

Câu 28. Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$. Ta có $y' = \frac{m^2 - 4}{(x+m)^2}$. Để hàm số giảm trên khoảng $(-\infty; 1)$

$$\Leftrightarrow y' < 0, \forall x \in (-\infty; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ 1 \leq -m \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq -1$$

Câu 29. Chọn D.

Cách 1: Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 3x^2 - 12x + m$

• Trường hợp 1:

$$\text{Hàm số đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 > 0 \text{ (hn)} \\ 36 - 3m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 12$$

• Trường hợp 2: Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty) \Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < x_2 \leq 0$ (*)

✓ Trường hợp 2.1: $y' = 0$ có nghiệm $x = 0$ suy ra $m = 0$. Nghiệm còn lại của $y' = 0$ là $x = 4$ (không thỏa (*))

✓ Trường hợp 2.2: $y' = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa

$$x_1 < x_2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 36 - 3m > 0 \\ 4 < 0 \text{ (vl)} \\ \frac{m}{3} > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{không có } m. \text{ Vậy } m \geq 12$$

Cách 2: Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty) \Leftrightarrow m \geq 12x - 3x^2 = g(x), \forall x \in (0; +\infty)$.

Lập bảng biến thiên của $g(x)$ trên $(0; +\infty)$.

x	0	2	$+\infty$
g'		+	0 -
g	0	↗ 12 ↘	$-\infty$

Câu 30. Chọn B.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 4x^3 - 4(m-1)x$.

Hàm số đồng biến trên $(1; 3) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (1; 3) \Leftrightarrow g(x) = x^2 + 1 \geq m, \forall x \in (1; 3)$.

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Lập bảng biến thiên của $g(x)$ trên $(1;3)$.

x	1	3
g'		0
g	2	10

Dựa vào bảng biến thiên, kết luận: $m \leq \min g(x) \Leftrightarrow m \leq 2$.

Câu 31. Chọn A.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = x^2 - mx + 2m$

Ta không xét trường hợp $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ vì $a = 1 > 0$

Hàm số nghịch biến trên một đoạn có độ dài là 3 $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa

$$|x_1 - x_2| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m > 0 \\ (x_1 - x_2)^2 = 9 \Leftrightarrow S^2 - 4P = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 8 \text{ hay } m < 0 \\ m^2 - 8m = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 9 \end{cases}$$

Câu 32. Chọn B.

+) Điều kiện $\tan x \neq m$. Điều kiện cần để hàm số đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ là $m \notin (0;1)$

$$+) y' = \frac{2-m}{\cos^2 x (\tan x - m)^2}$$

$$+) \text{ Ta thấy: } \frac{1}{\cos^2 x (\tan x - m)^2} > 0 \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right); m \notin (0;1)$$

$$+) \text{ Để hs đồng biến trên } \left(0; \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} y' > 0 \\ m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m+2 > 0 \\ m \leq 0; m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 0 \text{ hoặc } 1 \leq m < 2$$

Câu 33. Chọn B.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$, yêu cầu của bài toán đưa đến giải bất phương trình

$$mx^2 + 14mx + 14 \leq 0, \forall x \geq 1, \text{ tương đương với } g(x) = \frac{-14}{x^2 + 14x} \geq m \quad (1)$$

Để dàng có được $g(x)$ là hàm tăng $\forall x \in [1; +\infty)$, suy ra $\min_{x \geq 1} g(x) = g(1) = -\frac{14}{15}$

Kết luận: $(1) \Leftrightarrow \min_{x \geq 1} g(x) \geq m \Leftrightarrow -\frac{14}{15} \geq m$

Câu 34. Chọn C.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = -4x^3 + 2(2m-3)x$.

Hàm số nghịch biến trên $(1; 2) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (1; 2) \Leftrightarrow m \leq x^2 + \frac{3}{2} = g(x), \forall x \in (1; 2)$.

Lập bảng biến thiên của $g(x)$ trên $(1; 2)$. $g'(x) = 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Bảng biến thiên

x	1	2
g'		+
		0
g	$\frac{5}{2}$	$\frac{11}{2}$

Dựa vào bảng biến thiên, kết luận: $m \leq \min g(x) \Leftrightarrow m \leq \frac{5}{2}$. Vậy $p+q = 5+2 = 7$.

Câu 35. Chọn C.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$. Ta có $y' = \frac{x^2 - 2mx + 2m^2 - m - 2}{(x-m)^2} = \frac{g(x)}{(x-m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định khi và chỉ khi $g(x) \geq 0, \forall x \in D$.

Điều kiện tương đương là $\Delta_{g(x)} = -m^2 + m + 2 \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$

Kết luận: Có vô số giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 36. Chọn D.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$. Ta có $y' = \frac{2x^2 - 4mx + m^2 - 2m - 1}{(x-m)^2} = \frac{g(x)}{(x-m)^2}$

Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$ khi và chỉ khi $g(x) \geq 0, \forall x > 1$ và $m \leq 1$ (1)

Vì $\Delta_g' = 2(m+1)^2 \geq 0, \forall m$ nên (1) $\Leftrightarrow g(x) = 0$ có hai nghiệm thỏa $x_1 \leq x_2 \leq 1$

Điều kiện tương đương là $\begin{cases} 2g(1) = 2(m^2 - 6m + 1) \geq 0 \\ \frac{5}{2} = m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 3 - 2\sqrt{2} \approx 0,2$.

Do đó không có giá trị nguyên dương của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 37. Chọn B.

Điều kiện xác định: $\beta \geq 2$

Yêu cầu của bài toán đưa đến giải bất phương trình $\frac{1}{2} \leq \sin 2\alpha \leq 1$

Kết luận: $\frac{\pi}{12} + k\pi \leq \alpha \leq \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ và $\beta \geq 2$.

Câu 38. Chọn C.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y' = 2 + a\cos x - b\sin x$

Áp dụng bất đẳng thức Schwartz ta có $2 - \sqrt{a^2 + b^2} \leq y' \leq 2 + \sqrt{a^2 + b^2}$

Yêu cầu của bài toán đưa đến giải bất phương trình

$$y' \geq 0, \forall x \Leftrightarrow 2 - \sqrt{a^2 + b^2} \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \leq 4.$$

Câu 39. Chọn C.

(1) $\Leftrightarrow m = x^3 - 3x^2 - 9x = f(x)$. Bảng biến thiên của $f(x)$ trên \mathbb{R} .

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
y'		0	0	
y		5	-27	

Biểu đồ biến thiên: y' dương trên $(-\infty, -1)$ và $(3, +\infty)$, âm trên $(-1, 3)$. y đạt cực đại tại $x = -1$ (giá trị 5) và cực tiểu tại $x = 3$ (giá trị -27).

Từ đó suy ra pt có đúng 1 nghiệm khi $m < -27$ hoặc $m > 5$

Câu 40. Chọn B.

Đặt $t = \sqrt{x+1}, t \geq 0$. Phương trình thành: $2t = t^2 - 1 + m \Leftrightarrow m = -t^2 + 2t + 1$

Xét hàm số $f(t) = -t^2 + 2t + 1, t \geq 0; f'(t) = -2t + 2$

Bảng biến thiên của $f(t)$:

t	0	1	$+\infty$
$f'(t)$		0	
$f(t)$		2	

Biểu đồ biến thiên: $f'(t)$ dương trên $(0, 1)$ và âm trên $(1, +\infty)$. $f(t)$ đạt cực đại tại $t = 1$ (giá trị 2).

Từ đó suy ra phương trình có nghiệm khi $m \leq 2$.

Câu 41. Chọn B

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Đặt $t = f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$. Ta có $f'(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Xét $x > 0$ ta có bảng biến thiên

x	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		-	0
$f(x)$	$\sqrt{5}$	1	$+\infty$

Khi đó phương trình đã cho trở thành $m = t^2 + t - 5 \Leftrightarrow t^2 + t - 5 - m = 0$ (1).

Nếu phương trình (1) có nghiệm t_1, t_2 thì $t_1 + t_2 = -1$. (1) có nhiều nhất 1 nghiệm $t \geq 1$.

Vậy phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm dương khi và chỉ khi phương trình (1) có đúng 1 nghiệm $t \in (1; \sqrt{5})$. Đặt $g(t) = t^2 + t - 5$. Ta đi tìm m để phương trình $g(t) = m$ có đúng 1 nghiệm $t \in (1; \sqrt{5})$. Ta có $g'(t) = 2t + 1 > 0, \forall t \in (1; \sqrt{5})$.

Bảng biến thiên:

t	1	$\sqrt{5}$
$g'(t)$		+
$g(t)$		$\sqrt{5}$

Từ bảng biến thiên suy ra $-3 < m < \sqrt{5}$ là các giá trị cần tìm.

Câu 42. Chọn C.

Bất phương trình $x^2 - 3x + 2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2$.

Bất phương trình $mx^2 + (m+1)x + m + 1 \geq 0$

$$\Leftrightarrow m(x^2 + x + 1) \geq -x - 2 \Leftrightarrow m \geq \frac{-x-2}{x^2+x+1}$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{-x-2}{x^2+x+1}$ với $1 \leq x \leq 2$. Có $f'(x) = \frac{x^2+4x+1}{(x^2+x+1)^2} > 0, \forall x \in [1;2]$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow m \geq \max_{[1;2]} f(x) \Leftrightarrow m \geq -\frac{4}{7}$$

Câu 43. Chọn B.

Đặt $t = \sqrt{\log_3^2 x + 1}$. Điều kiện: $t \geq 1$.

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Phương trình thành: $t^2 + t - 2m - 2 = 0$ (*). Khi $x \in [1; 3^{\sqrt{3}}] \Rightarrow t \in [1; 2]$

(*) $\Leftrightarrow f(t) = \frac{t^2 + t - 2}{2} = m$. Bảng biến thiên:

t	1	2
$f'(t)$		+
$f(t)$	0	2

Từ bảng biến thiên ta có: $0 \leq m \leq 2$

Câu 44. Chọn C

Điều kiện: $x \geq -\frac{1}{2}$

Phương trình $\sqrt{x^2 + mx + 2} = 2x + 1 \Leftrightarrow 3x^2 + 4x - 1 = mx$ (*)

Vì $x = 0$ không là nghiệm nên (*) $\Leftrightarrow m = \frac{3x^2 + 4x - 1}{x}$

Xét $f(x) = \frac{3x^2 + 4x - 1}{x}$. Ta có $f'(x) = \frac{3x^2 + 1}{x^2} > 0 \forall x \geq -\frac{1}{2}; x \neq 0$

Bảng biến thiên

x	$-\frac{1}{2}$	0	$+\infty$
$f'(x)$		+	+
$f(x)$	$\frac{9}{2}$	$+\infty$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có để phương trình có hai nghiệm thì $m \geq \frac{9}{2}$.

Câu 45. Chọn D.

Điều kiện: $x \geq 1$

$$\text{Pt} \Leftrightarrow 3 \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}} + m = 2 \frac{\sqrt[4]{x^2-1}}{\sqrt[4]{(x+1)^2}} \Leftrightarrow 3 \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} + m = 2 \sqrt[4]{\frac{x-1}{x+1}}$$

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$t = \sqrt[4]{\frac{x-1}{x+1}} \text{ với } x \geq 1 \text{ ta có } 0 \leq t < 1. \text{ Thay vào phương trình ta được } m = 2t - 3t^2 = f(t)$$

$$\text{Ta có: } f'(t) = 2 - 6t \text{ ta có: } f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}$$

Bảng biến thiên:

t	0	$\frac{1}{3}$	1
$f'(t)$		+	-
$f(t)$	0	$\frac{1}{3}$	

Từ bảng biến thiên ta có để phương trình có hai nghiệm khi $0 \leq m < \frac{1}{3}$

Câu 46. Chọn D.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{(1+2x)(3-x)} \text{ khi } x \in \left[-\frac{1}{2}; 3\right] \Rightarrow t \in \left[0; \frac{7\sqrt{2}}{4}\right]$$

$$\text{Thay vào bất phương trình ta được } f(t) = t^2 + t > m$$

Bảng biến thiên

t	0	$\frac{7\sqrt{2}}{4}$
$f'(t)$		+
$f(t)$	0	$\frac{49+14\sqrt{2}}{8}$

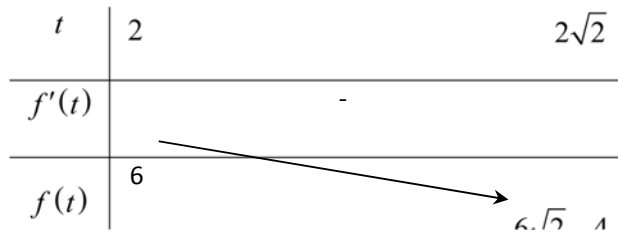
Từ bảng biến thiên ta có : $m < 0$

Câu 47. Chọn D.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{1+x} + \sqrt{3-x} \Rightarrow t^2 = 4 + 2\sqrt{(1+x)(3-x)} \Leftrightarrow 2\sqrt{(1+x)(3-x)} = t^2 - 4$$

$$\text{Với } x \in [-1; 3] \Rightarrow t \in [2; 2\sqrt{2}]. \text{ Thay vào bất phương trình ta được: } m \leq -t^2 + 3t + 4$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = -t^2 + 3t + 4; f'(t) = -2t + 3; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3}{2} < 2$$



Từ bảng biến thiên ta có $m \leq 6\sqrt{2} - 4$ thỏa đề bài

Câu 48. Chọn D.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{3+x} + \sqrt{6-x} > 0 \Rightarrow t^2 = (\sqrt{3+x} + \sqrt{6-x})^2 = 9 + 2\sqrt{(3+x)(6-x)}$$

$$\Rightarrow 9 \leq t^2 = 9 + 2\sqrt{(3+x)(6-x)} \leq 9 + (3+x) + (6-x) = 18$$

$$\Rightarrow \sqrt{18+3x-x^2} = \sqrt{(3+x)(6-x)} = \frac{1}{2}(t^2 - 9); t \in [3; 3\sqrt{2}]$$

$$\text{Xét } f(t) = -\frac{1}{2}t^2 + t + \frac{9}{2}; f'(t) = 1 - t < 0; \forall t \in [3; 3\sqrt{2}] \Rightarrow \max_{[3; 3\sqrt{2}]} f(t) = f(3) = 3$$

$$\text{ycbt} \Leftrightarrow \max_{[3; 3\sqrt{2}]} f(t) = 3 \leq m^2 - m + 1 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq -1 \text{ hoặc } m \geq 2$$

Câu 49. Chọn B

$$\text{Đặt } t = 2^x > 0 \text{ thì } m \cdot 4^x + (m-1) \cdot 2^{x+2} + m - 1 > 0, \text{ đúng } \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow m \cdot t^2 + 4(m-1) \cdot t + (m-1) > 0, \forall t > 0 \Leftrightarrow m(t^2 + 4t + 1) > 4t + 1, \forall t > 0$$

$$\Leftrightarrow g(t) = \frac{4t+1}{t^2+4t+1} < m, \forall t > 0.$$

$$\text{Ta có } g'(t) = \frac{-4t^2 - 2t}{(t^2 + 4t + 1)^2} < 0 \text{ nên } g(t) \text{ nghịch biến trên } [0; +\infty)$$

$$\text{ycbt} \Leftrightarrow \max_{t \geq 0} g(t) = g(0) = 1 \leq m$$

Câu 50. Chọn A.

$$\text{Bpt} \Leftrightarrow 3mx < x^3 - \frac{1}{x^3} + 2, \forall x \geq 1 \Leftrightarrow 3m < x^2 - \frac{1}{x^4} + \frac{2}{x} = f(x), \forall x \geq 1.$$

$$\text{Ta có } f'(x) = 2x + \frac{4}{x^5} - \frac{2}{x^2} \geq 2\sqrt{2x\left(\frac{4}{x^5}\right)} - \frac{2}{x^2} = \frac{4\sqrt{2}-2}{x^2} > 0 \text{ suy ra } f(x) \text{ tăng.}$$

$$\text{Ycbt} \Leftrightarrow f(x) > 3m, \forall x \geq 1 \Leftrightarrow \min_{x \geq 1} f(x) = f(1) = 2 > 3m \Leftrightarrow \frac{2}{3} > m$$

Câu 51. Chọn A.

$$(1) \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{\cos^2 x} + 3\left(\frac{1}{9}\right)^{\cos^2 x} \geq m. \text{ Đặt } t = \cos^2 x, 0 \leq t \leq 1$$

$$(1) \text{ trở thành } \left(\frac{2}{3}\right)^t + 3\left(\frac{1}{9}\right)^t \geq m \quad (2). \text{ Đặt } f(t) = \left(\frac{2}{3}\right)^t + 3\left(\frac{1}{9}\right)^t.$$

Ta có (1) có nghiệm \Leftrightarrow (2) có nghiệm $t \in [0;1] \Leftrightarrow m \leq \max_{t \in [0;1]} f(t) \Leftrightarrow m \leq 4$

Câu 52. Chọn C

Điều kiện: $-2 \leq x \leq 4$. Xét $f(x) = \sqrt{2x^3 + 3x^2 + 6x + 16} - \sqrt{4-x}$ trên đoạn $[-2;4]$.

$$\text{Có } f'(x) = \frac{3(x^2 + x + 1)}{\sqrt{2x^3 + 3x^2 + 6x + 16}} + \frac{1}{2\sqrt{4-x}} > 0, \forall x \in (-2;4).$$

Do đó hàm số đồng biến trên $[-2;4]$, bpt $\Leftrightarrow f(x) \geq f(1) = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow x \geq 1$.

So với điều kiện, tập nghiệm của bpt là $S = [1;4] \Rightarrow a + b = 5$.

Câu 53. Chọn A.

Điều kiện: $1 \leq x \leq 3$; bpt $\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + 2} + \sqrt{x-1} > \sqrt{(3-x)^2 + 2} + \sqrt{3-x}$

$$\text{Xét } f(t) = \sqrt{t^2 + 2} + \sqrt{t} \text{ với } t \geq 0. \text{ Có } f'(t) = \frac{t}{2\sqrt{t^2 + 2}} + \frac{1}{2\sqrt{t}} > 0, \forall t > 0.$$

Do đó hàm số đồng biến trên $[0;+\infty)$. (1) $\Leftrightarrow f(x-1) > f(3-x) \Leftrightarrow x-1 > 3 \Leftrightarrow x > 2$

So với điều kiện, bpt có tập nghiệm là $S = (2;3]$.