

Câu 33. Chọn đáp án A

$$\text{Hàm số xác định } \log_3(x-2) - 3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 0 \\ x-2 \geq 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 29$$

$$\text{Tập xác định } D = [29; +\infty)$$

Câu 34. Chọn đáp án A

$$y = (x^2 + 2x)e^{-x} \Rightarrow y' = (x^2 + 2x)' e^{-x} + (e^{-x})' (x^2 + 2x) \\ \Rightarrow y' = (2x + 2)e^{-x} - e^{-x}(x^2 + 2x) = (-x^2 + 2)e^{-x}$$

Câu 35. Chọn đáp án A

$$\text{Hàm số có tập xác định là } \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$$

Câu 36. Chọn đáp án A. Sử dụng điều kiện xác định của các hàm số.

Câu 37. Chọn đáp án A

Sử dụng lý thuyết phép suy đồ thị.

Câu 38. Chọn đáp án A

$$y = ex + e^{-x} \Rightarrow y' = e - e^{-x}. \text{ Suy ra } y' = 0 \Leftrightarrow e - e^{-x} = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

Câu 39. Chọn đáp án A

Nhận dạng đồ thị:

- Dựa vào đồ thị thì hàm đã cho đồng biến \Rightarrow loại C và D.
- Đồ thị đã cho qua điểm $A(2; 2)$. Thử với hai đáp án còn lại \Rightarrow loại B.

Câu 40. Chọn đáp án A

Trên đoạn $[-1; 1]$, ta có: $f'(x) = xe^x(x+2)$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = -2$ (loại).

$$\text{Ta có: } f(-1) = \frac{1}{e}; f(0) = 0; f(1) = e$$

$$\text{Suy ra: } \max_{[-1; 1]} f(x) = e$$

Câu 41. Chọn đáp án A

Sử dụng lý thuyết phép suy đồ thị.

Câu 42. Chọn đáp án A

$$\text{Hàm số xác định } \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$$

Tập xác định $D = (1; +\infty)$

Câu 43. Chọn đáp án A

Đặt $t = |x|$, với $x \in [-2; 2] \Rightarrow t \in [0; 2]$

Xét hàm $f(t) = 2^t$ trên đoạn $[0; 2]$; $f(t)$ đồng biến trên $[0; 2]$

$$\max_{[-2; 2]} y = \max_{[0; 2]} f(t) = 4; \quad \min_{[-2; 2]} y = \min_{[0; 2]} f(t) = 1$$

Hoặc với $x \in [-2; 2] \Rightarrow |x| \in [0; 2]$. Từ đây, suy ra: $2^0 \leq 2^{|x|} \leq 2^2 \Leftrightarrow 1 \leq 2^{|x|} \leq 4$

Câu 44. Chọn đáp án A

Tập xác định $D = (0; +\infty)$; $y' = \frac{1 - \ln x}{\ln^2 x}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = e$

Hàm y' đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x = e$ nên $x = e$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 45. Chọn đáp án A

Do $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ là hai hàm đồng biến nên $a, b > 1$

Do $y = \log_c x$ nghịch biến nên $c < 1$. Vậy c bé nhất.

Mặt khác: Lấy $y = m$, khi đó tồn tại $x_1, x_2 > 0$ để $\begin{cases} \log_a x_1 = m \\ \log_b x_2 = m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^m = x_1 \\ b^m = x_2 \end{cases}$

Dễ thấy $x_1 < x_2 \Rightarrow a^m < b^m \Rightarrow a < b$

Vậy $b > a > c$.

Câu 46. Chọn đáp án A

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1-x > 0 \\ x-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2m+1 \\ x > m \end{cases}$

Suy ra, tập xác định của hàm số là $D = (m; 2m+1)$, với $m \geq -1$.

Hàm số xác định trên $(2; 3)$ suy ra $(2; 3) \subset D \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ 2m+1 \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ m \geq 1 \end{cases}$

Câu 47. Chọn đáp án A

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

Đạo hàm: $y' = \ln(1 + \sqrt{1+x^2})$; $y' = 0 \Leftrightarrow 1 + \sqrt{1+x^2} = 1 \Leftrightarrow x = 0$

Lập bảng biến thiên :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$
y			

Câu 48. Chọn đáp án A

$$y = \ln \frac{1}{x+1} = -\ln(x+1) \Rightarrow y' = -\frac{1}{x+1}$$

Ta có: $xy' + 1 = x\left(-\frac{1}{x+1}\right) + 1 = -\frac{x}{x+1} + 1 = \frac{1}{x+1}$, $e^y = e^{\ln \frac{1}{x+1}} = \frac{1}{x+1}$.

Câu 49. Chọn đáp án A

Ta biến đổi hàm số về dạng $y = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$

$$\Rightarrow y' = \frac{(e^{2x} - 1)'(e^{2x} + 1) - (e^{2x} + 1)'(e^{2x} - 1)}{(e^{2x} + 1)^2} = \frac{4e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2}$$

Câu 50. Chọn đáp án A

$$y = x \sin x \Rightarrow y' = \sin x + x \cos x \Rightarrow y'' = 2 \cos x - x \sin x$$

Ta có: $xy'' - 2y' + xy = x(2 \cos x - x \sin x) - 2(\sin x + x \cos x) + x(x \sin x) = -2 \sin x$

Câu 51. Chọn đáp án A

Do $y = a^x$ và $y = b^x$ là hai hàm đồng biến nên $a, b > 1$.

Do $y = c^x$ nghịch biến nên $c < 1$. Vậy x bé nhất.

Mặt khác: Lấy $x = m$, khi đó tồn tại $y_1, y_2 > 0$ để $\begin{cases} a^m = y_1 \\ b^m = y_2 \end{cases}$

Để thấy $y_1 < y_2 \Rightarrow a^m < b^m \Rightarrow a < b$

Vậy $b > a > c$.