D. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I – ĐÁP ÁN 7.5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	B	A	D	A	C	A	C	A	A	B	D	A	C	C	A	A	D	A	B

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	A	A	B	D	C	A	D	D	A	C	C	B	C	D	A	D	C	A	A

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
B	D	D	C	A	A	C	A	A	D	A	B	A	C	D	A	B	A	C	A

61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
D	A	B	A	C	B	D	A	A	B	A									

II –HƯỚNG DẪN GIẢI

NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

*** MẶT CẦU**

Câu 1. Cho một mặt cầu có diện tích là S, thể tích khối cầu đó là V. Tính bán kính R của mặt cầu.

A. $R = \frac{3V}{S}$. **B.** $R = \frac{S}{3V}$. **C.** $R = \frac{4V}{S}$. **D.** $R = \frac{V}{3S}$

.

Hướng dẫn giải:

Ta có công thức tính diện tích mặt cầu và thể tích hình cầu là:

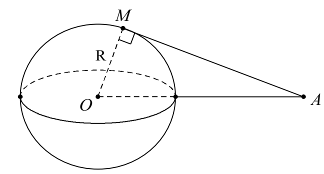
$$S = 4\pi r^2;\ V = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow \frac{3V}{S} = r.$$

Câu 2. Cho mặt cầu $S(O;R)$ và điểm A cố định với $OA = d$. Qua A, kẻ đường thẳng Δ tiếp xúc với mặt cầu $S(O;R)$ tại M. Công thức nào sau đây được dùng để tính độ dài đoạn thẳng AM?

A. $\sqrt{2R^2 - d^2}$. **B.** $\sqrt{d^2 - R^2}$. **C.** $\sqrt{R^2 - 2d^2}$. **D.** $\sqrt{d^2 + R^2}$.

Hướng dẫn giải:

Vì Δ tiếp xúc với $S(O;R)$ tại M nên $OM \perp \Delta$ tại M.



Xét tam giác OMA vuông tại M, ta có:

$AM^2 = OA^2 - OM^2 = d^2 - R^2 \Rightarrow AM = \sqrt{d^2 - R^2}$.

Câu 3. Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước là a,b,c. Gọi (S) là mặt cầu đi qua 8 đỉnh của hình hộp chữ nhật đó. Tính diện tích của hình cầu (S) theo a,b,c.

A. $\pi(a^2+b^2+c^2)$. **B.** $2\pi(a^2+b^2+c^2)$.

C. $4\pi(a^2+b^2+c^2)$. **D.** $\frac{\pi}{2}(a^2+b^2+c^2)$.

Hướng dẫn giải:

Đường kính của mặt cầu (S) chính là đường chéo của hình hộp chữ nhật, nên mặt cầu (S) có bán kính $r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$. Do đó diện tích mặt cầu (S) là: $S = 4\pi r^2 = \pi(a^2+b^2+c^2)$.

Câu 4. Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước là a,b,c. Gọi (S) là mặt cầu đi qua 8 đỉnh của hình hộp chữ nhật đó. Tâm của mặt cầu (S) là

A. một đỉnh bất kì của hình hộp chữ nhật.

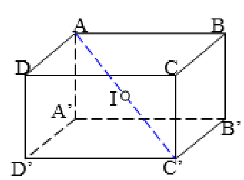
B. tâm của một mặt bên của hình hộp chữ nhật.

C. trung điểm của một cạnh của hình hộp chữ nhật.

D. tâm của hình hộp chữ nhật.

Hướng dẫn giải:

Tâm của hình hộp chữ nhật cách đều 8 đỉnh của hình hộp nên tâm của mặt cầu (S) chính là tâm của hình hộp chữ nhật.

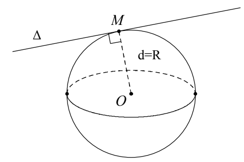


Câu 5. Cho mặt cầu $S(O;R)$ và đường thẳng Δ. Biết khoảng cách từ O tới Δ bằng d. Đường thẳng Δ tiếp xúc với $S(O;R)$ khi thỏa mãn điều kiện nào trong các điều kiện sau ?

A. $d = R$. **B.** $d > R$. **C.** $d < R$. **D.** $d \neq R$.

Hướng dẫn giải:

Đường thẳng Δ tiếp xúc với $S(O;R)$ khi $d = R$.

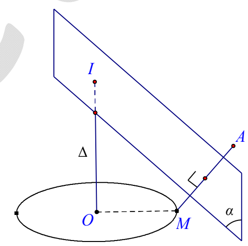


Câu 6. Cho đường tròn (C) và điểm A nằm ngoài mặt phẳng chứa (C). Có tất cả bao nhiêu mặt cầu chứa đường tròn (C) và đi qua A?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** vô số.

Hướng dẫn giải:

Trên đường tròn (C) lấy điểm điểm M_0 cố định. Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của AM_0 và đường thẳng Δ là trục của (C). Gọi I giao điểm của (α) và Δ thì mặt cầu tâm I thỏa mãn yêu cầu đề bài.



Ta sẽ chứng minh tâm I là duy nhất. Giả sử M là điểm bất kì khác nằm trên đường tròn (C), gọi (α') là mặt phẳng trung trực của AM và $I' = (\alpha') \cap \Delta$ thì mặt cầu tâm tâm I' thỏa mãn yêu cầu đề bài. Ta có:

$I'A = I'M = I'M_0 \Rightarrow I'$ thuộc mặt phẳng trung trực (α) của AM_0 nên $I' = (\alpha) \cap \Delta$.

Từ đó suy ra $I' \equiv I$. Vậy chỉ có duy nhất 1 mặt cầu thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 7. Cho hai điểm A, B phân biệt. Tập hợp tâm những mặt cầu đi qua A và B là

A. mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB. **B.** đường thẳng trung trực của AB.

C. mặt phẳng song song với đường thẳng AB. **D.** trung điểm của đoạn thẳng AB.

Hướng dẫn giải:

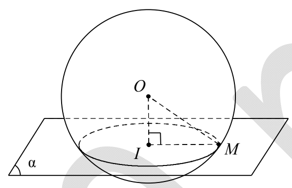
Gọi I là tâm mặt cầu đi qua hai điểm A, B cố định và phân biệt thì ta luôn có $IA = IB$. Do đó I thuộc mặt phẳng trung trực của đoạn AB.

Câu 8. Cho mặt cầu $S(O;R)$ và mặt phẳng (α). Biết khoảng cách từ O tới (α) bằng d. Nếu $d < R$ thì giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt cầu $S(O;R)$ là đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{Rd}$. **B.** $\sqrt{R^2 + d^2}$. **C.** $\sqrt{R^2 - d^2}$. **D.** $\sqrt{R^2 - 2d^2}$.

Hướng dẫn giải:

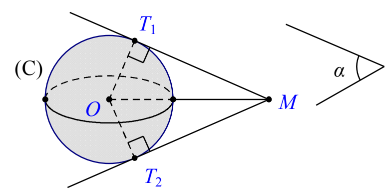
Gọi I là hình chiếu của O lên (α) và M là điểm thuộc đường giao tuyến của (α) và mặt cầu $S(O;R)$. Xét tam giác OIM vuông tại I, ta có: $OM = R$ và $OI = d$ nên $IM = \sqrt{R^2 - d^2}$.



Câu 9. Từ điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O;R)$ có thể kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến với mặt cầu ?

A. Vô số. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải:



+ Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng MO thì dễ dàng thấy rằng mp(α) luôn cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo giao tuyến là đường tròn (C) có tâm O, bán kính R. Trong mp(α), ta thấy từ điểm M nằm ngoài (C) ta luôn kẻ được 2 tiếp tuyến MT_1, MT_2 với đường tròn (C). Hai tiếp tuyến này cũng chính là tiếp tuyến với mặt cầu $S(O;R)$.

+ Do có vô số mặt phẳng (α) chứa đường thẳng MO cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo các giao tuyến là đường tròn (C) khác nhau nên cũng có vô số tiếp tuyến với mặt cầu được kẻ từ điểm M nằm ngoài mặt cầu.

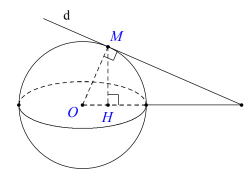
Câu 10. Một đường thẳng d thay đổi qua A và tiếp xúc với mặt cầu $S(O;R)$ tại M. Gọi H là hình chiếu của M lên đường thẳng OA. M thuộc mặt phẳng nào trong những mặt phẳng sau đây?

A. Mặt phẳng qua H và vuông góc với OA. **B.** Mặt phẳng trung trực của OA.

C. Mặt phẳng qua O và vuông góc với AM. **D.** Mặt phẳng qua A và vuông góc với OM.

Hướng dẫn giải:

Trong mặt phẳng (d,O), xét tam giác OMA vuông tại M có MH là đường cao. Ta có: $OM^2 = OH.OA \Rightarrow OH = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2}$. Do đó H cố định. Vậy M thuộc mặt phẳng vuông góc với OA tại H.

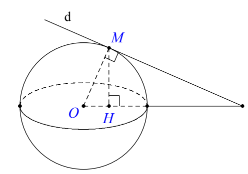


Câu 11. Một đường thẳng thay đổi d qua A và tiếp xúc với mặt cầu $S(O;R)$ tại M. Gọi H là hình chiếu của M lên đường thẳng OA. Độ dài đoạn thẳng MH tính theo R là:

A. $\frac{R}{2}$. **B.** $\frac{R\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2R\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{3R\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Trong mặt phẳng (d,O), xét tam giác OMA vuông tại M có MH là đường cao. Ta có: $MH^2 = HO.HA \Rightarrow MH^2 = \frac{R}{2}.\frac{3R}{2} \Rightarrow MH = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.



Câu 12. Thể tích của một khối cầu là $113\frac{1}{7}\,\text{cm}^3$ thì bán kính nó là bao nhiêu ? (lấy $\pi \approx \frac{22}{7}$)

A. $6\,\text{cm}$. **B.** $2\,\text{cm}$. **C.** $4\,\text{cm}$. **D.** $3\,\text{cm}$.

Hướng dẫn giải:

Thể tích khối cầu bán kính R là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow R^3 = \frac{3V}{4\pi} = \frac{3.113\frac{1}{7}}{4.\frac{22}{7}} = 27 \Rightarrow R = 3$ (cm).

Câu 13. Khinh khí cầu của nhà Mông–gôn–fie (Montgolfier) (người Pháp) phát minh ra khinh khí cầu dùng khí nóng. Coi khinh khí cầu này là một mặt cầu có đường kính 11m thì diện tích của mặt khinh khí cầu là bao nhiêu? (lấy $\pi \approx \frac{22}{7}$ và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

A. $379,94\ (\mathrm{m}^2)$. **B.** $697,19\ (\mathrm{m}^2)$. **C.** $190,14\,\mathrm{cm}$. **D.** $95,07\ (\mathrm{m}^2)$.

Hướng dẫn giải:

Diện tích của kinh khí cầu là $S=\pi d^2=\dfrac{22}{7}.11^2=379,94\ (\mathrm{m}^2)$.

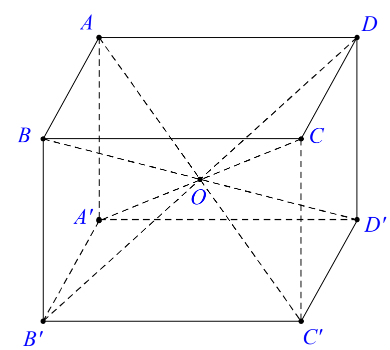
Câu 14. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh là $10\,\mathrm{cm}$. Gọi O là tâm mặt cầu đi qua 8 đỉnh của hình lập phương. Khi đó, diện tích S của mặt cầu và thể tích V của hình cầu là:

A. $S=150\pi\,(\mathrm{cm}^2);V=125\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^3)$. **B.** $S=100\sqrt{3}\pi\,(\mathrm{cm}^2);V=500\,(\mathrm{cm}^3)$.

C. $S=300\pi\,(\mathrm{cm}^2);V=500\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^3)$. **D.** $S=250\pi\,(\mathrm{cm}^2);V=500\sqrt{6}\,(\mathrm{cm}^3)$.

Hướng dẫn giải:

Dễ thấy tâm O của mặt cầu chính là tâm của hình lập phương.



Trong tam giác vuông $AA'C$ có: $AC'^2=AA'^2+A'C'^2$.

Trong tam giác vuông $A'B'C'$ có: $A'C'^2=A'B'^2+B'C'^2$.

Do đó $AC^2=100+100+100=300\Rightarrow AC=10\sqrt{3}$ (cm).

+ Bán kính mặt cầu tâm O là $R=OA=\dfrac{1}{2}AC=5\sqrt{3}$ (cm)

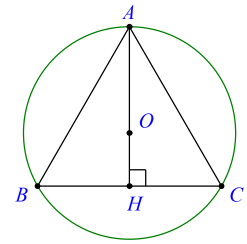
+ Diện tích mặt cầu: $S=4\pi R^2=4\pi.\left(5\sqrt{3}\right)^2=300\pi\,(\mathrm{cm}^2)$.

+ Thể tích khối cầu: $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4}{3}\pi\left(5\sqrt{3}\right)^3=500\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^3)$.

Câu 15. Cho đường tròn (C) ngoại tiếp một tam giác đều ABC có cạnh bằng a, chiều cao AH. Quay đường tròn (C) xung quanh trục AH, ta được một mặt cầu. Thể tích của khối cầu tương ứng là:

A. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{54}$. **B.** $\dfrac{4\pi a^3}{9}$. **C.** $\dfrac{4\pi a^3\sqrt{3}}{27}$. **D.** $\dfrac{4\pi a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải:



AH là đường cao trong tam giác đều cạnh a nên $AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

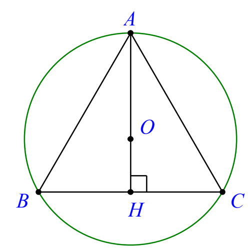
Gọi O là tâm mặt cầu ngoại tiếp ΔABC, thì $O \in AH$ và $OA = \dfrac{2}{3}AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Bán kính mặt cầu được tạo thành khi quay đường tròn (C) quanh trục AH là $R = OA = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. Vậy thể tích của khối cầu tương ứng là: $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^3 = \dfrac{4\pi a^3\sqrt{3}}{27}$ (đvtt).

Câu 16. Cho đường tròn (C) ngoại tiếp một tam giác đều ABC có cạnh bằng a, chiều cao AH. Quay đường tròn (C) xung quanh trục AH, ta được một mặt cầu. Thể tích của khối cầu tương ứng là:

A. $\dfrac{4\pi a^3\sqrt{3}}{27}$. **B.** $\dfrac{4\pi a^3}{9}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{54}$. **D.** $\dfrac{4\pi a^3}{3}$.

✍ Hướng dẫn giải:



AH là đường cao trong tam giác đều cạnh a nên $AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi O là tâm mặt cầu ngoại tiếp ΔABC, thì $O \in AH$ và $OA = \dfrac{2}{3}AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Bán kính mặt cầu được tạo thành khi quay đường tròn (C) quanh trục AH là $R = OA = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. Vậy thể tích của khối cầu tương ứng là: $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^3 = \dfrac{4\pi a^3\sqrt{3}}{27}$ (đvtt).

Câu 17. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 2a$ và $\hat{B} = 30^0$. Quay tam giác vuông này quanh trục AB, ta được một hình nón đỉnh B. Gọi S_1 là diện tích toàn phần của hình nón đó và S_2 là diện tích mặt cầu có đường kính AB. Khi đó, tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ là:

A. $\frac{S_1}{S_2}=1$. **B.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{3}{2}$.

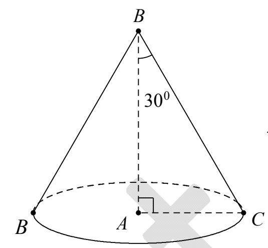
.

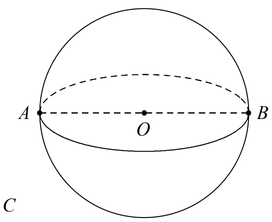
Hướng dẫn giải:

Xét tam giác ABC vuông tại A, ta có:

$AC=BC\sin 30^0=a; AB=BC\cos 30^0=a\sqrt{3}$.

Diện tích toàn phần hình nón là:





$S_1=S_{xq}+S_{day}=\pi Rl+\pi R^2=\pi a.2a+\pi a^2=3\pi a^2$.

Diện tích mặt cầu đường kính AB là:

$S_2=\pi AB^2=\pi\left(a\sqrt{3}\right)^2=3\pi a^2$.

Từ đó suy ra, tỉ số $\frac{S_1}{S_2}=1$.

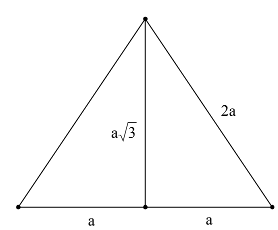
* MẶT NÓN

Câu 18. Cho hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh $2a$, diện tích xung quanh là S_1 và mặt cầu có đường kính bằng chiều cao hình nón, có diện tích S_2. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. $2S_2=3S_1$. **B.** $S_1=4S_2$. **C.** $S_2=2S_1$. **D.** $S_1=S_2$

.

Hướng dẫn giải:



Bán kính đáy của hình nón là a. Đường sinh của hình nón là $2a$.

Do đó, ta có $S_1=\pi Rl=3\pi a^2$ (1)

Mặt cầu có bán kính là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$, nên ta có

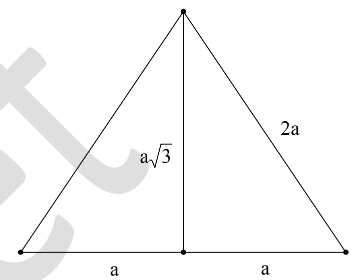
$S_2=4\pi\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2=3\pi a^2$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $S_1=S_2$.

Câu 19. Cho hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh $2a$, có thể tích V_1 và hình cầu có đường kính bằng chiều cao hình nón, có thể tích V_2. Khi đó, tỉ số thể tích $\frac{V_1}{V_2}$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=1$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải:



Hình nón có bán kính đáy là a, chiều cao $a\sqrt{3}$.

Do đó thể tích $V_1=\frac{1}{3}\pi a^2 a\sqrt{3}=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hình cầu có bán kính $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên có thể tích $V_1=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^3=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}$.

Từ đó suy ra $\frac{V_1}{V_2}=\frac{2}{3}$.

Câu 20. Tính diện tích xung quanh của hình trụ biết hình trụ có bán kính đáy a và đường cao là $a\sqrt{3}$.

A. $2\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2\sqrt{3}$. **C.** πa^2. **D.** $\pi a^2\sqrt{3}$

.

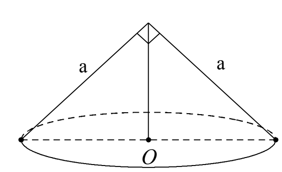
Hướng dẫn giải:

Hình trụ có bán kính đáy a và đường cao $a\sqrt{3}$ nên $S_{xq}=2\pi rh=2\pi a.a\sqrt{3}=2\pi a^2\sqrt{3}$.

Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\pi a^2\sqrt{2}$. **D.** $\frac{2\pi a^2\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải:



Thiết diện qua trục là một tam giác vuông cạnh a nên đường sinh của hình nón là a và bán kính đáy là $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên $S_{xq}=\pi\frac{a\sqrt{2}}{2}.a=\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

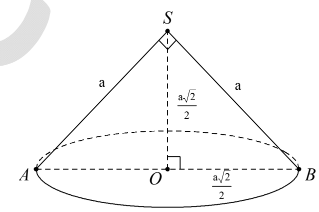
Thiết diện đi qua trục của hình nón đỉnh S là tam giác vuông cân SAB có cạnh cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích toàn phần S_{tp} của hình nón và thể tích V của khối nón tương ứng đã cho là

A. $S_{tp}=\frac{\pi a^2(1+\sqrt{2})}{2};V=\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$.
B. $S_{tp}=\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2};V=\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$.

C. $S_{tp}=\pi a^2(1+\sqrt{2});V=\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{6}$.
D. $S_{tp}=\frac{\pi a^2(\sqrt{2}-1)}{2};V=\frac{\pi a^3}{12}$.

✍ Hướng dẫn giải:

+ Do thiết diện đi qua trục là tam giác ΔSAB vuông cân tại đỉnh S, có cạnh huyền $AB=a\sqrt{2}$ nên suy ra bán kính đáy hình nón là $r=\frac{a\sqrt{2}}{2}$; đường sinh hình nón $l=SA=SB=a$; đường cao hình nón $h=SO=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.



+ Diện tích toàn phần hình nón là:

$$S_{tp}=S_{xq}+S_{day}=\pi rl+\pi r^2=\pi\frac{a\sqrt{2}}{2}a+\pi\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}+\frac{\pi a^2}{2}=\frac{\pi a^2(1+\sqrt{2})}{2}$$

(đvdt).

+ Thể tích khối nón tương ứng là: $V=\frac{1}{2}Bh=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$ (đvtt).

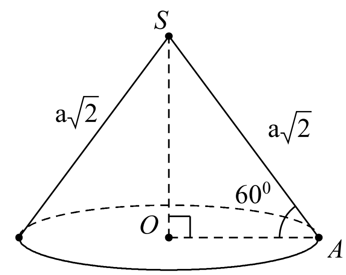
Cho hình nón tròn xoay có đỉnh là S, O là tâm của đường tròn đáy, đường sinh bằng $a\sqrt{2}$ và góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy bằng 60^0. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón và thể tích V của khối nón tương ứng là:

A. $S_{xq}=\pi a^2;V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{12}$.
B. $S_{xq}=\frac{\pi a^2}{2};V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $S_{xq}=\pi a^2\sqrt{2};V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$.
D. $S_{xq}=\pi a^2;V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$.

✍ Hướng dẫn giải:

Gọi A là một điểm thuộc đường tròn đáy hình nón. Theo giải thiết ta có đường sinh $SA = a\sqrt{2}$ và góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy là $\widehat{SAO} = 60^0$. Trong tam giác vuông SAO, ta có:



$OA = SA\cos 60^0 = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$; $SO = SA.\sin 60^0 = a\sqrt{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$

.

Diện tích xung quanh hình nón $S_{xq} = \pi rl = \pi.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a\sqrt{2} = \pi a^2$ (đvdt).

Thể tích của khối nón tròn xoay $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2.\dfrac{a\sqrt{6}}{2} = \dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{12}$

(đvtt).

Một hình nón có đường kính đáy là $2a\sqrt{3}$, góc ở đỉnh là 120^0. Tính thể tích của khối nón đó theo a.

A. $3\pi a^3$. **B.** πa^3. **C.** $2\sqrt{3}\pi a^3$. **D.** $\pi a^3\sqrt{3}$

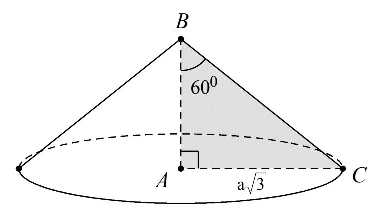
.

✍ Hướng dẫn giải:

Gọi S là đỉnh hình nón, O là tâm đáy, A là một điểm thuộc đường tròn đáy.

Theo giả thiết dễ suy ra đường tròn đáy có bán kính $R = OA = a\sqrt{3}$ (cm)

và góc $\widehat{ASO} = \dfrac{120^0}{2} = 60^0$. Xét tam giác SOA vuông tại O, ta có $SO = \dfrac{OA}{\tan 60^0} = \dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = a$. Do đó chiều cao hình nón là $h = a$.

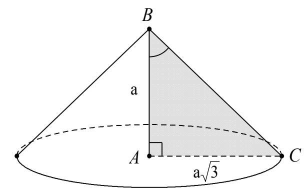


Vậy thể tích khối nón là $V = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h = \dfrac{1}{3}\pi.3a^2.a = \pi a^3$.

Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = a$ và $AC = \sqrt{3}a$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB.

A. $l = a$. **B.** $l = \sqrt{2}a$. **C.** $l = \sqrt{3}a$. **D.** $l = 2a$.

Hướng dẫn giải:



Độ dài đường sinh l bằng độ dài cạnh BC của tam giác vuông ABC.

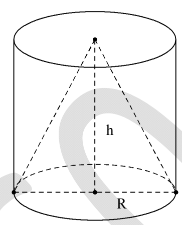
Theo định lý Pytago thì $BC^2 = AB^2 + AC^2 = a^2 + 3a^2 = 4a^2 \Rightarrow BC = 2a$

Vậy độ dài đường sinh của hình nón là $l = 2a$.

*** MẶT TRỤ**

Cho một hình trụ có bán kính đáy R, chiều cao h và thể tích V_1; một hình nón có đáy trùng với một đáy của hình trụ, có đỉnh trùng với tâm đáy còn lại của hình trụ (hình vẽ bên dưới) và có thể tích V_2.

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?



A. $V_2 = 3V_1$. **B.** $V_1 = 2V_2$. **C.** $V_1 = 3V_2$. **D.** $V_2 = V_1$.

Hướng dẫn giải:

Hình trụ có bán kính đáy R và chiều cao h nên thể tích $V_1 = \pi R^2 h$.

Hình nón có bán kính đáy R và chiều cao h nên thể tích $V_2 = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.

Từ đó suy ra $V_1 = 3V_2$.

Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy R, chiều cao là h.

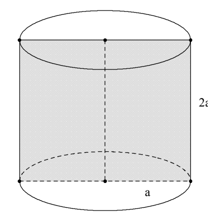
A. $V = \pi R^2 h$. **B.** $V = \pi R h^2$. **C.** $V = \pi^2 R h$. **D.** $V = 2\pi R h$.

Hướng dẫn giải: Áp dụng công thức thể tích khối trụ, đáp án là $V = \pi R^2 h$.

Một hình trụ có bán kính đáy a, có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. πa^2. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $3\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

✍ Hướng dẫn giải:



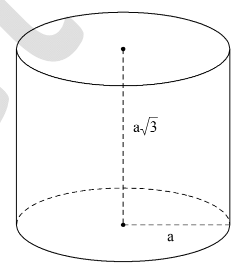
Một hình trụ có bán kính đáy a, có thiết diện qua trục là một hình vuông nên chiều cao hình trụ bằng $2a$. Do đó diện tích xung quanh hình trụ là

$S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi.a.2a = 4\pi a^2$.

Tính diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy a và đường cao $a\sqrt{3}$.

A. $2\pi a^2\left(\sqrt{3}-1\right)$. **B.** $\pi a^2\sqrt{3}$. **C.** $\pi a^2\left(1+\sqrt{3}\right)$. **D.** $2\pi a^2\left(1+\sqrt{3}\right)$.

✍ Hướng dẫn giải:



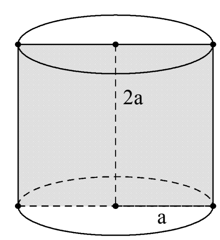
Ta có: $S_{xq} = 2\pi a.a\sqrt{3} = 2\pi a^2\sqrt{3}$; $S_{day} = \pi a^2$.

Do đó $S_{tp} = 2\pi a^2\sqrt{3} + 2\pi a^2 = 2\pi a^2(1+\sqrt{3})$.

Tính thể tích của khối trụ biết bán kính đáy của hình trụ đó bằng a và thiết diện đi qua trục là một hình vuông.

A. $2\pi a^3$. **B.** $\frac{2}{3}\pi a^3$. **C.** $4\pi a^3$. **D.** πa^3.

✍ Hướng dẫn giải:



Theo bài ra thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông nên hình trụ có bán kính đáy là a, chiều cao $2a$. Do đó thể tích khối trụ là:

$V = \pi R^2 h = \pi a^2.2a = 2\pi a^3$.

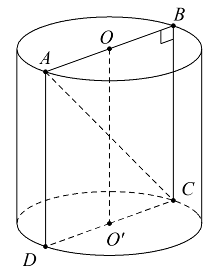
Tính thể tích của khối trụ biết chu vi đáy của hình trụ đó bằng $6\pi\,(\text{cm})$ và thiết diện đi qua trục là một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng $10\ (\text{cm})$.

A. $48\pi\,(\text{cm}^3)$. **B.** $24\pi\,(\text{cm}^3)$. **C.** $72\pi\,(\text{cm}^3)$. **D.** $18\pi\sqrt{34}72\pi\,(\text{cm}^3)$.

✍ Hướng dẫn giải:

Gọi O, O' là hai tâm của đáy hình trụ và thiết diện qua trục là hình chữ nhật $ABCD$.

Do chu vi đáy của hình trụ đó bằng $6\pi\,(\text{cm})$ nên bán kính đáy của hình trụ là $R = \dfrac{C}{2\pi} = \dfrac{6\pi}{2\pi} = 3\,(\text{cm})$.



Vì thiết diện đi qua trục là một hình chữ nhật ABCD có $AC = 10$ (cm) và $AB = 2R = 6\,(\text{cm})$ nên chiều cao của hình trụ là: $h = OO' = BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ (cm).

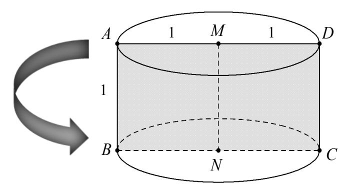
Vậy thể tích khối trụ là: $V = \pi R^2 h = \pi.3^2.8 = 72\pi\,(\text{cm}^3)$.

Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

A. $S_{tp} = 6\pi$. **B.** $S_{tp} = 2\pi$. **C.** $S_{tp} = 4\pi$. **D.** $S_{tp} = 10\pi$.

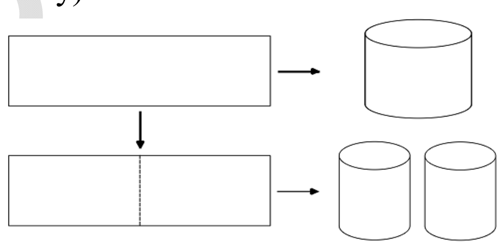
Hướng dẫn giải:

Ta có $S_{tp} = S_{xq} + S_{2day} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi R(h+R)$.



Hình trụ đã cho có chiều cao là $h = MN = AB = 1$ và bán kính đáy $R = \dfrac{AD}{2} = 1$. Do đó diện tích toàn phần hình trụ là: $S_{tp} = 2\pi(1+1) = 4\pi$

Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước 50cm x 240cm, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50cm, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):



- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.
- Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2}=1$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=2$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=4$.

Hướng dẫn giải:

Gọi R và r lần lượt là bán kính đáy của mỗi thùng đựng nước hình trụ được làm theo cách 1 và cách 2.

Gọi C_1 và C_2 lần lượt là chu vi đáy của mỗi thùng đựng nước hình trụ được làm theo cách 1 và cách 2.

Ta có: $\begin{cases} C_1 = 2\pi R \\ C_2 = 2\pi r \end{cases} \Rightarrow \frac{C_1}{C_2} = \frac{R}{r} = 2$ (vì cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau nên $C_1 = 2C_2$).

Thùng làm theo cả hai cách đều có cùng chiều cao h nên ta có: $\begin{cases} V_1 = \pi R^2 h \\ V_2 = 2\pi r^2 h \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}\left(\frac{R}{r}\right)^2 = 2.$

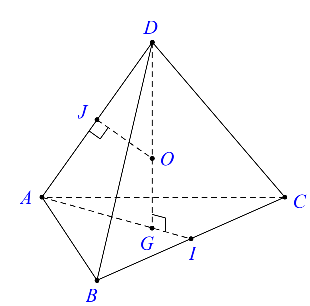
VẬN DỤNG THẤP

Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình tứ diện đều cạnh a.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh a. Gọi I là trung điểm cạnh BC, G là trọng tâm của tam giác ABC. Ta có $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}; AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ và DG là trục của tam giác ABC.



Trong mp(DAG) kẻ trung trực của DA cắt DG tại O thì $OD = OA = OB = OC$ nên O chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Bán kính R của mặt cầu bằng độ dài đoạn OD.

Trong tam giác ADG vuông tại G, ta có:

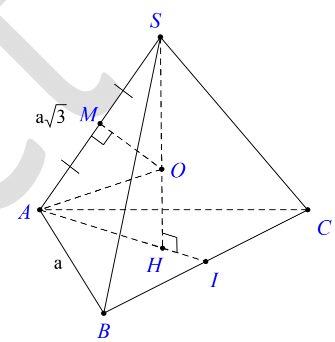
$$DA^2 = DG^2 + GA^2 \Rightarrow DG^2 = DA^2 - GA^2 = a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{6a^2}{9} \Rightarrow DG = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Mặt khác do tứ giác $AGOI$ nội tiếp nên ta có: $DJ.DA = DO.DG \Rightarrow DO = \dfrac{DA^2}{2DG} \Rightarrow R = DO = \dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tam giác đều $S.ABC$, biết các cạnh đáy có độ dài bằng a, cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$.

A. $\dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$. **B.** $\dfrac{3a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\dfrac{3a\sqrt{6}}{8}$.

Hướng dẫn giải:



Gọi H là tâm của tam giác đều ABC, ta có $SH \perp (ABC)$ nên SH là trục của tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của SA, trong mp(SAH) kẻ trung trực của SA cắt SH tại O thì $OS = OA = OB = OC$ nên O chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Bán kính mặt cầu là $R = SO$.

Vì hai tam giác SMO và SHA đồng dạng nên ta có $\dfrac{SO}{SA} = \dfrac{SM}{SH}$.

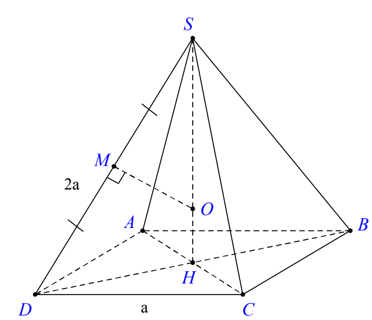
Suy ra $R = SO = \dfrac{SM.SA}{SH} = \dfrac{SA^2}{2SH} = \dfrac{3a\sqrt{6}}{8}$.

Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$.

A. $\dfrac{2a\sqrt{14}}{7}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{7}}{3\sqrt{2}}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{2}}{7}$.

Hướng dẫn giải:

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi H là tâm đáy thì SH là trục của hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của SD, trong mp (SDH) kẻ trung trực của đoạn SD cắt SH tại O thì $OS = OA = OB = OC = OD$ nên O chính là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. Bán kính mặt cầu là $R = SO$.



Ta có $\Delta SMO \backsim \Delta SHD \Rightarrow \dfrac{SO}{SD} = \dfrac{SM}{SH} \Rightarrow R = SO = \dfrac{SD.SM}{SH} = \dfrac{SD^2}{2SH}$.

Với $SH^2 = SD^2 - HD^2 = 4a^2 - \frac{a^2}{2} = \frac{7a^2}{2} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$.

Vậy $R = \frac{SD^2}{2SH} = \frac{2a\sqrt{14}}{7}$.