

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_a^b x dx$.

Câu 7. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -x^2 + 2x$, $y = 0$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $\frac{16\pi}{15}$

B. $\frac{4\pi}{3}$

C. $\frac{64\pi}{15}$

D. $\frac{496\pi}{15}$

Hướng dẫn giải

Giao điểm của hai đường $y^2 = -x^2 + 2x$ và $y = 0$ là $O(0;0)$ và $A(2;0)$. Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_0^2 (-x^2 + 2x)^2 dx = \frac{16\pi}{15}$.

Câu 8. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{1-x^2}$, $y = 0$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $\frac{4}{3}\pi$

B. $\frac{2\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{2}$

D. $\frac{3\pi}{2}$

Hướng dẫn giải

Giao điểm của hai đường $y = \sqrt{1-x^2}$ và $y = 0$ là $B(-1;0)$ và $A(1;0)$. Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_{-1}^1 (1-x^2) dx = \frac{4\pi}{3}$.

Câu 9. Thể tích khối tròn xoay trong không gian Oxyz giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$; $x = \pi$ và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm $(x;0;0)$ bất kỳ là đường tròn bán kính $\sqrt{\sin x}$ là:

A. $V = 2\pi$.

B. $V = \pi$.

C. $V = 4\pi$.

D. $V = 2$.

Hướng dẫn giải

Khối tròn xoay trong đề bài có được bằng cách quay hình phẳng tạo bởi các đường $x = 0$; $x = \pi$; $y = \sqrt{\sin x}$; Ox quay trục Ox.

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_0^\pi \sin x dx = 2\pi$.

Câu 10. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \tan x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{3}$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $V = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$

B. $V = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$

C. $V = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$

D. $V = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$

Hướng dẫn giải

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^2 x dx = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right).$$

Câu 11. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 1 + \sqrt{x}$, Ox , $x = 0$, $x = 4$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $\pi \cdot \frac{68}{3}$

B. $\pi^2 \frac{28}{3}$

C. $\pi \frac{28}{3}$

D. $\pi^2 \cdot \frac{68}{3}$

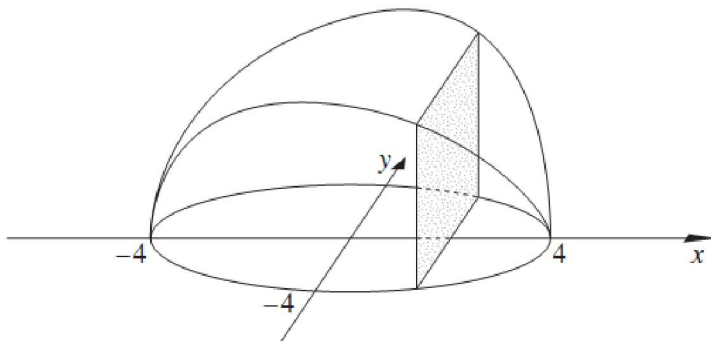
Hướng dẫn giải

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \int_0^4 \pi \cdot (1 + \sqrt{x})^2 dx = \frac{68\pi}{3}.$$

VẬN DỤNG

Câu 12. Một vật có kích thước và hình dáng như hình vẽ dưới đây. Đáy là hình tròn giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 16$ (nằm trong mặt phẳng Oxy), cắt vật bởi các mặt phẳng vuông góc với trục Ox ta được thiết diện là hình vuông. Thể tích của vật thể là:



- A. $\int_{-4}^4 4(16-x^2)dx$ B. $\int_{-4}^4 4x^2dx$ C. $\int_{-4}^4 4\pi x^2dx$ D. $\int_{-4}^4 4\pi(16-x^2)dx$

Hướng dẫn giải

Thiết diện cắt trục Ox tại điểm H có hoành độ bằng x thì cạnh của thiết diện bằng $2\sqrt{16-x^2}$. Vậy thể tích của vật thể bằng $V = \int_{-4}^4 S(x)dx = \int_{-4}^4 4(16-x^2)dx$.

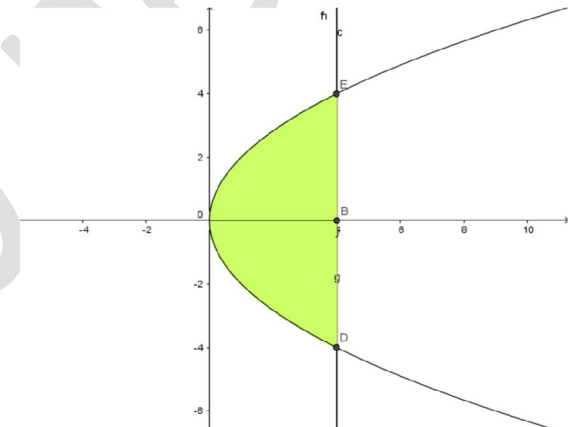
Câu 13. Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y^2 = 4x$ và đường thẳng $x = 4$. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi D xoay quanh trục Ox là:

- A. 32π B. 64π C. 16π D. 4π

Hướng dẫn giải

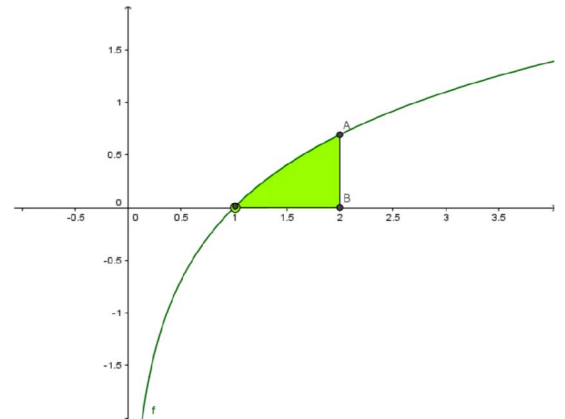
Giao điểm của hai đường $y^2 = 4x$ và $x = 4$ là $D(4; -4)$ và $E(4; 4)$. Phần phía trên Ox của đường $y^2 = 4x$ có phương trình $y = 2\sqrt{x}$. Từ hình vẽ suy ra thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \int_0^4 \pi \cdot (2\sqrt{x})^2 dx = 32\pi.$$



Câu 14. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \ln x$, $y = 0$, $x = 2$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $\pi(2\ln^2 2 - 4\ln 2 + 2)$
 B. $\pi(2\ln^2 2 + 4\ln 2 - 2)$
 C. $2\ln^2 2 - 4\ln 2 + 2$
 D. $\pi(2\ln 2 - 1)$



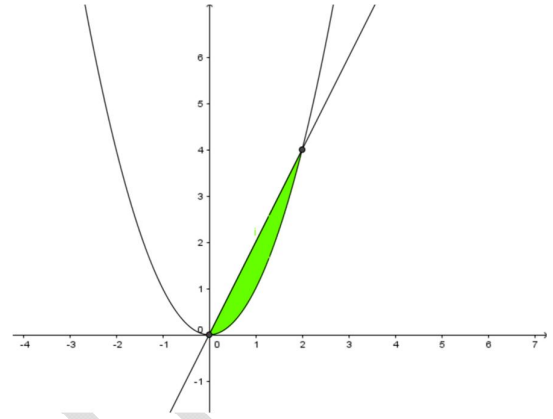
Hướng dẫn giải

Tọa độ giao điểm của hai đường $y = \ln x$ và $y = 0$ là điểm $C(1;0)$. Vậy thể tích của

khối tròn xoay cần tính là: $V = \int_1^2 \pi \cdot \ln^2 x dx = \pi(2 \ln^2 2 - 4 \ln 2 + 2)$.

Câu 20. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = a \cdot x^2$, $y = bx$ ($a, b \neq 0$) quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $V = \pi \cdot \frac{b^5}{a^3} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$



B. $V = \pi \cdot \frac{b^5}{5a^3}$

C. $V = \pi \cdot \frac{b^5}{3a^3}$

D. $V = \pi \cdot \frac{b^3}{a^3} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$

Hướng dẫn giải

Tọa độ giao điểm của hai đường $y = ax^2$ và $y = bx$ là các điểm $O(0;0)$ và $A\left(\frac{b}{a}; \frac{b^2}{a}\right)$.

Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \int_0^{\frac{b}{a}} \pi \cdot b^2 x^2 dx - \int_0^{\frac{b}{a}} \pi \cdot a^2 x^4 dx = \pi \cdot \frac{b^5}{a^3} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$.

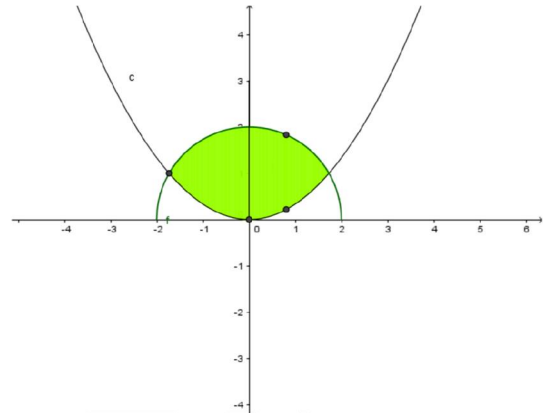
Câu 21. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{4-x^2}$, $y = \frac{1}{3}x^2$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $V = \frac{28\pi\sqrt{3}}{5}$

B. $V = \frac{24\pi\sqrt{3}}{5}$

C. $V = \frac{28\pi\sqrt{2}}{5}$

D. $V = \frac{24\pi\sqrt{2}}{5}$



Hướng dẫn giải

Tọa độ giao điểm của hai đường $y = \sqrt{4-x^2}$ và $y = \frac{1}{3}x^2$ là các điểm $A(-\sqrt{3};1)$ và

$B(\sqrt{3};1)$. Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \pi \cdot (4-x^2) dx - \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \pi \cdot \frac{1}{9} x^4 dx = \pi \cdot \frac{28\sqrt{3}}{5}.$$

Câu 22. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3x$, $y = x$, $x = 0$, $x = 1$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $V = \frac{8\pi}{3}$.

B. $V = \frac{4\pi}{3}$.

C. $V = \frac{2\pi}{3}$.

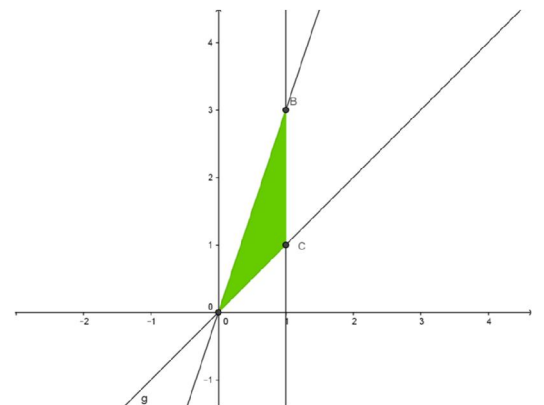
D.

$V = \pi$.

Hướng dẫn giải

Tọa độ giao điểm của đường $x = 1$ với $y = x$ và $y = 3x$ là các điểm $C(1;1)$ và $B(3;1)$. Tọa độ giao điểm của đường $y = 3x$ với $y = x$ là $O(0;0)$. Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \int_0^1 \pi \cdot 9x^2 dx - \int_0^1 \pi \cdot x^2 dx = \pi \cdot \frac{8}{3}.$$



Câu 23. Gọi (H) là hình phẳng được tạo bởi hai đường cong $(C_1): y=f(x)$, $(C_2): y=g(x)$, hai đường thẳng $x=a$, $x=b$, $a < b$. Giả sử rằng (C_1) và (C_2) không có điểm chung trên $[a, b]$ và thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay (H) quanh

Ox là $V = \pi \int_a^b ([f(x)]^2 - [g(x)]^2) dx$. Khi đó

(1): $f(x) > g(x), \forall x \in [a, b]$

(2): $f(x) > g(x) \geq 0, \forall x \in [a, b]$

(3): $0 \leq f(x) < g(x), \forall x \in [a, b]$

Số nhận định đúng trong các nhận định trên là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

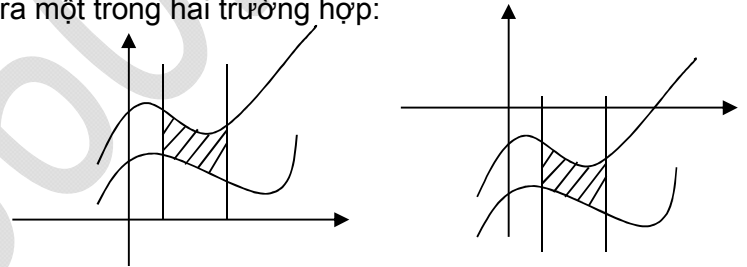
Hướng dẫn giải

Từ giả thiết ta suy ra có thể xảy ra một trong hai trường hợp:

(2): $f(x) > g(x) \geq 0, \forall x \in [a, b]$

hoặc (3): $0 \leq f(x) < g(x), \forall x \in [a, b]$.

Do đó số nhận định đúng là không.



Câu 24. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x\sqrt{\ln x}$, $y = 0$, $x = e$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $\pi \cdot \frac{2e^3 + 1}{9}$

B. $\pi \cdot \frac{4e^3 - 1}{9}$

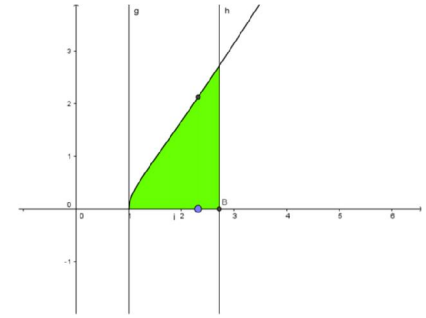
C. $\pi \cdot \frac{4e^3 + 1}{9}$

D. $\pi \cdot \frac{2e^3 - 1}{9}$

Hướng dẫn giải

Tọa độ giao điểm của đường $x = e$ với $y = x\sqrt{\ln x}$ là điểm $C(3; 3)$. Tọa độ giao điểm của đường $y = x\sqrt{\ln x}$ với $y = 0$ là $A(1; 0)$. Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \int_1^e \pi \cdot x^2 \ln x dx = \pi \cdot \frac{2e^3 + 1}{9}.$$



Câu 25. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 6x^2 + 9x$, $y = 0$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $\frac{729\pi}{35}$

B. $\frac{27\pi}{4}$

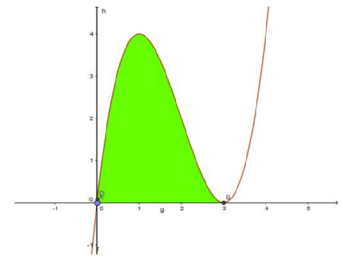
C. $\frac{256608\pi}{35}$

D. $\frac{7776\pi}{5}$

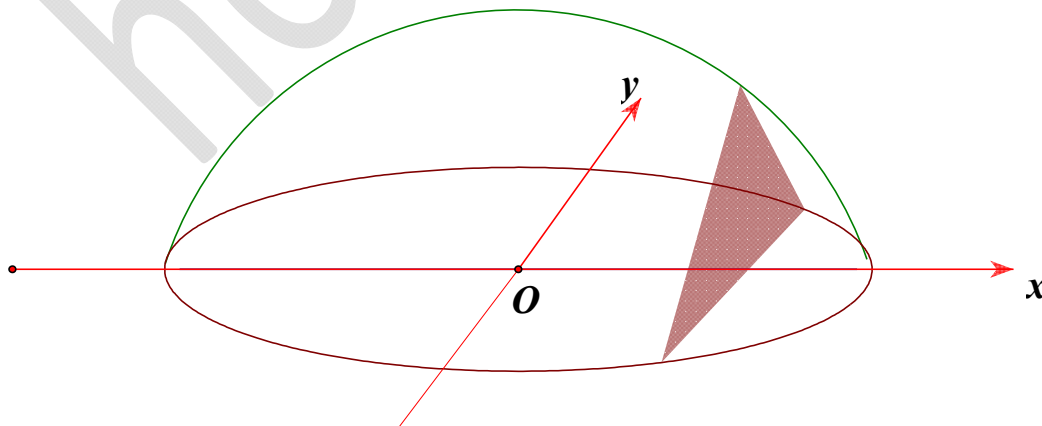
Hướng dẫn giải

Tọa độ giao điểm của đường $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ với $y = 0$ là các điểm $C(e; e)$ và $A(3; 0)$. Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \int_0^3 \pi \cdot (x^3 - 6x^2 + 9x)^2 dx = \pi \cdot \frac{729}{35}.$$



Câu 26. Một vật có kích thước và hình dáng như hình vẽ dưới đây. Đây là hình tròn giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 16$ (nằm trong mặt phẳng Oxy), cắt vật bởi các mặt phẳng vuông góc với trục Ox ta được thiết diện là tam giác đều. Thể tích của vật thể là:



A. $V = \frac{256\sqrt{3}}{3}$.

B. $V = \frac{256}{3}$.

C. $V = \frac{32\sqrt{3}}{3}$.

D. $V = \frac{32}{3}$.

Hướng dẫn giải

Giao điểm của thiết diện và Ox là H. Đặt $OH = x$ suy ra cạnh của thiết diện là $2\sqrt{16 - x^2}$. Diện tích thiết diện tại H là $S(x) = \frac{\sqrt{3}}{4} 4(16 - x^2)$. Vậy thể tích của vật thể

là $V = \int_{-4}^4 \sqrt{3}(16 - x^2)dx = \frac{256\sqrt{3}}{3}$.

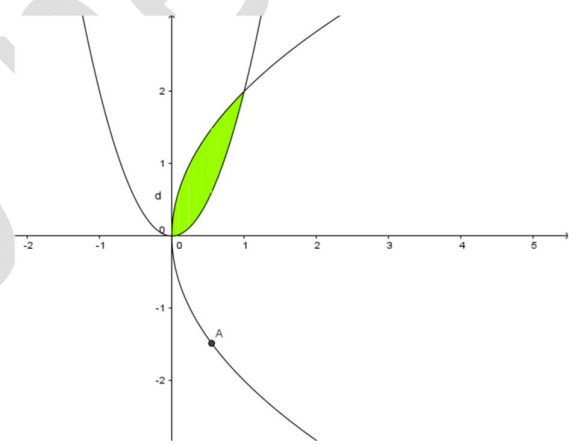
Câu 27. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2, y^2 = 4x$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $V = \frac{6\pi}{5}$.

B. $V = \frac{9\pi}{70}$.

C. $V = \frac{4\pi}{3}$.

D. $V = \frac{88\pi}{5}$.



Hướng dẫn giải

Với $x \in [0; 2]$ thì $y^2 = 4x \Leftrightarrow y = \sqrt{4x}$

Tọa độ giao điểm của đường $y = 2x^2$ với $y^2 = 4x$ là các điểm $O(0; 0)$ và $A(1; 2)$. Vậy

thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \int_0^1 \pi \cdot 4x dx - \int_0^1 \pi \cdot 4x^4 dx = \pi \cdot \frac{6}{5}$.

BÀI TẬP TỔNG HỢP

(Chỉ có phần đáp số)

.Câu 1: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $ax = y^2; ay = x^2$ ($a > 0$ cho trước) là:

A. $s = \frac{a^2}{3}$

B. $s = \frac{a^2}{2}$

C. $s = \frac{2}{3}a^2$

D. $s = \frac{4}{3}a^2$

Câu 2 Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của: $y = x^2 - 2x$, trục Ox và 2 đường thẳng

$x = 0, x = 2$ là:

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 0

Câu 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol $y = -x^2$ và đường thẳng $y = -x - 2$

- A. $\frac{11}{2}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{9}{2} - \sqrt{2}$ D.

Câu 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi ba đường: $y = \sin x, y = \cos x$ và $x = 0$

- A. $2\sqrt{2} - 1$ B. $2\sqrt{2} + 1$
C. $\sqrt{2}$ D.

Câu 5. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai parabol: $y = \frac{1}{4}x^2$ và $y = 3x - \frac{1}{2}x^2$ là:

- A. 8 B. 7 C. 9 D. 6.

Câu 6. Diện tích giới hạn bởi 2 đường cong:

$(C_1): y = f_1(x) = x^2 + 1; (C_2): y = f_2(x) = x^2 - 2x$ và đường thẳng $x = -1$ và $x = 2$.

- A. $\frac{13}{2}$ B. $\frac{11}{2}$ C. 7 D. $-\frac{11}{2}$

Câu 7 Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol: $y = x^2 - 2x + 2$ tiếp tuyến với parabol tại điểm $M(3; 5)$ và trục tung

- A. 6 B. 7 C. 5 D. 9

Câu 8. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi: $y = \ln x, y = 0, x = e$ là:

- A. 1 B. 2 C. 4 D. Một kết quả khác

Câu 9. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi: $y = x(x - 1)(x - 2), y = 0$

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. 1.

Câu 10. Cho D là miền kín giới hạn bởi các đường $y = 1$, $y = 2 - x$ và $x = 0$. Tính diện tích của miền D

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. 1 D. $\frac{1}{8}$

Câu 11. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = \cos x$, $y = 0$, $x=0$, $x = \frac{\pi}{2}$

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. $\frac{3}{2}$

Câu 12 Tính thể tích vật thể giới hạn bởi mặt sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi: $y = 2x - x^2$, $y = 0$ quay quanh Ox.

- A. $\frac{17\pi}{15}$ B. $\frac{16\pi}{15}$ C. $\frac{14\pi}{15}$ D. $\frac{13\pi}{15}$

Câu 13. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường $y = x^2$, $8x = y^2$ quay quanh trục Oy là:

- A. $\frac{21\pi}{5}$ B. $\frac{23\pi}{5}$ C. $\frac{24\pi}{5}$ D. $\frac{48\pi}{5}$

Câu 14. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và Parabol (C): $y = ax - x^2$ ($a > 0$) là:

- A. $\frac{\pi a^5}{10}$ B. $\frac{\pi a^5}{20}$ C. $\frac{\pi a^4}{5}$ D. $\frac{\pi a^5}{30}$

Câu 15. Thể tích khối tròn xoay tạo nên khi ta quay quanh trục Ox, hình phẳng S giới hạn bởi các đường: $y = x.e^x$, $x = 1$, $y = 0$ ($0 \leq x \leq 1$) là:

- A. $\frac{\pi(e^2 - 1)}{4}$ B. $\frac{\pi(e^2 + 1)}{4}$ C. $\frac{\pi(e^2 - 1)}{2}$ D. $-\frac{\pi(e^2 - 1)}{4}$