

4.1.3. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LÔGARIT.

Câu 65. Hàm số $f(x) = e^x \left(\ln 2 + \frac{e^{-x}}{\sin^2 x} \right)$ có họ nguyên hàm là

A. $F(x) = e^x \ln 2 - \cot x + C.$

B. $F(x) = e^x \ln 2 + \cot x + C.$

C. $F(x) = e^x \ln 2 + \frac{1}{\cos^2 x} + C.$

D. $F(x) = e^x \ln 2 - \frac{1}{\cos^2 x} + C.$

Hướng dẫn giải: $\int f(x)dx = \int \left(e^x \ln 2 + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx = e^x \ln 2 - \cot x + C$

Câu 66. Hàm số $f(x) = 3^x - 2^x \cdot 3^x$ có nguyên hàm bằng

A. $\frac{3^x}{\ln 3} - \frac{6^x}{\ln 6} + C.$

B. $3^x \ln 3(1 + 2^x \ln 2) + C.$

C. $\frac{3^x}{\ln 3} + \frac{3^x \cdot 2^x}{\ln 6} + C.$

D. $\frac{3^x}{\ln 3} + \frac{6^x}{\ln 3 \cdot \ln 2} + C.$

Hướng dẫn giải: $\int f(x)dx = \int (3^x + 6^x)dx = \frac{3^x}{\ln 3} + \frac{6^x}{\ln 6} + C$

Câu 67. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = (e^{-x} + e^x)^2$ thỏa mãn điều kiện $F(0) = 1$ là

A. $F(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x} + \frac{1}{2}e^{2x} + 2x + 1.$

B. $F(x) = -2e^{-2x} + 2e^{2x} + 2x + 1.$

C. $F(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x} + \frac{1}{2}e^{2x} + 2x.$

D. $F(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x} + \frac{1}{2}e^{2x} + 2x - 1.$

Hướng dẫn giải: Ta có $F(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x} + \frac{1}{2}e^{2x} + 2x + C, F(0) = 1 \Leftrightarrow C = 1$

Câu 68. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}.$

A. $F(x) = 2x - 3 \ln|x+1| + C.$

B. $F(x) = 2x + 3 \ln|x+1| + C.$

C. $F(x) = 2x - \ln|x+1| + C.$

D. $F(x) = 2x + \ln|x+1| + C.$

Hướng dẫn giải: $\int \frac{2x-1}{x+1} dx = \int \left(2 - \frac{3}{x+1} \right) dx = 2x - 3 \ln|x+1| + C$

Câu 69. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + 2x + 3}{2x+1}.$

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

A. $F(x) = \frac{1}{8}(2x+1)^2 + \frac{5}{4}\ln|2x+1| + C.$

B.

$F(x) = \frac{1}{8}(2x+1)^2 + 5\ln|2x+1| + C.$

C. $F(x) = (2x+1)^2 + \ln|2x+1| + C.$

D. $F(x) = (2x+1)^2 - \ln|2x+1| + C.$

Hướng dẫn giải:

$$\int \frac{2x^2 + 2x + 3}{2x+1} dx = \int \left(\frac{2x+1}{2} + \frac{5}{2(2x+1)} \right) dx = \frac{1}{8}(2x+1)^2 + \frac{5}{4}\ln|2x+1| + C$$

Câu 70. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^3 - x}{x^2 + 1}.$

A. $F(x) = \frac{x^2}{2} - \ln(x^2 + 1) + C.$

B. $F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln(x^2 + 1) + C.$

C. $F(x) = x^2 - \ln(x^2 + 1) + C.$

D. $F(x) = x^2 + \ln(x^2 + 1) + C.$

Hướng

dẫn

giải:

$$\int \frac{x^3 - x}{x^2 + 1} dx = \int \left(x - \frac{2x}{x^2 + 1} \right) dx = \frac{x^2}{2} - \int \frac{d(x^2 + 1)}{x^2 + 1} = \frac{x^2}{2} - \ln(x^2 + 1) + C$$

Câu 71. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x \ln x + x}.$

A. $F(x) = \ln|\ln x + 1| + C.$

B. $F(x) = \ln|\ln x - 1| + C.$

C. $F(x) = \ln|x + 1| + C.$

D. $F(x) = \ln x + 1 + C.$

Hướng dẫn giải: $\int \frac{1}{x(\ln x + 1)} dx = \int \frac{d(\ln x + 1)}{(\ln x + 1)} = \ln|\ln x + 1| + C$

Câu 72. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x + 1}.$

A. $F(x) = e^x - \ln(e^x + 1) + C.$

B. $F(x) = e^x + \ln(e^x + 1) + C.$

C. $F(x) = \ln(e^x + 1) + C.$

D. $F(x) = e^{2x} - e^x + C.$

Hướng dẫn giải: $\int \frac{e^{2x}}{e^x + 1} dx = \int \left(e^x - \frac{e^x}{e^x + 1} \right) dx = e^x - \int \frac{d(e^x + 1)}{e^x + 1} = e^x - \ln(e^x + 1) + C$

4.1.4. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ CHỨA CĂN THỨC.

Câu 73. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$.

A. $\int f(x) dx = 2\sqrt{x} - 2\ln(1+\sqrt{x}) + C.$

B.

$\int f(x) dx = 2\sqrt{x} + 2\ln(1+\sqrt{x}) + C.$

C. $\int f(x) dx = \ln(1+\sqrt{x}) + C.$

D. $\int f(x) dx = 2 + 2\ln(1+\sqrt{x}) + C.$

Hướng dẫn giải

Đặt $t = 1 + \sqrt{x} \Rightarrow x = (t-1)^2 \Rightarrow dx = 2(t-1)dt.$

Khi đó $\int \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx = \int \frac{2(t-1)dt}{t} = 2\int \left(1 - \frac{1}{t}\right) dt = 2(t - \ln|t|) + C_1$

$= 2(\sqrt{x} + 1 - \ln|1 + \sqrt{x}|) + C_1 = 2\sqrt{x} - 2\ln(1 + \sqrt{x}) + C.$ (Với $C = 2 + C_1$ và $1 + \sqrt{x} > 0$)

Câu 74. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x+1}}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}(x+4)\sqrt{x+1} + C.$

B. $\int f(x) dx = (x+4)\sqrt{x+1} + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{x}{2(x+1)\sqrt{x+1}} + C.$

D. $\int f(x) dx = \sqrt{x+1} + \frac{1}{\sqrt{x+1}} + C.$

Hướng dẫn giải: $\int \frac{x+2}{\sqrt{x+1}} dx = \int \left(\sqrt{x+1} + \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right) d(x+1) = \frac{2}{3}(x+4)\sqrt{x+1} + C$

Câu 75. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{1-x}}$.

A. $\int f(x) dx = -\frac{2}{3}(2x+1)\sqrt{1-x} + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}(2x+1)\sqrt{1-x} + C.$

C. $\int f(x) dx = -\frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{1-x} + C.$

D.

$\int f(x) dx = -2\sqrt{1-x} + \frac{1}{\sqrt{1-x}} + C.$

Hướng dẫn giải

$$\int \frac{2x-1}{\sqrt{1-x}} dx = -\int \left(-2\sqrt{1-x} + \frac{1}{\sqrt{1-x}} \right) d(1-x)$$

$$= \frac{2}{3}(1-x)^{\frac{3}{2}} - 2(1-x)^{\frac{1}{2}} + C = -\frac{2}{3}(2x+1)\sqrt{1-x} + C$$

Câu 76. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{3x^2+2}}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}\sqrt{3x^2+2} + C.$

B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}\sqrt{3x^2+2} + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{6}\sqrt{3x^2+2} + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}\sqrt{3x^2+2} + C.$

Hướng dẫn giải: $\int \frac{x}{\sqrt{3x^2+2}} dx = \frac{1}{6} \int \frac{d(3x^2+2)}{\sqrt{3x^2+2}} = \frac{1}{3}\sqrt{3x^2+2} + C$

Câu 77. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}}$.

A. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}(x^2+8)\sqrt{4-x^2} + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}(x^2+8)\sqrt{4-x^2} + C$

C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}\sqrt{4-x^2} + C.$

D.

$\int f(x) dx = -\frac{2}{3}(x^2+8)\sqrt{4-x^2} + C.$

Hướng dẫn giải: Đặt $t = \sqrt{4-x^2} \Rightarrow x^2 = 4-t^2 \Rightarrow x dx = -t dt$. Khi đó

$$\int \frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}} dx = \int \frac{(4-t^2)(-t dt)}{t} = \int (t^2-4) dt = \frac{t^3}{3} - 4t + C$$

$$= \frac{(\sqrt{4-x^2})^3}{3} - 4\sqrt{4-x^2} + C = -\frac{1}{3}(x^2+8)\sqrt{4-x^2} + C$$

4.1.5. PHƯƠNG PHÁP NGUYÊN HÀM TỪNG PHẦN

Câu 78. Tính $F(x) = \int (2x-1)e^{1-x} dx = e^{1-x}(Ax+B) + C$. Giá trị của biểu thức $A+B$ bằng:

A. -3 .

B. 3 .

C. 0 .

D. 5 .

Hướng dẫn giải:

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng phương pháp bảng.

u và đạo hàm của u	dv và nguyên hàm của v
$2x-1$	e^{1-x}
2	$-e^{1-x}$
0	e^{1-x}

Do đó $F(x) = -(2x-1)e^{1-x} - 2e^{1-x} + C = e^{1-x}(-2x-1) + C$.

Vậy $A+B = -3$.

- Câu 79.** Tính $F(x) = \int e^x \cos x dx = e^x(A \cos x + B \sin x) + C$. Giá trị của biểu thức $A+B$ bằng
- A. 1. B. -1. C. 2. D. -2.

Hướng dẫn giải:

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng bảng

u và đạo hàm của u	dv và nguyên hàm của v
e^x	$\cos x$
e^x	$\sin x$
e^x	$-\cos x$

Do đó $F(x) = e^x \sin x + e^x \cos x - F(x) + C_1$ hay $F(x) = \frac{1}{2}(e^x \sin x + e^x \cos x) + C$.

Vậy $A+B = 1$.

- Câu 80.** Tính $F(x) = \int 2x(3x-2)^6 dx = A(3x-2)^8 + Bx(3x-2)^7 + C$. Giá trị của biểu thức $12A+11B$ là
- A. 1. B. -1. C. $\frac{12}{11}$. D. $-\frac{12}{11}$.

Hướng dẫn giải:

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng bảng

u và đạo hàm của u	dv và nguyên hàm của v
$2x$	$(3x-2)^6$
2	$\frac{1}{21}(3x-2)^7$

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

0	$\frac{1}{504}(3x-2)^8$
---	-------------------------

Do đó $F(x) = \frac{2}{21}x(3x-2)^7 - \frac{1}{252}(3x-2)^8 + C$. Vậy $12A+11B=1$.

Câu 81. Tính $F(x) = \int x^2\sqrt{x-1}dx = ax^2(x-1)\sqrt{x-1} + bx(x-1)^2\sqrt{x-1} + c(x-1)^3\sqrt{x-1} + C$.

Giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng:

- A. $\frac{2}{7}$ B. $\frac{-2}{7}$ C. $\frac{142}{105}$ D. $\frac{-142}{105}$

Hướng dẫn giải:

Phương pháp tự luận:

Đặt $u = x^2, dv = \sqrt{x-1}dx$ ta được

$$F(x) = \int x^2\sqrt{x-1}dx = \frac{2}{3}x^2(x-1)\sqrt{x-1} - \frac{8}{15}x(x-1)^2\sqrt{x-1} + \frac{16}{105}(x-1)^3\sqrt{x-1} + C$$

Vậy $a+b+c = \frac{-82}{105}$.

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng phương pháp bảng

u và đạo hàm của u	dv và nguyên hàm của v
x^2	$(x-1)^{\frac{1}{2}}$
$2x$	$\frac{2}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}}$
2	$\frac{4}{15}(x-1)^{\frac{5}{2}}$
0	$\frac{8}{105}(x-1)^{\frac{7}{2}}$

$$F(x) = \int x^2\sqrt{x-1}dx = \frac{2}{3}x^2(x-1)\sqrt{x-1} - \frac{8}{15}x(x-1)^2\sqrt{x-1} + \frac{16}{105}(x-1)^3\sqrt{x-1} + C$$

Vậy $a+b+c = \frac{2}{7}$.

Câu 82. Tính $F(x) = \int \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx$. Chọn kết quả đúng:

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

A. $F(x) = x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{1+x^2} + C.$

B. $F(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + C.$

C. $F(x) = x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) + \sqrt{1+x^2} + C.$

D.

$F(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - x\sqrt{1+x^2} + C.$

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận: Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần với $u = \ln(x + \sqrt{1+x^2}); dv = dx$

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng phương pháp bảng

u và đạo hàm của u	dv và nguyên hàm của v
$\ln(x + \sqrt{1+x^2})$	1
$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ (Chuyển $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ qua dv)	x
1	$\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ (Nhân $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ từ u)
0	$\sqrt{1+x^2}$

Câu 83. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3 e^{x^2}$ và đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua gốc tọa độ O . Chọn kết quả đúng:

A. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 e^{x^2} - \frac{1}{2}e^{x^2} + \frac{1}{2}.$

B. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 e^{x^2} + \frac{1}{2}e^{x^2} - \frac{1}{2}.$

C. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 e^{x^2} - \frac{1}{2}e^{x^2} - \frac{1}{2}.$

D. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 e^{x^2} + \frac{1}{2}e^{x^2} + \frac{1}{2}.$

Hướng dẫn giải:

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Phương pháp tự luận: Đặt $u = x^2, dv = xe^{x^2}$ chọn $du = 2xdx, v = \frac{1}{2}e^{x^2}$ ta được

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2e^{x^2} - \frac{1}{2}e^{x^2} + C. \text{ Đồ thị đi qua } O(0;0) \text{ nên } C = \frac{1}{2}.$$

Phương pháp trắc nghiệm:

u và đạo hàm của u	dv và nguyên hàm của v
x^2	xe^{x^2}
$2x$ (chuyển $2x$ qua dv)	$\frac{1}{2}e^{x^2}$
1	xe^{x^2} (nhận $2x$ từ u)
0	$\frac{1}{2}e^{x^2}$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2e^{x^2} - \frac{1}{2}e^{x^2} + C. \text{ Đồ thị đi qua } O(0;0) \text{ nên } C = \frac{1}{2}.$$

Câu 84. Tính $F(x) = \int \sqrt{x^2 - 1} dx$ bằng:

A. $F(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{x^2 - 1} - \frac{1}{2}\ln|x + \sqrt{x^2 - 1}| + C.$ **B.**

$$F(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{x^2 - 1} + \frac{1}{2}\ln|x + \sqrt{x^2 - 1}| + C.$$

C. $F(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{x^2 - 1} - \frac{1}{2}\ln|x - \sqrt{x^2 - 1}| + C.$ **D.**

$$F(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{x^2 - 1} + \frac{1}{2}\ln|x - \sqrt{x^2 - 1}| + C.$$

Hướng dẫn giải:

Cách 1: Sử dụng định nghĩa $F'(x) = f(x) \Leftrightarrow F'(x) - f(x) = 0$

Nhập máy tính $\frac{d}{dx}(F(x)) - f(x)$. CALC x tại một số giá trị ngẫu nhiên trong tập xác định, nếu kết quả xấp xỉ bằng 0 thì chọn.

Cách 2: Đặt $u = \sqrt{x^2 - 1}, dv = dx$ ta được $F(x) = x\sqrt{x^2 - 1} - F(x) - J(x)$

với $J(x) = \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 1}}$, bằng cách đặt $u = x + \sqrt{x^2 - 1}$ ta được $J(x) = \ln|x + \sqrt{x^2 - 1}| + C$

$$\text{Vậy } F(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{x^2-1} - \frac{1}{2}\ln|x+\sqrt{x^2-1}| + C.$$

4.1.6. ÔN TẬP

Câu 85. Kết quả của $\int \sin^2 x \cos x dx$ bằng

- A. $\frac{1}{3}\sin^3 x + C$. B. $\sin^3 x + C$. C. $-\frac{1}{3}\sin^3 x + C$. D. $-\sin^3 x + C$.

Hướng dẫn giải: Ta có $\int \sin^2 x \cos x dx = \int \sin^2 x d(\sin x) = \frac{1}{3}\sin^3 x + C$.

Câu 86. Tính $\int \cos^2 x \sin x dx$ bằng

- A. $-\frac{1}{3}\cos^3 x + C$. B. $-\cos^3 x + C$. C. $\frac{1}{3}\cos^3 x + C$. D. $\cos^3 x + C$.

Hướng dẫn giải: Ta có $\int \cos^2 x \sin x dx = -\int \cos^2 x d(\cos x) = -\frac{1}{3}\cos^3 x + C$.

Câu 87. Kết quả của $\int \sin^3 x dx$ bằng

- A. $\frac{\cos^3 x}{3} - \cos x + C$. B. $-\frac{\cos^3 x}{3} - \cos x + C$.
C. $3\sin^2 x \cdot \cos x + C$. D. $\frac{\cos^3 x}{6} - \cos x + C$.

Hướng dẫn giải:

$$\int \sin^3 x dx = \int (1 - \cos^2 x) \sin x dx = -\int (1 - \cos^2 x) d(\cos x) = \frac{1}{3}\cos^3 x - \cos x + C.$$

Câu 88. Kết quả của $\int \cos^3 x dx$ bằng

- A. $\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + C$. B. $\sin x + \frac{\sin^3 x}{3} + C$.
C. $3\sin^2 x \cdot \cos x + C$. D. $-\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + C$.

Hướng dẫn giải:

$$\int \cos^3 x dx = \int (1 - \sin^2 x) \cos x dx = \int (1 - \sin^2 x) d(\sin x) = \sin x - \frac{1}{3}\sin^3 x + C.$$

Câu 89. Kết quả của $\int \sin^4 x \cos x dx$ bằng

- A. $\frac{1}{5} \sin^5 x + C$. B. $-\frac{1}{5} \sin^5 x + C$. C. $\sin^5 x + C$. D.
 $-\sin^5 x + C$.

Hướng dẫn giải: Ta có $\int \sin^4 x \cos x dx = \int \sin^4 x d(\sin x) = \frac{1}{5} \sin^5 x + C$.

Câu 90. Tính $\int \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x} dx$ bằng

- A. $e^{\tan x} + C$. B. $\tan x \cdot e^{\tan x} + C$. C. $e^{-\tan x} + C$. D.
 $-e^{\tan x} + C$.

Hướng dẫn giải: $\int \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x} dx = \int e^{\tan x} d(\tan x) = e^{\tan x} + C$.

Câu 91. Tính $\int \frac{1}{\sqrt{x} \cos^2 \sqrt{x}} dx$ bằng:

- A. $2 \tan \sqrt{x} + C$. B. $\tan \sqrt{x} + C$. C. $\tan^2 \sqrt{x} + C$. D.
 $\frac{1}{2} \tan \sqrt{x} + C$.

Hướng dẫn giải: $\int \frac{1}{\sqrt{x} \cos^2 \sqrt{x}} dx = 2 \int \frac{1}{\cos^2 \sqrt{x}} d(\sqrt{x}) = 2 \tan \sqrt{x} + C$.

Câu 92. Tính $\int \frac{3x^2}{x^3+1} dx$ bằng

- A. $\ln|x^3+1| + C$. B. $\frac{4x^3}{x^4+4x} + C$. C. $\ln(x^3+1) + C$. D.
 $\frac{x^3}{x^4+x} + C$.

Hướng dẫn giải: $\int \frac{3x^2}{x^3+1} dx = \int \frac{1}{x^3+1} d(x^3+1) = \ln|x^3+1| + C$.

Câu 93. Tính $\int \frac{6x^2-12x}{x^3-3x^2+6} dx$ bằng

- A. $2 \ln|x^3-3x^2+6| + C$. B. $\ln|x^3-3x^2+6| + C$.
C. $\frac{1}{2} \ln|x^3-3x^2+6| + C$. D. $2 \ln(x^3-3x^2+6) + C$.

Hướng

dẫn

giải:

$$\int \frac{6x^2 - 12x}{x^3 - 3x^2 + 6} dx = 2 \int \frac{1}{x^3 - 3x^2 + 6} d(x^3 - 3x^2 + 6) = 2 \ln|x^3 - 3x^2 + 6| + C.$$

Câu 94. Tính $\int \frac{4x^3 + 2x}{x^4 + x^2 + 3} dx$ bằng

A. $\ln|x^4 + x^2 + 3| + C.$

B. $2 \ln|x^4 + x^2 + 3| + C.$

C. $\frac{1}{2} \ln|x^4 + x^2 + 3| + C.$

D. $-2 \ln(x^4 + x^2 + 3) + C.$

Hướng dẫn giải: $\int \frac{4x^3 + 2x}{x^4 + x^2 + 3} dx = \int \frac{1}{x^4 + x^2 + 3} d(x^4 + x^2 + 3) = \ln|x^4 + x^2 + 3| + C.$

Câu 95. Tính $\int \frac{x^2 + 1}{x^3 + 3x - 1} dx$ bằng

A. $\frac{1}{3} \ln|x^3 + 3x - 1| + C.$

B. $\ln|x^3 + 3x - 1| + C.$

C. $\ln|x^3 + 3x - 1| + C.$

D. $\frac{1}{3} \ln(x^3 + 3x - 1) + C.$

Hướng dẫn giải: $\int \frac{x^2 + 1}{x^3 + 3x - 1} dx = \frac{1}{3} \int \frac{1}{x^3 + 3x - 1} d(x^3 + 3x - 1) = \frac{1}{3} \ln|x^3 + 3x - 1| + C.$

Câu 96. Tính $\int e^{6x-5} dx$ bằng

A. $\frac{1}{6} e^{6x-5} + C.$

B. $e^{6x-5} + C.$

C. $6e^{6x-5} + C.$

D.

$e^{6x+5} - C.$

Hướng dẫn giải: $\int e^{6x-5} dx = \frac{1}{6} \int e^{6x-5} d(6x-5) = \frac{1}{6} e^{6x-5} + C.$

Câu 97. Tính $\int e^{-x-5} dx$ bằng

A. $-e^{-x-5} + C.$

B. $e^{-x-5} + C.$

C. $e^{x+5} + C.$

D.

$-e^{x+5} + C.$

Hướng dẫn giải: $\int e^{-x-5} dx = -\int e^{-x-5} d(-x-5) = -e^{-x-5} + C.$

Câu 98. Tính $\int (5-9x)^{12} dx$ bằng

A. $-\frac{(5-9x)^{13}}{117} + C$. B. $\frac{(5-9x)^{13}}{117} + C$. C. $\frac{(5-9x)^{13}}{13} + C$. D. $\frac{(5-9x)^{13}}{9} + C$.

Hướng dẫn giải: $\int (5-9x)^{12} dx = -\frac{1}{9} \int (5-9x)^{12} d(5-9x) = -\frac{(5-9x)^{13}}{117} + C$.

Câu 99. Tính $\int \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) dx$ bằng

A. $\frac{1}{5} \sin\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) + C$. B. $\sin\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) + C$.
C. $-5 \sin\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) + C$. D. $-\frac{1}{5} \sin\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) + C$.

Hướng dẫn giải: $\int \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) dx = \frac{1}{5} \int \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) d\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{5} \sin\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) + C$.

Câu 100. Tính $\int \frac{1}{\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} dx$ bằng

A. $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C$. B. $4 \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C$.
C. $-\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C$. D. $\frac{1}{4} \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C$.

Hướng dẫn giải: $\int \frac{1}{\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} dx = \int \frac{1}{\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} d\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C$.

Câu 101. Tính $\int \frac{1}{(\cos x + \sin x)^2} dx$ bằng

A. $-\frac{1}{2} \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C$. B. $\frac{1}{2} \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C$.
C. $-\cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C$. D. $-\frac{1}{4} \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C$.

Hướng dẫn giải

$$\int \frac{1}{(\cos x + \sin x)^2} dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} d\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2} \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C$$

Câu 102. Tính $\int \frac{12x+5}{3x+1} dx$ bằng

A. $4x + \frac{1}{3} \ln|3x+1| + C$.

B. $\frac{6x^2+5x}{x^3+x} + C$.

C. $4x + \ln|3x+1| + C$.

D. $4x + \frac{1}{3} \ln(3x+1) + C$.

Hướng dẫn giải: $\int \frac{12x+5}{3x+1} dx = \int \left(4 + \frac{1}{3x+1}\right) dx = 4x + \frac{1}{3} \ln|3x+1| + C$.

Câu 103. Tính $\int \frac{2x^2+x}{2x-1} dx$ bằng

A. $\frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{2} \ln|2x-1| + C$.

B. $\frac{x^2}{2} + x + \ln|2x-1| + C$.

C. $\frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{2} \ln(2x-1) + C$.

D. $\frac{x^2}{2} + x + 2 \ln(2x-1) + C$.

Hướng dẫn giải: $\int \frac{2x^2+x}{2x-1} dx = \int \left(x+1 + \frac{1}{2x-1}\right) dx = \frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{2} \ln|2x-1| + C$.

Câu 104. Tính $\int \frac{-x}{(x+1)^2} dx$ bằng

A. $-\frac{1}{x+1} - \ln|x+1| + C$.

B. $\frac{1}{x+1} - \ln|x+1| + C$.

C. $-\frac{1}{x+1} + \ln|x+1| + C$.

D. $-\frac{1}{x+1} - \ln(x+1) + C$.

Hướng dẫn giải: $\int \frac{-x}{(x+1)^2} dx = \int \left(\frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{x+1}\right) dx = -\frac{1}{x+1} - \ln|x+1| + C$.

Câu 105. Tính $\int \sin x(2 + \cos x) dx$ bằng

A. $-2 \cos x - \frac{1}{4} \cos 2x + C$

B. $2 \cos x - \frac{1}{4} \cos 2x + C$

C. $2 \cos x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$

D. $2 \cos x + \frac{1}{2} \cos 2x + C$

Hướng

dẫn

giải:

$$\int \sin x(2 + \cos x)dx = \int (2 \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x)dx = -2 \cos x - \frac{1}{4} \cos 2x + C.$$

Câu 106. Tính $\int x.2^x dx$ bằng:

A. $\frac{x.2^x}{\ln 2} - \frac{2^x}{\ln^2 2} + C.$

B. $\frac{2^x(x-1)}{\ln 2} + C.$

C. $2^x(x+1) + C.$

D. $2^x(x-1) + C.$

Hướng dẫn giải

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = 2^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{2^x}{\ln 2} \end{cases}. \text{ Ta có } \int x2^x dx = \frac{x.2^x}{\ln 2} - \int \frac{2^x}{\ln 2} dx = \frac{x.2^x}{\ln 2} - \frac{2^x}{\ln^2 2} + C.$$

Câu 107. Tính $\int \ln x dx$ bằng:

A. $x \ln x - x + C.$

B. $x \ln x - \frac{x^2}{2} \ln x + C.$

C. $\frac{1}{x} \ln x - x + C.$

D. $x \ln x - \frac{1}{x} + C.$

Hướng dẫn giải

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = x \end{cases}. \text{ Ta có } \int \ln x dx = x \ln x - \int dx = x \ln x - x + C.$$

Câu 108. Tính $\int 2x \ln(x-1) dx$ bằng:

A. $(x^2 - 1) \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} - x + C.$

B. $x^2 \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} - x + C.$

C. $(x^2 + 1) \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} - x + C.$

D. $(x^2 - 1) \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} + x + C.$

Hướng dẫn giải

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(x-1) \\ dv = 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x-1} dx \\ v = x^2 - 1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \int 2x \ln(x-1) dx = (x^2 - 1) \ln(x-1) - \int (x+1) dx = (x^2 - 1) \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} - x + C.$$

Câu 109. Tính $\int \left(\sin x + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx$ bằng:

A. $-\cos x + \tan x + C$.

B. $\cos x + \tan x + C$.

C. $\cos x - \tan x + C$.

D. $-\cos x - \frac{1}{\cos x} + C$.

Hướng dẫn giải: Ta có $\int \left(\sin x + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = -\cos x + \tan x + C$

Câu 110. Hàm số $F(x) = \ln |\sin x - \cos x|$ là một nguyên hàm của hàm số

A. $f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$.

B. $f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$.

C. $f(x) = \frac{1}{\sin x + \cos x}$.

D. $f(x) = \frac{1}{|\sin x - \cos x|}$.

Hướng dẫn giải: Ta có $F'(x) = \frac{(\sin x - \cos x)'}{\sin x - \cos x} = \frac{\cos x + \sin x}{\sin x - \cos x}$.

Câu 111. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 1$ thỏa mãn điều kiện $F(-2) = 3$ là:

A. $F(x) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + x - \frac{37}{3}$.

B. $F(x) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + x + C$.

C. $F(x) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + x$.

D. $F(x) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + x + \frac{37}{3}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $F(x) = \int (3x^3 - 2x^2 + 1) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + x + C$ và $F(-2) = 3 \Leftrightarrow C = -\frac{37}{3}$

Vậy $F(x) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + x - \frac{37}{3}$.