

Hướng dẫn giải

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có $|x - 2 - 4(y - 4)i| = |x + (y - 2)x| \Leftrightarrow y = -x + 4$

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng có phương trình $x + y - 4 = 0$

Mặt khác $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + x^2 - 8x + 16} = \sqrt{2x^2 - 8x + 16}$

Hay $|z| = \sqrt{2(x - 2)^2 + 8} \geq 2\sqrt{2}$. Vậy $|z|_{\min} \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = 2$. Vậy $z = 2 + 2i$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 48: Cho số phức z thỏa mãn $z^2 - 6z + 13 = 0$. Giá trị của $\left|z + \frac{6}{z+i}\right|$ là:

A. $\sqrt{17}$ hoặc 5.

B. $-\sqrt{17}$ hoặc 5.

C. $\sqrt{17}$ hoặc -5 .

D. $\sqrt{17}$ hoặc $\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

$$z^2 - 6z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 3 + 2i \\ z = 3 - 2i \end{cases}$$

$$\text{Với } z = 3 + 2i \Rightarrow z + \frac{6}{z+i} = 4 + i \Rightarrow \left|z + \frac{6}{z+i}\right| = \sqrt{17}$$

$$\text{Với } z = 3 - 2i \Rightarrow z + \frac{6}{z+i} = \frac{24}{5} - \frac{7}{5}i \Rightarrow \left|z + \frac{6}{z+i}\right| = 5$$

Vậy chọn đáp án A.

VẬN DỤNG 1

Câu 1. Cho số phức z thỏa $z = \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2016}$. Viết z dưới dạng $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$. Khi đó tổng $a + b$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 1.

B. -1.

C. 0.

D. 2.

Hướng dẫn giải

A. $|z| = \sqrt{26}$.

B. $z^2 = 26$.

C. $z = \sqrt[4]{476} + i\sqrt[4]{480}$.

D. $z = \pm(\sqrt[4]{476} + i\sqrt[4]{480})$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng công cụ tìm căn bậc n trên MTCT, ta tìm được $z = 5 + i$.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 6. Cho số phức $z = \left(\frac{2i}{1+i}\right)^8 - (1+i)^5 - 12$. Số phức $z + z^2 + z^3 + z^4$ là số phức nào sau đây?

A. $-8060 + 4530i$.

B. $-8060 - 4530i$.

C. $8060 + 4530i$.

D. $8060 - 4530i$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính bỏ túi tính được $z = -8 + 6i$. Thay vào được kết quả là $-8060 + 4530i$.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 7. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định **sai**?

A. $\left|(1+i)^{2016} - 2^{1008}i\right| = 2^{1008}$.

B. $\left|\frac{(1+i)^{2016}}{2^{1007}} - i\right| = \sqrt{5}$.

C. $(1+i)^{2016} = 2^{1008}$.

D. $(1+i)^{2016} = (1-i)^{2016}$.

Hướng dẫn giải

$(1+i)^{2016} = (2i)^{1008} = 2^{1008}$. Do đó $\left|(1+i)^{2016} - 2^{1008}i\right| = \left|2^{1008} - 2^{2018}i\right| = 2^{2018}\sqrt{2}$. Suy ra A sai.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 8. Cho số phức $z = (2i)^4 - \frac{(1+i)^6}{5i}$. Số phức $\overline{5z+3i}$ là số phức nào sau đây?

A. $88 - 3i$.

B. $88 + 3i$.

C. $440 - 3i$.

D. $440 + 3i$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính tính được $z = \frac{88}{5} \Rightarrow 5z + 3i = 88 + 3i$.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 9. Cho số phức $(\overline{2+i})^5 - (2+i)\overline{z} = -37 - 43i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. z có phần ảo bằng 0.

B. $z \cdot \bar{z} = 1$.

C. $z = -i$.

D. z là một số thuần ảo.

Hướng dẫn giải

$$\overline{(2+i)^5} = -38 - 41i \Rightarrow \bar{z} = \frac{1-2i}{-(2+i)} = i. \text{ Do đó A sai.}$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 10. Cho số phức $\frac{3-i}{z} + (2-i)^3 = 3-13i$. Số phức $\frac{(z+12i)^2}{i} + z^2$ là số phức nào sau đây?

A. $26+170i$.

B. $-26+170i$.

C. $26-170i$.

D. $-26-170i$.

Hướng dẫn giải

$$(2-i)^3 = 2-11i \Rightarrow z = \frac{3-i}{1-2i} = 1+i.$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 11. Cho 2 số phức $z_1 = \frac{z^2 - \left(\frac{-}{z}\right)^2}{z \cdot z + 1}$; $z_2 = \frac{z^2 + \left(\frac{-}{z}\right)^2}{z \cdot z + 1}$ với $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. z_1 là số thuần ảo.

B. z_2 là số thuần ảo.

C. z_1 và z_2 là số thuần ảo.

D. z_1 và z_2 là số thực.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } z = x + yi \rightarrow z^2 = x^2 - y^2 + 2xyi$$

$$z = x - yi \rightarrow \left(\frac{-}{z}\right)^2 = x^2 - y^2 - 2xyi$$

$$z \cdot \bar{z} = x^2 + y^2$$

$$\text{Khi đó: } z_1 = \frac{4xyi}{x^2 + y^2 + 1}; z_2 = \frac{2(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2 + 1}$$

Suy ra z_1 là số thuần ảo, z_2 là số thuần thực.

Vậy chọn đáp án A.

C. $z = 0, z = -1 - \frac{1}{2}i, z = -1 + \frac{1}{2}i.$

D. $z = 0, z = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i, z = -\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i.$

Hướng dẫn giải

Đặt $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R} \rightarrow \bar{z} = x - yi$

Ta có:

$$z^2 = |z|^2 + \bar{z} \Leftrightarrow 2y^2 + x - (2xy + y)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2y^2 + x = 0 \\ 2xy + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \vee \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow z = 0, z = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i, z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 16. Cho số phức $z = (1 - i)^{2019}$. Dạng đại số của số phức z là:

A. $-2^{1009} - 2^{1009}i.$ B. $2^{1009} + 2^{1009}i.$ C. $-2^{2019} - 2^{2019}i.$ D. $2^{2019} + 2^{2019}i.$

Hướng dẫn giải

Ta có: $z = (1 - i)^{2019} = (1 - i)^{2018} \cdot (1 - i) = (-2i)^{1009} \cdot (1 - i) = -2^{1009} - 2^{1009}i$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 17. Cho số phức $z = i^{2016} + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2017}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $z = 1 + i.$ B. $z = 1 - i.$
C. z là số thực. D. z là số thuần ảo.

Hướng dẫn giải

$$z = 1 + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2016} \cdot \left(\frac{1+i}{1-i}\right) = 1 + (-1)^{1008} \cdot \left(\frac{1+i}{1-i}\right) = 1 + \left(\frac{1+i}{1-i}\right) = 1 + i$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 18. Cho số phức z thỏa $z = 2i - 2$. Môđun của số phức z^{2016} là:

A. 2^{6048} B. 2^{3024} C. 2^{4032} D. 2^{2016} .

Hướng dẫn giải

Ta có: $z^{2016} = 2^{2016}(i-1)^{2016} = 2^{3024}i \Rightarrow |z| = 2^{6048}$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 19. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn: $|z|^2 + |\bar{z}|^2 = 26$ và $z + \bar{z} = 6$

A. 2.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Đặt $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$), ta có $\bar{z} = x - yi$, $|z|^2 = |\bar{z}|^2 = x^2 + y^2$

Ta có:

$$\begin{cases} |z|^2 + |\bar{z}|^2 = 26 \\ z + \bar{z} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \pm 2 \end{cases}$$

\Rightarrow có 2 số phức thỏa yêu cầu đề bài.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 20. Tìm phần thực, phần ảo của số phức z thỏa $\left(\frac{z}{2} - i\right)(1-i) = (1+i)^{3979}$

A. Phần thực là -2^{1990} và phần ảo là 2.

B. Phần thực là 2^{1990} và phần ảo là 2.

C. Phần thực là -2^{1989} và phần ảo là 1.

D. Phần thực là 2^{1989} và phần ảo là 1.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } \left(\frac{z}{2} - i\right)(1-i) = (1+i)^{3979} \Leftrightarrow \frac{z}{2} - i = \frac{(1+i)^{3980}}{2} \Leftrightarrow \frac{z}{2} - i = 2^{1989} \cdot i^{1990} \Leftrightarrow z = -2^{1990} + 2i$$

Vậy chọn đáp án A.

VẬN DỤNG 2

Câu 21. Cho số phức z thỏa $z = 1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{2016}$. Khi đó phần thực và phần ảo của z lần lượt là

- A. 1 và 0. B. 0 và 1. C. 1 và 1. D. 0 và -1 .

Hướng dẫn giải

$$z = 1 + i \frac{1 - i^{2016}}{1 - i} = 1.$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 22. Giá trị của biểu thức $1 + i^2 + i^4 + \dots + i^{4k}$, $k \in \mathbb{N}^*$ là

- A. 1. B. 0. C. $2ik$. D. ik .

Hướng dẫn giải

$$i^{2n} + i^{2n+2} = i^{2n}(1 + i^2) = 0, n \in \mathbb{N}^* . \text{ Áp dụng tính được giá trị bằng 1.}$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 23. Cho các số phức z_1, z_2 . Khẳng định nào trong các khẳng định sau là khẳng định đúng?

$$(I) : \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}, \quad (II) : |z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|, \quad (III) : |z_1|^2 = z_1^2.$$

- A. (I) và (II) đúng. B. (I) và (III) đúng.
C. (II) và (III) đúng. D. Tất cả (I), (II), (III) đều đúng.

Câu 24. Số phức $z = 1 + i + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \dots + (1+i)^{20}$ là số phức nào sau đây?

- A. $-1025 + 1025i$. B. $-1025 - 1025i$. C. $1025 - 1025i$. D. $1025 + 1025i$.

Hướng dẫn giải

$$z = (1+i) \frac{1 - (1+i)^{20}}{1 - (1+i)} = -1025 + 1025i.$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 25. Cho số phức $z = 1 + i^2 + i^4 + \dots + i^{2n} + \dots + i^{2016}$, $n \in \mathbb{N}$. Môđun của z bằng?

- A. 1. B. 2. C. 1008. D. 2016.

Hướng dẫn giải

$$z = 1 + i^2 \frac{1 - (i^2)^{1008}}{1 - i^2} = 1$$