

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_{\frac{1}{3}}(X^2 - 6X + 5) + \log_3(X - 1)$

Nhấn CALC và cho $X = 2$ (thuộc đáp án B và D) máy tính không tính được. Vậy loại đáp án B và D.

Nhấn CALC và cho $X = 7$ (thuộc đáp án C) máy tính hiển thị -0,6309297536.

Vậy loại C, chọn A.

Câu 50. Bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}(2x^2 - x + 1) < 0$ có tập nghiệm là:

A. $S = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

B. $S = \left(-1; \frac{3}{2}\right)$.

C. $S = \left(0; \frac{3}{2}\right)$.

D. $S = (-\infty; 1) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\log_{\frac{2}{3}}(2x^2 - x + 1) < 0 \Leftrightarrow 2x^2 - x + 1 > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy chọn A.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_{\frac{2}{3}}(2X^2 - X + 1)$

Nhấn CALC và cho $X = -5$ (thuộc đáp án A và D) máy tính hiển thị -9,9277.... Vậy loại đáp án B và C.

Nhấn CALC và cho $X = 1$ (thuộc đáp án A) máy tính hiển thị -1,709511291. Vậy chọn A.

Câu 51. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 \frac{4x+6}{x} \leq 0$ là:

A. $S = \left[-2; -\frac{3}{2}\right)$.

B. $S = [-2; 0)$.

C. $S = (-\infty; 2]$.

D. $S = \mathbb{R} \setminus \left[-\frac{3}{2}; 0\right)$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\log_3 \frac{4x+6}{x} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4x+6}{x} > 0 \\ \frac{4x+6}{x} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{3}{2} \vee x > 0 \\ -2 \leq x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x < -\frac{3}{2}$$

Vậy chọn A.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_3 \frac{4X+6}{X}$

Nhấn CALC và cho $X=1$ (thuộc đáp án C và D) máy tính hiển thị 2,095903274. Vậy loại đáp án C và D.

Nhấn CALC và cho $X=-1$ (thuộc đáp án B) máy tính không tính được. Vậy loại B, chọn A.

Câu 52. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_{0,2} x - \log_5 (x-2) < \log_{0,2} 3$ là:

- A. $x=4$. B. $x=3$. C. $x=5$. D. $x=6$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 2$

$$\log_{0,2} x - \log_5 (x-2) < \log_{0,2} 3 \Leftrightarrow \log_{0,2} [x(x-2)] < \log_{0,2} 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 3 \end{cases}$$

So điều kiện suy ra $x > 3$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_{0,2} X - \log_5 (X-2) - \log_{0,2} 3$

Nhấn CALC và cho $X=3$ (nhỏ nhất) máy tính hiển thị 0. Vậy loại đáp án B.

Nhấn CALC và cho $X=4$ máy tính hiển thị -0.6094234797. Vậy chọn A.

Câu 53. Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình $\log_3 (4 \cdot 3^{x-1}) > 2x-1$ là:

- A. $x=1$. B. $x=2$. C. $x=3$. D. $x=-1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\log_3 (4 \cdot 3^{x-1}) > 2x-1 \Leftrightarrow 4 \cdot 3^{x-1} > 3^{2x-1} \Leftrightarrow 3^{2x} - 4 \cdot 3^x < 0 \Leftrightarrow 0 < 3^x < 4 \Leftrightarrow x < \log_3 4$$

Vậy chọn A.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_3 (4 \cdot 3^{X-1}) - 2X + 1$

Nhấn CALC và cho $X=3$ (lớn nhất) máy tính hiển thị -1.738140493. Vậy loại đáp án C.

Nhấn CALC và cho $X=2$ máy tính hiển thị -0.7381404929. Vậy loại B.

Nhấn CALC và cho $X=1$ máy tính hiển thị 0.2618595071. Vậy chọn A.

---HẾT---

[3.5 – PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT]

VẬN DỤNG THẤP

Câu 54. Điều kiện xác định của phương trình $\log_2 [3\log_2 (3x-1)-1] = x$ là:

- A. $x > \frac{\sqrt[3]{2}+1}{3}$. B. $x \geq \frac{1}{3}$. C. $x > 0$. D. $x \in (0; +\infty) \setminus \{1\}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Biểu thức $\log_2 [3\log_2 (3x-1)-1] = x$ xác định khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} 3\log_2 (3x-1)-1 > 0 \\ 3x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 (3x-1) > \frac{1}{3} \\ x > \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1 > 2^{\frac{1}{3}} \\ x > \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{2^{\frac{1}{3}}+1}{3} \\ x > \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{2^{\frac{1}{3}}+1}{3}$$

chọn đáp án A

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x = \frac{1}{3}$ (thuộc B, C, D) vào biểu thức $\log_2 (3x-1)$ được $\log_2 (0)$ không xác định, vậy loại B, C, D, chọn đáp án A.

Câu 55. Điều kiện xác định của phương trình $\log_2 (x-\sqrt{x^2-1}) \cdot \log_3 (x+\sqrt{x^2-1}) = \log_6 |x-\sqrt{x^2-1}|$ là:

- A. $x \geq 1$. B. $x \leq -1$. C. $x > 0, x \neq 1$. D. $x \leq -1$ hoặc $x \geq 1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Phương trình xác định khi và chỉ khi :

$$\begin{cases} x-\sqrt{x^2-1} > 0 \\ x+\sqrt{x^2-1} > 0 \Leftrightarrow x \geq 1, \text{ chọn đáp án A} \\ x^2-1 \geq 0 \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x = -1$ (thuộc B, D) vào biểu thức $\log_2 (x-\sqrt{x^2-1})$ được $\log_2 (-1)$ không xác định, Thay

$x = \frac{1}{2}$ (thuộc C) vào biểu thức $\sqrt{x^2-1}$ được $\sqrt{\frac{-3}{4}}$ không xác định

Vậy loại B, C, D chọn đáp án A.

Câu 56. Nghiệm nguyên của phương trình $\log_2 (x-\sqrt{x^2-1}) \cdot \log_3 (x+\sqrt{x^2-1}) = \log_6 |x-\sqrt{x^2-1}|$ là:

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = 3$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x \geq 1$

$$\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6|x - \sqrt{x^2 - 1}|$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x + \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6(x + \sqrt{x^2 - 1})$$

$$\Leftrightarrow \log_2 6 \cdot \log_6(x + \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3 6 \cdot \log_6(x + \sqrt{x^2 - 1}) - \log_6(x + \sqrt{x^2 - 1}) = 0$$

Đặt $t = \log_6(x + \sqrt{x^2 - 1})$ ta được

$$\log_2 6 \cdot \log_3 6 \cdot t^2 - t = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{1}{\log_2 6 \cdot \log_3 6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_6(x + \sqrt{x^2 - 1}) = 0 \\ \log_6(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \frac{1}{\log_2 6 \cdot \log_3 6} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x + \sqrt{x^2 - 1}) = 1 & (1) \\ \log_2(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6 3 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x + \sqrt{x^2 - 1} = 1 \\ x - \sqrt{x^2 - 1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 \in \mathbb{Z}$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} x + \sqrt{x^2 - 1} = 2^{\log_6 3} \\ x - \sqrt{x^2 - 1} = 2^{-\log_6 3} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{2^{\log_6 3} + 2^{-\log_6 3}}{2} \notin \mathbb{Z}$$

chọn đáp án A

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x = 1$ vào phương trình ta được $VT = VP$ chọn đáp án A.

Câu 57. Nếu đặt $t = \log_2 x$ thì bất phương trình $\log_2^4 x - \log_2^2\left(\frac{x^3}{8}\right) + 9 \log_2\left(\frac{32}{x^2}\right) < 4 \log_{2^{-1}}(x)$ trở thành

bất phương trình nào?

- A. $t^4 - 13t^2 + 36 < 0$. B. $t^4 - 5t^2 + 9 < 0$. C. $t^4 + 13t^2 + 36 < 0$. D. $t^4 - 13t^2 - 36 < 0$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0$

$$\log_2^4 x - \log_2^2\left(\frac{x^3}{8}\right) + 9 \log_2\left(\frac{32}{x^2}\right) < 4 \log_{2^{-1}}(x)$$

$$\Leftrightarrow \log_2^4 x - (3 \log_2 x - 3)^2 + 9(5 - 2 \log_2 x) - 4 \log_2^2 x < 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2^4 x - 13 \log_2^2 x + 36 < 0$$

Vậy chọn đáp án A

Câu 58. Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình $\log_2^4 x - \log_2^2\left(\frac{x^3}{8}\right) + 9 \log_2\left(\frac{32}{x^2}\right) < 4 \log_{2^{-1}}(x)$ là:

- A. $x = 7$. B. $x = 8$. C. $x = 4$. D. $x = 1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0$

$$\log_2^4 x - \log_2^2 \left(\frac{x^3}{8} \right) + 9 \log_2 \left(\frac{32}{x^2} \right) < 4 \log_2^2 (x)$$

$$\Leftrightarrow \log_2^4 x - (3 \log_2 x - 3)^2 + 9(5 - 2 \log_2 x) - 4 \log_2^2 x < 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2^4 x - 13 \log_2^2 x + 36 < 0$$

$$\Leftrightarrow 4 < \log_2^2 x < 9 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < \log_2 x < 3 \\ -3 < \log_2 x < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 < x < 8 \\ \frac{1}{8} < x < \frac{1}{4} \end{cases}$$

chọn đáp án A.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Lần lượt thay $x = 7; x = 8; x = 4; x = 1$ thấy $x = 7$ đúng, chọn đáp án A.

Câu 59. Bất phương trình $\log_x (\log_3 (9^x - 72)) \leq 1$ có tập nghiệm là:

A. $S = (\log_3 \sqrt{73}; 2]$. B. $S = (\log_3 \sqrt{72}; 2]$. C. $S = [\log_3 \sqrt{73}; 2]$. D. $S = (-\infty; 2]$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện $x > \log_3 \sqrt{73}$

$$\log_x (\log_3 (9^x - 72)) \leq 1 \Leftrightarrow \log_3 (9^x - 72) \leq x \Leftrightarrow 9^x - 3^x - 72 \leq 0 \Leftrightarrow 3^x \leq 9 \Leftrightarrow x \leq 2$$

Chọn đáp án A.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x = \log_3 \sqrt{73}$ (thuộc B, C, D) vào biểu thức $\log_x (\log_3 (9^x - 72))$ được $\log_x (0)$ không xác định, vậy loại B, C, D, chọn đáp án A.

Câu 60. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $\log_2 [x(x-1)] = 1$. Khi đó tích $x_1 \cdot x_2$ bằng:

A. -2. B. 1. C. -1. D. 2.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện $x < 0$ hoặc $x > 1$

$$\log_2 [x(x-1)] = 1 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = -2$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 61. Nếu đặt $t = \log_2 (5^x - 1)$ thì phương trình $\log_2 (5^x - 1) \cdot \log_4 (2 \cdot 5^x - 2) = 1$ trở thành phương trình nào?

A. $t^2 + t - 2 = 0$. B. $2t^2 = 1$. C. $t^2 - t - 2 = 0$. D. $t^2 = 1$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x > 0$

$$\log_2 (5^x - 1) \cdot \log_4 (2 \cdot 5^x - 2) = 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (5^x - 1) \cdot [1 + \log_2 (5^x - 1)] - 2 = 0$$

Vậy chọn đáp án A.

$$\log_{2x-3}(3x^2-7x+3)-2=0 \Leftrightarrow 3x^2-7x+3=(2x-3)^2 \Leftrightarrow x^2-5x+6=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=3 \end{cases}$$

Chọn đáp án A.

Lần lượt thay $x=1; x=2$ (thuộc B,C, D) vào vế trái ta được đẳng thức sai, vậy loại B, C, D,

Vậy chọn đáp án A.

Câu 66. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_2(\log_4 x) > \log_4(\log_2 x)$ là:

- A. 17. B. 16. C. 15. D. 18.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 1$

$$\log_2(\log_4 x) > \log_4(\log_2 x) \Leftrightarrow \log_2(\log_2 x) > 2 \Leftrightarrow \log_2 x > 4 \Leftrightarrow x > 16$$

Vậy chọn đáp án A.

Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x=16;15$ (thuộc B, C) vào phương trình ta được bất đẳng thức sai nên loại B, C

Thay $x=17;18$ vào phương trình ta được bất đẳng thức đúng

Vậy chọn đáp án A.

Câu 67. Phương trình $\frac{1}{4-\ln x} + \frac{2}{2+\ln x} = 1$ có tích các nghiệm là:

- A. e^3 . B. $\frac{1}{e}$. C. e . D. 2.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0, x \neq e^{-2}; x \neq e^4$

$$\frac{1}{4-\ln x} + \frac{2}{2+\ln x} = 1 \Leftrightarrow \ln^2 x - 3\ln x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \ln x = 1 \\ \ln x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = e \\ x = e^2 \end{cases}$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 68. Phương trình $9x^{\log_9 x} = x^2$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0; x \neq 1$

$$9x^{\log_9 x} = x^2 \Leftrightarrow \log_9(9x^{\log_9 x}) = \log_9(x^2) \Leftrightarrow 1 + \log_9^2 x - 2\log_9 x = 0 \Leftrightarrow \log_9 x = 1 \Leftrightarrow x = 9$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 69. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_x 3 - \log_{\frac{x}{3}} 3 < 0$ là:

- A. $x = 4$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = 3$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0; x \neq 1; x \neq 3$

$$\log_x 3 - \log_{\frac{x}{3}} 3 < 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{\log_3 x \cdot (\log_3 x - 1)} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x < 0 \\ \log_3 x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ x > 3 \end{cases}$$

Vậy chọn đáp án A.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Loại B, D vì $x \neq 1; x \neq 3$

Loại C vì $x = 2 \Rightarrow \log_2 3 - \log_{\frac{2}{3}} 3 > 0$ Vậy chọn đáp án A.

Câu 70. Phương trình $x^{\ln 7} + 7^{\ln x} = 98$ có nghiệm là:

A. $x = e^2$.

B. $x = 2$.

C. $x = e$.

D. $x = \sqrt{e}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0; x \neq 1$

Đặt $x = e^t$

$$x^{\ln 7} + 7^{\ln x} = 98 \Leftrightarrow e^{t \cdot \ln 7} + 7^{\ln e^t} = 98 \Leftrightarrow 2.7^t = 98 \Leftrightarrow t = 2$$

Chọn đáp án A.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Lần lượt thay $x = 2; x = e; x = \sqrt{e}$ vào phương trình ta được đẳng thức sai, vậy loại B, C, D, Vậy chọn đáp án A.

Câu 71. Bất phương trình $\log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0.5}(x - 1) + 1$ có tập nghiệm là:

A. $S = [1 + \sqrt{2}; +\infty)$.

B. $S = [1 - \sqrt{2}; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; 1 + \sqrt{2}]$.

D. $S = (-\infty; 1 - \sqrt{2}]$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 2$

$$\log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0.5}(x - 1) + 1 \Leftrightarrow \log_2[(x^2 - x - 2)(x - 1)] \geq 1 \Leftrightarrow (x^2 - x - 2)(x - 1) - 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - \sqrt{2} \leq x \leq 0 \\ x \geq 1 + \sqrt{2} \end{cases}$$

Chọn đáp án A.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Dựa vào điều kiện ta loại B, C, D,

Vậy chọn đáp án A.

Câu 72. Biết phương trình $\frac{1}{\log_2 x} - \frac{1}{2} \log_2 x + \frac{7}{6} = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $x_1^3 + x_2^3 = \frac{2049}{4}$.

B. $x_1^3 + x_2^3 = -\frac{2047}{4}$.

C. $x_1^3 + x_2^3 = -\frac{2049}{4}$.

D. $x_1^3 + x_2^3 = \frac{2047}{4}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

Đặt $t = \log_2 x$. Phương trình đã cho trở thành $3t^2 - 7t - 6 = 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 3 \\ \log_2 x = -\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^3 = 9 \\ x = 2^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{4}} \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$