \Leftrightarrow t = -\frac{1}{3};\ y(-1) = \frac{5}{2}, y(1) = \frac{1}{2}, y\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{299}{54}.$$

Vậy hàm số $y = 2\cos^3 x - \frac{7}{2}\cos^2 x - 3\cos x + 5$ có giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{1}{2}$.

Câu 104. Chọn D.

$$y = -2\sin^3 x + 3\cos 2x - 6\sin x + 4 = -2\sin^3 x - 6\sin^2 x - 6\sin x + 7$$

Đặt $t = \sin x\left(-1 \le t \le 1\right)$. Xét hàm $y = -2t^3 - 6t^2 - 6t + 7$ trên đoạn $[-1;1]$

$y' = -6t^2 - 12t - 6 \Rightarrow y' = 0$ vô nghiệm. Ta có: $y(-1) = 9, y(1) = -7$

Vậy hàm số $y = -2\sin^3 x + 3\cos 2x - 6\sin x + 4$ có giá trị lớn nhất bằng 9.

Câu 105. Chọn B.

Ta có $y = 3 - x \ge 1 \Rightarrow x \le 2 \Rightarrow x \in [0;2]$

Khi đó $P = x^3 + 2(3 - x)^2 + 3x^2 + 4x(3 - x) - 5x = x^3 + x^2 - 5x + 18$

Xét hàm số $f(x) = x^3 + x^2 - 5x + 18$ trên đoạn $[0;2]$ ta có:

$$f'(x) = 3x^2 + 2x - 5 \Rightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ x \in (0;2) \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$$

$$f(0) = 18,\ f(1) = 15,\ f(2) = 20$$

Vậy giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^3 + 2y^2 + 3x^2 + 4xy - 5x$ lần lượt bằng 20 và 15.

Câu 106. Chọn C.

Ta có: $y=\dfrac{x+\sqrt{1+9x^2}}{8x^2+1}=\dfrac{1}{\sqrt{9x^2+1}-x}$. Hàm số y đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $(0;+\infty)$

khi hàm số $f(x)=\sqrt{9x^2+1}-x$ đạt giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0;+\infty)$

Ta có: $f'(x)=\dfrac{9x}{\sqrt{9x^2+1}}-1\Rightarrow\begin{cases}f'(x)=0\\x\in(0;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{6\sqrt{2}}$

$\min\limits_{(0;+\infty)} f(x)=f\left(\dfrac{1}{6\sqrt{2}}\right)=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\Rightarrow\max\limits_{(0;+\infty)} y=\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$

Câu 107. Chọn C.

Áp dụng bất đẳng thức B.C.S ta có:

$$\sqrt{45+20x^2}=\sqrt{5\left(9+4x^2\right)}=\sqrt{\left(2^2+1^1\right)\left(3^2+(2x)^2\right)}\ge|2.3+1.2x|=|6+2x|$$

Suy ra $y\ge|6+2x|+|2x-3|$. Áp dụng bất đẳng thức $|a|+|b|\ge|a+b|$ ta được:

$|6+2x|+|2x-3|=|6+2x|+|3-2x|\ge|6+2x+3-2x|=9\Rightarrow y\ge 9$

Vậy hàm số $y=\sqrt{45+20x^2}+|2x-3|$ có giá trị nhỏ nhất bằng 9.

Câu 108. Chọn B.

TXĐ: $D=[-2;2]$. Hàm số $y=f(x)=x+\sqrt{4-x^2}$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$.

$y'=1-\dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}}$; $y'=0\Leftrightarrow\sqrt{4-x^2}=x\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\4-x^2=x^2\end{cases}\Leftrightarrow \mathrm{x}=\sqrt{2}$

$y(-2)=-2$; $y(2)=\ 2$; $y(\sqrt{2})=2\sqrt{2}$. Vậy $\min\limits_{[-2;2]} y=\mathrm{y}(-2)=-2$

Câu 109. Chọn C.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$.

Ta có: $y'=\dfrac{-x+1}{\sqrt{\left(x^2+1\right)^3}}; y'=0\Leftrightarrow x=1$. Do $y(-1)=0, y(1)=\sqrt{2}, y(2)=\dfrac{3}{\sqrt{5}}$ nên

$\max\limits_{[-1;2]} y=y(1)=\sqrt{2}$, $\min\limits_{[-1;2]} y=y(-1)=0$

Câu 110. Chọn C.

Hàm số xác định với $\forall x \in \left[1; e^3\right]$

Hàm số $y = \dfrac{\ln^2 x}{x}$ liên tục trên đoạn $\left[1; e^3\right]$. Ta có $y' = \dfrac{\ln x(2 - \ln x)}{x^2}$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \ln x = 0 \\ \ln x = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \notin \left(1; e^3\right) \\ x = e^2 \in \left(1; e^3\right) \end{array}\right.$. Khi đó $y(1) = 0;\ y(e^2) = \dfrac{4}{e^2};\ y(e^3) = \dfrac{9}{e^3}$

So sánh các giá trị trên, ta có $\max\limits_{\left[1;e^3\right]} y = y(e^2) = \dfrac{4}{e^2}$

Câu 111. Chọn A.

Hàm số xác định, liên tục trên đoạn $\left[0; 2\right]$

Ta có $y' = \dfrac{2x^2 + 4x}{(x+1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \quad \notin (0; 2) \\ x = -2 \notin (0; 2) \end{array}\right.$

$\Rightarrow y(0) = 3;\ y(2) = \dfrac{17}{3}$. Vậy $\max\limits_{x \in [0;2]} y = y(2) = \dfrac{17}{3}$; $\min\limits_{x \in [0;2]} y = y(0) = 3$

Câu 112. Chọn A.

Do $x + y = 1$ nên $S = 16x^2y^2 + 12(x+y)(x^2 - xy + y^2) + 34xy$

$$= 16x^2y^2 + 12[(x+y)^2 - 3xy] + 34xy,\ do\ x + y = 1 = 16x^2y^2 - 2xy + 12$$

Đặt $t = xy$. Do $x \ge 0; y \ge 0$ nên $0 \le xy \le \dfrac{(x+y)^2}{4} = \dfrac{1}{4} \Rightarrow t \in [0; \dfrac{1}{4}]$

Xét hàm số $f(t) = 16t^2 - 2t + 12$ trên $[0; \dfrac{1}{4}]$. Ta có $f'(t) = 32t - 2$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{16}$

.

Bảng biến thiên

x	0		$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{4}$
$f'(t)$		–	0	+	
$f(t)$	12	↘	191	↗	$\frac{25}{2}$

Từ bảng biến thiên ta có:

$\min\limits_{\left[0;\frac{1}{4}\right]} f(t) = f\left(\frac{1}{16}\right) = \frac{191}{16}$; $\max\limits_{\left[0;\frac{1}{4}\right]} f(t) = f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{25}{2}$.

Vậy giá trị lớn nhất của S là $\frac{25}{2}$ đạt được khi $\begin{cases} x+y=1 \\ xy=\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$

giá trị nhỏ nhất của S là $\frac{191}{16}$ đạt được khi $\begin{cases} x+y=1 \\ xy=\frac{1}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (x;y)=\left(\frac{2+\sqrt{3}}{4};\frac{2-\sqrt{3}}{4}\right) \\ (x;y)=\left(\frac{2-\sqrt{3}}{4};\frac{2+\sqrt{3}}{4}\right) \end{array}\right.$

Câu 113. Chọn A.

Ta có $(x-4)^2+(y-4)^2+2xy\le 32 \Leftrightarrow (x+y)^2-8(x+y)\le 0 \Leftrightarrow 0\le x+y\le 8$

$A = x^3+y^3+3(xy-1)(x+y-2) = (x+y)^3-3(x+y)-6xy+6$

$\Rightarrow K \quad \ge (x+y)^3-\frac{3}{2}(x+y)^2-3(x+y)+6$

Đặt $t=x+y$. Do $0\le x+y\le 8$ nên $t\in[0;8]$

Xét hàm số $f(t)=t^3-\frac{3}{2}t^2-3t+6$ trên $[0;8]$.

Ta có $f'(t)=3t^2-3t-3$, $f'(t)=0 \Leftrightarrow t=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ hoặc $t=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ (loại)

$f(0)=6$; $f(\frac{1+\sqrt{5}}{2})=\frac{17-5\sqrt{5}}{4}$; $f(8)=398$. Suy ra A $\ge \frac{17-5\sqrt{5}}{4}$

Khi $x=y=\frac{1+\sqrt{5}}{4}$ thì dấu bằng xảy ra. Vậy giá trị nhỏ nhất của A là $\frac{17-5\sqrt{5}}{4}$

Câu 114. Chọn D.

$A=\frac{1}{x^3}+\frac{1}{y^3}=\frac{x^3+y^3}{x^3y^3}=\frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)}{x^3y^3}=\left(\frac{x+y}{xy}\right)^2=\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)^2$.

Đặt $x=ty$. Từ giả thiết ta có: $(x+y)xy=x^2+y^2-xy \Rightarrow (t+1)ty^3=(t^2-t+1)y^2$

Do đó $y=\frac{t^2-t+1}{t^2+t}; x=ty=\frac{t^2-t+1}{t+1}$. Từ đó $A=\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)^2=\left(\frac{t^2+2t+1}{t^2-t+1}\right)^2$.

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{t^2+2t+1}{t^2-t+1}\Rightarrow f'(t)=\dfrac{-3t^2+3}{\left(t^2-t+1\right)^2}$.

Lập bảng biến thiên ta tìm giá trị lớn nhất của A là: 16 đạt được khi $x=y=\dfrac{1}{2}$.

Câu 115. Chọn C.

Với a, b là các số thực dương, ta có:

$$2(a^2+b^2)+ab=(a+b)(ab+2)$$

$$\Leftrightarrow 2(a^2+b^2)+ab=a^2b+ab^2+2(a+b)$$

$$\Leftrightarrow 2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+1=(a+b)+2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô–si ta được:

$$(a+b)+2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\ge 2\sqrt{2(a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)}=2\sqrt{2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2\right)}$$

Suy ra: $2\left(\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}\right)+1\ge 2\sqrt{2\left(\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}+2\right)}\Rightarrow\left(\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}\right)\ge\dfrac{5}{2}$.

Đặt $t=\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}$, $t\ge\dfrac{5}{2}$. Ta được: $P=4(t^3-3t)-9(t^2-2)=4t^3-9t^2-12t+18$.

Xét hàm số: $f(t)=4t^3-9t^2-12t+18$ với $t\ge\dfrac{5}{2}$

$f'(t)=6(2t^2-3t-2)>0,\forall t\ge\dfrac{5}{2}$. Suy ra $\min\limits_{\left[\frac{5}{2};+\infty\right)} f(t)=f\left(\dfrac{5}{2}\right)=-\dfrac{23}{4}$.

Vậy $\min P=-\dfrac{23}{4}$ đạt được khi và chỉ khi $\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}=\dfrac{5}{2}$ và $a+b=2\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)$

$$\Leftrightarrow (a;b)=(2;1) \text{ hoặc } (a;b)=(1;2)$$

Câu 116. Chọn D.

Do $1\le x\le 2; 1\le y\le 2$ nên $(x-1)(x-2)\le 0$, nghĩa là $x^2+2\le 3x$. Tương tự $y^2+2\le 3y$

Suy ra $P\ge\dfrac{x+2y}{3x+3y+3}+\dfrac{y+2x}{3y+3x+3}+\dfrac{1}{4(x+y-1)}=\dfrac{x+y}{x+y+1}+\dfrac{1}{4(x+y-1)}$

Đặt $t = x + y$ suy ra $2 \le t \le 4$. Xét $f(t) = \dfrac{t}{t+1} + \dfrac{1}{4(t-1)}$, với $2 \le t \le 4$

$f'(t) = \dfrac{1}{(t+1)^2} - \dfrac{1}{4(t-1)^2}$. Suy ra $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 3$

Mà $f(2) = \dfrac{11}{12}$; $f(3) = \dfrac{7}{8}$; $f(3) = \dfrac{53}{60}$ nên $f(t) \ge f(3) = \dfrac{7}{8}$. Do đó $P \ge \dfrac{7}{8}$

Khi $x = 1, y = 2$ thì $P = \dfrac{7}{8}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\dfrac{7}{8}$.