

**C. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**I – ĐÁP ÁN**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	C	B	D	B	C	A	B	C	C	A	A	A	D	C	D	D	D	A	B

2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
D	A	B	A	A	A	C	D	C	D	D	A	D	C	B	C	C	B	C	D

4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	6
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
D	C	C	B	A	D	B	D	B	A	B	A	D	C	B	A	C	C	B	B

6	6	6	6	6	6	6	6												
1	2	3	4	5	6	7	8												
C	B	C	D	D	D	B	A												

**II – HƯỚNG DẪN GIẢI**

**Câu 1.** Chọn B.

Gọi  $M(x_0; y_0)$  là điểm cố định cần tìm.

Ta có  $y_0 = (m-1)x_0 + 3 - m, \forall m$

$$\Leftrightarrow (x_0 - 1)m - x_0 - y_0 + 3 = 0, \forall m \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 - 1 = 0 \\ -x_0 - y_0 + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = 2 \end{cases} \Rightarrow M(1; 2).$$

**Phương pháp trắc nghiệm**

Chúng ta có thể thử từng đáp án để kiểm tra, tức là thế tọa độ điểm  $M$  vào phương trình hàm số luôn đúng với mọi  $m$  thì điểm đó là điểm cố định.

**Câu 2.** Chọn C.

Gọi  $M(x_0; y_0)$  là điểm cố định cần tìm.

Ta có  $y_0 = x_0^2 + 2mx_0 - m + 1$

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$\Leftrightarrow (2x_0 - 1)m + x_0^2 + 1 - y_0 = 0, \forall m \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0 - 1 = 0 \\ x_0^2 + 1 - y_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{1}{2} \\ y_0 = \frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{4}\right).$$

### Phương pháp trắc nghiệm

Chúng ta có thể thử từng đáp án để kiểm tra, tức là thế tọa độ điểm  $M$  vào phương trình hàm số luôn đúng với mọi  $m$  thì điểm đó là điểm cố định.

**Câu 3.** Chọn B.

Gọi  $M(x_0; y_0)$  là điểm cố định cần tìm.

Ta có  $y_0 = x_0^3 - 3x_0^2 + mx_0 + m, \forall m$

$$\Leftrightarrow (x_0 + 1)m + x_0^3 - 3x_0^2 - y_0 = 0, \forall m \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + 1 = 0 \\ x_0^3 - 3x_0^2 - y_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = -4 \end{cases} \Rightarrow M(-1; -4)$$

### Phương pháp trắc nghiệm

Chúng ta có thể thử từng đáp án để kiểm tra, tức là thế tọa độ điểm  $M$  vào phương trình hàm số luôn đúng với mọi  $m$  thì điểm đó là điểm cố định.

**Câu 4.** Chọn D.

Gọi  $M(x_0; y_0)$  là điểm cố định cần tìm.

Ta có

$$y_0 = x_0^4 - 2mx_0^2 + 3, \forall m \Leftrightarrow 2x_0^2m + y_0 - 3 - x_0^4 = 0, \forall m \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0^2 = 0 \\ y_0 - 3 - x_0^4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 3 \end{cases} \Rightarrow M(0; 3).$$

### Phương pháp trắc nghiệm

Chúng ta có thể thử từng đáp án để kiểm tra, tức là thế tọa độ điểm  $M$  vào phương trình hàm số luôn đúng với mọi  $m$  thì điểm đó là điểm cố định.

**Câu 5.** Chọn B.

Gọi  $M(x_0; y_0)$  là điểm cố định cần tìm.

Ta có  $y_0 = \frac{(m+1)x_0 + m}{x_0 + m}, \forall m \neq 0 \Leftrightarrow x_0 y_0 + m y_0 = m x_0 + x_0 + m, \forall m \neq 0$

$$\Leftrightarrow m(y_0 - x_0 - 1) + x_0 y_0 - x_0 = 0, \forall m \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y_0 - x_0 - 1 = 0 \\ x_0 y_0 - x_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 1 \end{cases} \Rightarrow M(0; 1).$$

### Phương pháp trắc nghiệm

## Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

Chúng ta có thể thế từng đáp án để kiểm tra, tức là thế tọa độ điểm M vào phương trình hàm số luôn đúng với mọi m thì điểm đó là điểm cố định

**Câu 6.** Chọn C.

Gọi  $M(x_0; y_0)$  là điểm cố định cần tìm.

$$\text{Ta có: } y_0 = x_0^3 - 3mx_0^2 - x_0 + 3m, \forall m$$

$$\Leftrightarrow 3(1-x_0^2)m + x_0^3 - x_0 - y_0 = 0, \forall m \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x_0^2 = 0 \\ x_0^3 - x_0 - y_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = 0 \end{cases}.$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho đi qua hai điểm cố định.

**Câu 7.** Chọn A.

Gọi  $M\left(a; \frac{2a-1}{a-1}\right) \in (C)$  với  $a \neq 1$ .

Tiệm cận đứng của  $(C)$  là  $x = 1$ .

$$\text{Ta có } |a-1| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \end{cases}. \text{ Vậy } M(0; 1), M(2; 3).$$

**Câu 8.** Chọn B.

Gọi  $M(x_0; y_0)$  là điểm cố định cần tìm.

$$\text{Ta có } y_0 = (1-2m)x_0^4 + 3mx_0^2 - m - 1, \forall m$$

$$\Leftrightarrow (2x_0^4 - 3x_0^2 + 1)m + y_0 - x_0^4 + 1 = 0, \forall m \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0^4 - 3x_0^2 + 1 = 0 \\ y_0 - x_0^4 + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x_0 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ y_0 = -\frac{3}{4} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ y_0 = -\frac{3}{4} \end{cases}.$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho đi qua bốn điểm cố định.

**Câu 9.** Chọn C.

Gọi  $M\left(a; \frac{2a+1}{a-1}\right) \in (C)$  với  $a \neq 1$ .

Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của  $(C)$  lần lượt có phương trình  $x = 1, y = 2$ .

Khoảng cách từ  $M$  đến tiệm cận đứng là  $h_1 = |a-1|$

**Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí**

Khoảng cách từ  $M$  đến tiệm cận ngang là  $h_2 = \left| \frac{2a+1}{a-1} - 2 \right| = \frac{3}{|a-1|}$

Tổng khoảng cách từ  $M$  đến hai đường tiệm cận bằng 4 nên ta có:

$$h_1 + h_2 = 4 \Leftrightarrow |a-1| + \frac{3}{|a-1|} = 4 \Leftrightarrow |a-1|^2 - 4|a-1| + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |a-1| = 3 \\ |a-1| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ a = -2 \\ a = 2 \\ a = 0 \end{cases}$$

Vậy các điểm cần tìm là:  $(2; 5)$ ,  $(0; -1)$ ,  $(4; 3)$ ,  $(-2; 1)$ .

**Câu 10.** Chọn C.

Gọi  $M(x_M; y_M)$  là điểm cố định cần tìm.

Ta có  $y_M = \frac{2x_M^2 + (1-m)x_M + 1 + m}{-x_M + m}, \forall m \neq -2$

$$\Leftrightarrow -x_M y_M + m y_M = 2x_M^2 + x_M - m x_M + 1 + m, \forall m \neq -2$$

$$\Leftrightarrow (x_M + y_M - 1)m - x_M y_M - 2x_M^2 - x_M - 1 = 0, \forall m \neq -2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_M + y_M - 1 = 0 \\ -x_M y_M - 2x_M^2 - x_M - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_M = 1 - x_M \\ -x_M(1 - x_M) - 2x_M^2 - x_M - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -1 \\ y_M = 2 \end{cases} \Rightarrow M(-1; 2)$$

Vậy  $x_M + y_M = 1$ .

**Câu 11.** Chọn A.

Gọi  $A(x_0; y_0)$ ,  $x_0 < 0$  là điểm cố định cần tìm.

Ta có  $y_0 = -x_0^3 + m x_0^2 - x_0 - 4m, \forall m$

$$\Leftrightarrow (x_0^2 - 4)m - x_0^3 - x_0 - y_0 = 0, \forall m \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 - 4 = 0 \\ -x_0^3 - x_0 - y_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = -2 \\ y_0 = 10 \end{cases} \Rightarrow A(-2; 10).$$

Lại có  $y' = -3x^2 + 2mx - 1 \Rightarrow y'(-2) = -4m - 13$

Phương trình tiếp tuyến của  $(C_m)$  tại  $A(-2; 10)$  có dạng  $y = (-4m - 13)(x + 2) + 10$  hay  $y = (-4m - 13)x - 8m - 16$  ( $\Delta$ ).

**Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí**

Đường phân giác góc phần tư thứ nhất có phương trình  $d : y = x$ .

Vì  $\Delta$  vuông góc với  $d$  nên ta có  $-4m - 13 = -1 \Leftrightarrow m = -3$ .

**Câu 12.** Chọn A.

Gọi  $M(x_0; y_0)$  với  $x_0 \in \mathbb{Z} \setminus \{-2\}, y_0 \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 \in \mathbb{Z} \setminus \{-2\} \\ \frac{2}{x_0 + 2} \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow x_0 + 2 \in \{-2; -1; 1; 2\} \Rightarrow x_0 \in \{-4; -3; -1; 0\}$$

Vậy trên đồ thị (C) có bốn điểm có tọa độ nguyên.

**Câu 13.** Chọn A.

Gọi  $A(a; a^3 - 5a^2 + 6a + 3), B(b; b^3 - 5b^2 + 6b + 3)$  là hai điểm trên (C) đối xứng nhau qua gốc tọa độ, ta có

$$\begin{cases} a + b = 0 \\ a^3 + b^3 - 5(a^2 + b^2) + 6(a + b) + 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow -10a^2 + 6 = 0 \Rightarrow a = \pm \sqrt{\frac{3}{5}}.$$

**Câu 14.** Chọn D.

Gọi  $M(x_0; y_0)$  với  $x_0 \in \mathbb{N}^*, y_0 \in \mathbb{N}^*$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 \in \mathbb{N}^* \\ \frac{3}{2x_0 - 1} \in \mathbb{N}^* \end{cases} \Rightarrow 2x_0 - 1 \in \{1; 3\} \Rightarrow x_0 \in \{1; 2\}$$

$\Rightarrow M_1(-1; -1), M_2(0; -3), M_3(1; 3)$  và  $M_4(2; 1)$ .

Vậy trên đồ thị (C) có hai điểm có tọa độ là các số nguyên dương.

**Câu 15.** Chọn C.

Gọi  $M(x_0; y_0)$  với  $x_0 \in \mathbb{Z}, y_0 \in \mathbb{Z}$ .

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 \in \mathbb{Z} \\ \frac{4}{3x_0 - 2} \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow 3x_0 - 2 \in \{-4; -2; -1; 1; 2; 4\} \Rightarrow x_0 \in \left\{-\frac{2}{3}; 0; \frac{1}{3}; 1; \frac{4}{3}; 2\right\}$$

Do  $x_0 \in \mathbb{Z} \Rightarrow M_1(0; -2), M_2(1; 4)$  và  $M_3(2; 1)$ .

Vậy trên đồ thị (C) có ba điểm có tọa độ là các số nguyên.

**Câu 16.** Chọn D.

Ta có  $y' = x^3 - 2x, y'' = 3x^2 - 2 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = \frac{-2}{3}$ . Vậy  $x_1 \cdot x_2 = \frac{-2}{3}$ .

**Câu 17.** Chọn D.

Gọi  $M(x_0; y_0)$  với  $x_0 \in \mathbb{Z}, y_0 \in \mathbb{Z}$ .

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 \in \mathbb{Z} \\ \frac{6}{4x_0 - 1} \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow 4x_0 - 1 \in \{-6; -3; -2; -1; 1; 2; 3; 6\} \Rightarrow x_0 \in \left\{-\frac{5}{4}; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}; 0; \frac{1}{2}; \frac{3}{4}; 1; \frac{7}{4}\right\}$$

Do  $x_0 \in \mathbb{Z} \Rightarrow M_1(0; -6)$  và  $M_2(1; 2)$ .

Vậy trên đồ thị (C) có hai điểm có tọa độ là các số nguyên.

**Câu 18.** Chọn D.

Gọi  $M(x_0; y_0)$  với  $x_0 \in \mathbb{Z}, y_0 \in \mathbb{Z}$ .

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 \in \mathbb{Z} \\ y_0 = 1 + \frac{9}{x_0 + 1} \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow x_0 + 1 \in \{-9; -3; -1; 1; 3; 9\} \Rightarrow x_0 \in \{-10; -4; -2; 0; 2; 8\}$$

$\Rightarrow M_1(-10; 0), M_2(-4; -2), M_3(-2; -8), M_4(0; 10), M_5(2; 4)$  và  $M_6(8; 2)$ .

Vậy trên đồ thị (C) có sáu điểm có tọa độ là các số nguyên.

**Câu 19.** Chọn A.

Gọi  $M(x_0; y_0)$  với  $x_0 \in \mathbb{Z}, y_0 \in \mathbb{Z}$ .

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 \in \mathbb{Z} \\ y_0 = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{5}{2x_0 - 1} \right) \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow 2x_0 - 1 \in \{-5; -1; 1; 5\} \Rightarrow x_0 \in \{-2; 0; 1; 3\}$$

$$\not\Rightarrow x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 0 \Rightarrow M(-2; 0) \quad \not\Rightarrow x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 3 \Rightarrow M(1; 3)$$

$$\not\Rightarrow x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -2 \Rightarrow M(0; -2) \quad \not\Rightarrow x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 1 \Rightarrow M(3; 1)$$

Vậy trên đồ thị (C) có bốn điểm có tọa độ là các số nguyên.

**Câu 20.** Chọn B.

Gọi  $M(x_0; y_0)$  với  $x_0 \in \mathbb{Z}, y_0 \in \mathbb{Z}$ .

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 \in \mathbb{Z} \\ y_0 = \frac{1}{3} \left( 5 - \frac{11}{3x_0 + 1} \right) \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow 3x_0 + 1 \in \{-11; -1; 1; 11\} \Rightarrow x_0 \in \left\{-4; -\frac{2}{3}; 0; \frac{10}{3}\right\}$$

$$\not\Rightarrow x_0 = -4 \Rightarrow y_0 = 2 \Rightarrow M(-4; 2)$$

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$\approx x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -2 \Rightarrow M(0; -2)$$

Vậy trên đồ thị (C) có hai điểm có tọa độ là các số nguyên.

**Câu 21.** Chọn D.

Gọi  $M(x_0; y_0)$  với  $x_0 \in \mathbb{Z}, y_0 \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 \in \mathbb{Z} \\ y_0 = 2 + \frac{7}{4x_0 + 2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow 4x_0 + 2 \in \{-7; -1; 1; 7\} \Rightarrow x_0 \in \left\{-\frac{9}{4}; -\frac{3}{4}; -\frac{1}{4}; \frac{5}{4}\right\} \end{cases}$$

Do  $x_0 \in \mathbb{Z}$  nên trên đồ thị (C) không có điểm nào có tọa độ nguyên.

**Câu 22.** Chọn A

Gọi  $M\left(a; \frac{a+2}{a-2}\right) \in (C); a > 0$  và  $a \neq 2$ , ta có

$$d = |a-2| + \left|\frac{a+2}{a-2} - 1\right| = |a-2| + \frac{4}{|a-2|} \geq 4$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi  $|a-2|^2 = 4 \Leftrightarrow |a-2| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 4 \end{cases}$ .

Kết luận  $M(4; 3)$ .

**Câu 23.** Chọn B.

Gọi  $M(x; y)$  là điểm trên đồ thị (C), gọi  $N$  là điểm đối xứng với  $M$  qua  $I$ , ta có  $N(4-x; 36-y)$ . Vì  $N$  thuộc (C), ta có

$$\begin{cases} 36-y = (4-x)^3 + 3(4-x)^2 - 2 \\ y = x^3 + 3x^2 - 2 \end{cases} \Rightarrow x^3 + 3x^2 - 2 = -(4-x)^3 - 3(4-x)^2 + 38 \Leftrightarrow x = 2$$

Vậy có tất cả một cặp điểm thuộc đồ thị (C) thỏa mãn yêu cầu đề bài.

**Câu 24.** Chọn A.

Gọi  $M(x_0; y_0)$  với  $x_0 \in \mathbb{Z}, y_0 \in \mathbb{Z}$ .

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 \in \mathbb{Z} \\ y_0 = 3 + \frac{8}{x_0 - 1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow x_0 - 1 \in \{-8; -4; -2; -1; 1; 2; 4; 8\} \Rightarrow x_0 \in \{-7; -3; -1; 0; 2; 3; 5; 9\} \end{cases}$$

$\Rightarrow M_1(-7; 2), M_2(-3; 1), M_3(-1; -1), M_4(0; -5), M_5(2; 1), M_6(3; 7), M_7(5; 5)$  và  $M_8(9; 4)$ . Vậy có 2 điểm thỏa mãn yêu cầu đề bài.

**Câu 25.** Chọn A.

Gọi  $M\left(a; \frac{a+2}{a-1}\right) \in (C)$  với  $a > 0, a \neq 1$ ; tọa độ giao điểm các tiệm cận là  $I(1;1)$ , ta có

$$MI^2 = (a-1)^2 + \left(\frac{a+2}{a-1} - 1\right)^2 = (a-1)^2 + \frac{9}{(a-1)^2} \geq 6.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi  $(a-1)^4 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{3} + 1 \\ a = -\sqrt{3} + 1 \end{cases}$ . Vì  $M$  có hoành độ dương

nên chọn  $a = \sqrt{3} + 1$ , suy ra  $M(\sqrt{3} + 1; \sqrt{3} + 1)$  nên  $x_M - y_M = 0$ .

**Câu 26.** Chọn A.

Gọi  $A(x_A; x_A^3 + 3x_A - 2), B(x_B; x_B^3 + 3x_B - 2)$  là hai điểm trên  $(C)$  đối xứng nhau qua  $I(2;18)$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_A + x_B = 2x_I \\ y_A + y_B = 2y_I \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_B = 4 & (1) \\ x_A^3 + 3x_A - 2 + x_B^3 + 3x_B - 2 = 36 & (2) \end{cases}$$

Thay (1) vào (2) ta được

$$x_A^3 + 3x_A - 2 + (4 - x_A)^3 + 3(4 - x_A) - 2 = 36 \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 1 \Rightarrow x_B = 3 \\ x_A = 3 \Rightarrow x_B = 1 \end{cases}$$

Vậy cặp điểm cần tìm là  $A(1;2), B(3;34)$ .

**Câu 27.** Chọn C.

Gọi  $A(x_A; x_A^3 - 4x_A^2 + 9x_A + 4), B(x_B; x_B^3 - 4x_B^2 + 9x_B + 4)$  là hai điểm trên  $(C)$  đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_A + x_B = 2x_O \\ y_A + y_B = 2y_O \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_B = 0 & (1) \\ x_A^3 - 4x_A^2 + 9x_A + 4 + x_B^3 - 4x_B^2 + 9x_B + 4 = 0 & (2) \end{cases}$$

Thay (1) vào (2) ta được

$$x_A^3 - 4x_A^2 + 9x_A + 4 + (-x_A)^3 - 4(-x_A)^2 + 9(-x_A) + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -1 \Rightarrow x_B = 1 \\ x_A = 1 \Rightarrow x_B = -1 \end{cases}$$

Vậy cặp điểm cần tìm là  $A(1;10), B(-1;-10)$ .

**Câu 28.** Chọn D.

Gọi  $A(a; a^3 + a), B(b; b^3 + b)$  là hai điểm trên  $(C)$  đối xứng nhau qua đường thẳng

$$d: y = -\frac{1}{2}x \text{ hay } d: x + 2y = 0.$$



Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

Ta có: 
$$\begin{cases} I \in d & (1) \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_d = 0 & (2) \end{cases}$$
 (với  $I$  là trung điểm của  $AB$  và  $\vec{u}_d(2; -1)$  là vectơ chỉ phương của  $d$ )

$$\text{Từ (1) ta có } \frac{a^3 + a + b^3 + b}{2} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{a+b}{2}$$

$$\Leftrightarrow (a+b)(2a^2 - 2ab + 2b^2 + 3) = 0 \Leftrightarrow a = -b \quad (3)$$

$$\text{(vì } 2a^2 - 2ab + 2b^2 + 3 = 2\left(a^2 - ab + b^2 + \frac{3}{2}\right) = 2\left(a - \frac{1}{2}b\right)^2 + \frac{3}{2}b^2 + 3 > 0, \forall a, b)$$

Với  $\overrightarrow{AB} = (b-a; (b-a)(a^2 + ab + b^2 + 2))$ , từ (2) ta có

$$2(b-a) - (b-a)(a^2 + ab + b^2 + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (b-a)(a^2 + ab + b^2 - 1) = 0$$

$$\Rightarrow a^2 + ab + b^2 - 1 = 0 \quad (4) \quad (\text{Vì } a \neq b)$$

Thay (3) vào (4) ta được  $a^2 - a^2 + a^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \Rightarrow b = -1 \\ a = -1 \Rightarrow b = 1 \end{cases}$

Vậy cặp điểm cần tìm là  $A(1; 2)$ ,  $B(-1; -2)$ .

**Câu 29.** Chọn C.

Đồ thị hàm số có phương trình tiệm cận ngang là  $y = 1$

$$\text{Gọi } M\left(a; \frac{a+1}{a-2}\right) \in (C), a \neq 2. \text{ Ta có } \left|\frac{a+1}{a-2} - 1\right| = 1 \Leftrightarrow \left|\frac{3}{a-2}\right| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ a = -1 \end{cases}$$

Vậy  $M(5; 2), M(-1; 0)$ .

**Câu 30.** Chọn D.

Đồ thị hàm số  $(C_m)$  có hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ khi và chỉ khi tồn tại  $x_0 \neq 0$  sao cho  $y(x_0) = -y(-x_0) \Leftrightarrow$  tồn tại  $x_0 \neq 0$  sao cho  $x_0^3 - 3x_0^2 + m = -[(-x_0)^3 - 3(-x_0)^2 + m] \Leftrightarrow$  tồn tại  $x_0 \neq 0$  sao cho  $3x_0^2 = m \Leftrightarrow m > 0$ .

**Câu 31.** Chọn D.

Giao điểm của hai tiệm cận là  $I(-1; 1)$ , gọi  $M\left(a; \frac{a-3}{a+1}\right) \in (C)$  với  $a \neq -1$  ta có

$$MI^2 = (a+1)^2 + \left(\frac{a-3}{a+1} - 1\right)^2 = (a+1)^2 + \frac{16}{(a+1)^2} \geq 8 \Rightarrow MI \geq 2\sqrt{2}.$$

**Câu 32.** Chọn A.

**Phương pháp tự luận**

Tiệm cận  $x=1, y=1 \Rightarrow I(1,1)$ . Gọi  $M\left(m, \frac{m+1}{m-1}\right) \in (C)$ , ta tìm được tọa độ

$$A\left(1, \frac{m+3}{m-1}\right), B(2m-1, 1).$$

$$\text{Diện tích } S = \frac{1}{2} IA \cdot IB = \frac{1}{2} \left| \frac{m+3}{m-1} - 1 \right| \cdot |2m-1-1| = 4.$$

**Phương pháp trắc nghiệm**

Cho đồ thị hàm số  $(C): y = \frac{ax+b}{cx+d}$ . Gọi  $M$  là điểm tùy ý thuộc  $(C)$ . Tiếp tuyến tại  $M$  cắt hai tiệm cận tại  $A, B$ . Gọi  $I$  là giao điểm hai tiệm cận. Khi đó diện tích tam giác  $ABI$  luôn là hằng số. Cách tính nhanh:

1. Chọn  $M(2,3)$  thuộc  $(C)$ . Viết phương trình tiếp tuyến tại  $M$  là  $d: y = -2x + 7$ .

Khi đó  $A(1,5), B(3,1)$  và  $IA = 4, IB = 2$ .

2. Tam giác  $ABI$  là tam giác vuông tại  $I$ . Diện tích  $S_{ABI} = \frac{1}{2} IA \cdot IB = 4$ .

**Câu 33.** Chọn D.

Theo giả thiết ta có:

$$|y| = 3|x| \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x \\ y = -3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x-7}{x+1} = 3x \\ \frac{x-7}{x+1} = -3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 2x + 7 = 0 \\ 3x^2 + 4x - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{vô nghiệm} \\ x = 1 \vee x = -\frac{7}{3} \end{cases}$$

**Nhắc lại:** Điểm  $M \in (C): y = f(x)$  sao cho khoảng cách từ  $M$  tới  $Ox$  bằng  $k$  lần khoảng cách từ  $M$  tới  $Oy$  có hoành độ là nghiệm phương trình

$$|f(x)| = |kx| \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = kx \\ f(x) = -kx \end{cases}$$

**Cách khác:**

$$\text{Gọi } M\left(a; \frac{a-7}{a+1}\right) \text{ với } a \neq -1. \text{ Theo đề ta có: } \left| \frac{a-7}{a+1} \right| = 3|a| \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -\frac{7}{3} \end{cases}$$

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

**Câu 34.** Chọn C.

Gọi  $M\left(a; \frac{2a-3}{a-2}\right) \in (C)$  với  $a \neq 2$ , ta có

$$d = |a-2| + \left| \frac{2a-3}{a-2} - 2 \right| = |a-2| + \frac{1}{|a-2|} \geq 2.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $d$  bằng 2.

[hoc360.net](http://hoc360.net)