A. $(x-3)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=14.$ B. $(x+3)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=14.$

C. $(x+3)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=\sqrt{14}.$ D. $(x-3)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=\sqrt{14}.$

Hướng dẫn giải:

• Mặt phẳng (BCD) đi qua $B(3;2;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]=(1;2;3)$

$\Rightarrow (BCD): x+2y+3z-7=0$

• Vì mặt cầu (S) có tâm A tiếp xúc với mặt phẳng (BCD) nên bán kính

$$R=d\left(A,(BCD)\right)=\frac{|3+2.(-2)+3.(-2)-7|}{\sqrt{1^2+2^2+3^2}}=\sqrt{14}.$$

• Vậy phương trình mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=14.$

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 13. Cho mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-2=0$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc trục Oz, bán kính bằng $\frac{2}{\sqrt{14}}$ và tiếp xúc mặt phẳng (P) có phương trình:

A. $x^2+y^2+z^2=\frac{2}{7}$ hoặc $x^2+y^2+(z-4)^2=\frac{2}{7}.$

B. $x^2+y^2+(z-1)^2=\frac{2}{7}$ hoặc $x^2+y^2+(z+2)^2=\frac{2}{7}.$

C. $x^2+y^2+(z-3)^2=\frac{2}{7}$ hoặc $x^2+y^2+(z-4)^2=\frac{2}{7}.$

D. $x^2+y^2+z^2=\frac{2}{7}$ hoặc $x^2+y^2+(z-1)^2=\frac{2}{7}.$

Hướng dẫn giải:

• Vì tâm $I\in Oz \Rightarrow I(0;0;z)$

• Mặt cầu (S) có tâm I tiếp xúc với mặt phẳng $(P) \Leftrightarrow d\left(I,(\beta)\right)=R \Leftrightarrow \frac{|2.0+3.0+1.z-2|}{\sqrt{2^2+3^2+1^2}}=\frac{2}{\sqrt{14}}$

$$\Leftrightarrow |z-2|=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=0 \Rightarrow I(0;0;0) \\ z=4 \Rightarrow I(0;0;4) \end{array}\right.$$

• Vậy phương trình mặt cầu .$(S): x^2+y^2+z^2=\frac{2}{7}$ hoặc $(S): x^2+y^2+(z-4)^2=\frac{2}{7}.$

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 14. Cho đường thẳng $d:\dfrac{x+5}{2}=\dfrac{y-7}{-2}=\dfrac{z}{1}$ và điểm $I\left(4;1;6\right)$. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tâm I tại hai điểm A, B sao cho $AB=6$. Phương trình của mặt cầu (S) là:

A. $(x-4)^2+(y-1)^2+(z-6)^2=18.$ B. $(x-4)^2+(y-1)^2+(z-6)^2=12.$

C. $(x-4)^2+(y-1)^2+(z-6)^2=16.$ D. $(x-4)^2+(y-1)^2+(z-6)^2=9.$

Hướng dẫn giải:

- $\vec{a}=\left(2;-2;1\right)$ là vectơ chỉ phương của d.
- Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên d là trung điểm của $AB\Rightarrow HA=3$
- Ta có : $\begin{cases} H\in d \\ \overrightarrow{IH}.\vec{a}=0 \end{cases}$

$H\in d\Rightarrow H\left(-5+2t;7-2t;t\right)$

$\Rightarrow \overrightarrow{IH}=\left(2t-9;6-2t;t-6\right)$

- $\overrightarrow{IH}.\vec{a}=0\Leftrightarrow t=4\Rightarrow \overrightarrow{IH}=\left(-1;-2;-2\right)\Rightarrow IH=3$.

Trong ΔIAH vuông tại H có: $IA^2=IH^2+HA^2=9+9=18$

- Vậy $\left(S\right):\left(x-4\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z-6\right)^2=18$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 15. Cho hai mặt phẳng $\left(P\right)$, $\left(Q\right)$ có phương trình $\left(P\right):x-2y+z-1=0$ và $\left(Q\right):2x+y-z+3=0$. Mặt cầu có tâm nằm trên mặt phẳng $\left(P\right)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $\left(Q\right)$ tại điểm M, biết rằng M thuộc mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ và có hoành độ $x_M=1$, có phương trình là:

A. $\left(x-21\right)^2+\left(y-5\right)^2+\left(z+10\right)^2=600.$ B. $\left(x+19\right)^2+\left(y+15\right)^2+\left(z-10\right)^2=600.$

C. $\left(x-21\right)^2+\left(y-5\right)^2+\left(z+10\right)^2=100.$ D. $\left(x+21\right)^2+\left(y+5\right)^2+\left(z-10\right)^2=600.$

Hướng dẫn giải:

- Vì $M\in\left(Oxy\right)$ và có hoành độ bằng 1 nên $M\left(1;y;0\right)$.
- Lại có, mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng $\left(Q\right)$ nên $M\in\left(Q\right)\Rightarrow M\left(1;-5;0\right)$.
- Gọi $I\left(a;b;c\right)$ là tâm của mặt cầu (S) cần tìm.

Ta có (S) tiếp xúc với mp $\left(Q\right)$ tại M nên $IM\perp\left(Q\right)$.

Mặt phẳng $\left(Q\right)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left(2;1;-1\right)$.

• Ta có: $IM \perp (Q) \Leftrightarrow \overrightarrow{MI} = t\vec{n},\ (t \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 + 2t \\ b = -5 + t \\ c = -t \end{cases}$

$I \in (P) \Leftrightarrow 1 + 2t - 2(-5 + t) - t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = 10 \Rightarrow I(21;5;-10)$.

Bán kính mặt cầu $R = d(I,(Q)) = 10\sqrt{6}$.

• Vậy phương trình mặt cầu $(S): (x-21)^2 + (y-5)^2 + (z+10)^2 = 600$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 16. Cho hai điểm $M(1;0;4)$, $N(1;1;2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2 = 0$. Mặt phẳng (P) qua *M, N* và tiếp xúc với mặt cầu (S) có phương trình:

A. $2x + 2y + z - 6 = 0$ hoặc $2x - 2y - z + 2 = 0$.

B. $4x + 2y + z - 8 = 0$ hoặc $4x - 2y - z + 8 = 0$.

C. $2x + 2y + z - 6 = 0$.

D. $2x - 2y - z + 2 = 0$.

Hướng dẫn giải:

• Ta có mặt cầu (*S*) có tâm $I(1;-1;0)$ và bán kính $R = 2$, $\overrightarrow{MN} = (0;1;-2)$

• Gọi $\vec{n} = (A,B,C)$ với $A^2 + B^2 + C^2 > 0$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

• Vì (P) qua M, N nên $\vec{n} \perp \overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \vec{n}.\overrightarrow{MN} = 0 \Leftrightarrow B - 2C = 0\ (1)$

• Mặt phẳng (P) qua $M(1;0;4)$ và nhận $\vec{n} = (A,B,C)$ là vectơ pháp tuyến nên có phương trình

$A(x-1) + B(y-0) + C(z-4) = 0 \Leftrightarrow Ax + By + Cz - A - 4C = 0$.

• Mặt phẳng (P) tiếp xúc với $(S) \Leftrightarrow d(I,(P)) = R \Leftrightarrow \dfrac{|1.A - 1.B + 0.C - A - 4C|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = 2$

$$\Leftrightarrow |B + 4C| = 2\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}\ (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow A^2 - 4C^2 = 0$ (*)

• Trong (*), nếu $C = 0$ thì $A = 0$, và từ (1) suy ra $B = 0$ (vô lí). Do vậy $C \neq 0$.

Chọn $C = 1 \Rightarrow A = \pm 2$.

Với $A = 2,\ C = 1$, ta có $B = 2$. Khi đó $(P): 2x + 2y + z - 6 = 0$.

Với $A = -2,\ C = 1$, ta có $B = 2$. Khi đó $(P): 2x - 2y - z + 2 = 0$.

• Vậy phương trình mặt phẳng $(P): 2x+2y+z-6=0$ hoặc $(P): 2x-2y-z+2=0$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 17. Cho hai điểm $A(1;-2;3)$, $B(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+4=0$. Phương trình mặt cầu (S) có bán kính bằng $\frac{AB}{6}$ có tâm thuộc đường thẳng AB và (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

A. $(x+4)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=\frac{1}{3}$ hoặc $(x+6)^2+(y-5)^2+(z+4)^2=\frac{1}{3}$.

B. $(x-4)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=\frac{1}{3}$ hoặc $(x-6)^2+(y+5)^2+(z-4)^2=\frac{1}{3}$.

C. $(x+4)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=\frac{1}{3}$.

D. $(x-4)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải:

• Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;2;-2)=-2(1;-1;1)$. Bán kính mặt cầu là $R=\frac{AB}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

• Tâm I của mặt cầu thuộc đường thẳng AB nên tọa độ I có dạng $I(1+t;-2-t;3+t)$

• Ta có: (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P) \Leftrightarrow d(I,(P))=\frac{AB}{6} \Leftrightarrow \frac{|t+6|}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-5 \\ t=-7 \end{array}\right.$.

• $t=-5 \Rightarrow I(-4;3;-2)$. Mặt cầu (S) có phương trình là $(x+4)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=\frac{1}{3}$.

• $t=-7 \Rightarrow I(-6;5;-4)$. Mặt cầu (S) có phương trình là $(x+6)^2+(y-5)^2+(z+4)^2=\frac{1}{3}$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 18. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{2}$ và hai mặt phẳng $(P_1): x+2y+2z-2=0$; $(P_2): 2x+y+2z-1=0$. Mặt cầu có tâm I nằm trên d và tiếp xúc với 2 mặt phẳng (P_1), (P_2), có phương trình:

A. $(S): (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ hoặc $(S): \left(x+\frac{19}{17}\right)^2+\left(y-\frac{16}{17}\right)^2+\left(z-\frac{15}{17}\right)^2=\frac{9}{289}$.

B. $(S): (x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=9$ hoặc $(S): \left(x+\frac{19}{17}\right)^2+\left(y+\frac{16}{17}\right)^2+\left(z+\frac{15}{17}\right)^2=\frac{9}{289}$.

C. (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9.$

D. (S): $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=9.$

Hướng dẫn giải:

• $I\in d\Rightarrow I(2t+1;t+2;2t+3)$

• Mặt cầu tiếp xúc với 2 mặt phẳng $\Leftrightarrow d(I,(P_1))=d(I,(P_2))$

$$\Leftrightarrow |8t+9|=|9t+9|\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}8t+9=9t+9\\8t-9=-9t-9\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=0\\t=\dfrac{-18}{17}\end{array}\right.$$

• $t=0\Rightarrow I(1;2;3)$; $R=3\Rightarrow(S)$: $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9.$

• $t=-\dfrac{18}{17}\Rightarrow I\left(-\dfrac{19}{17};\dfrac{16}{17};\dfrac{15}{17}\right)$; $R=\dfrac{3}{17}\Rightarrow(S)$: $\left(x+\dfrac{19}{17}\right)^2+\left(y-\dfrac{16}{17}\right)^2+\left(z-\dfrac{15}{17}\right)^2=\dfrac{9}{289}.$

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 19. Cho điểm $A(1;3;2)$, đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P):2x-2y+z-6=0$. Phương trình mặt cầu (S) đi qua A, có tâm thuộc d đồng thời tiếp xúc với (P) là:

A. $(S):(x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=16$ hoặc $(S):\left(x+\dfrac{83}{13}\right)^2+\left(y-\dfrac{87}{13}\right)^2+\left(z-\dfrac{70}{13}\right)^2=\dfrac{13456}{169}.$

B. $(S):(x+1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=16$ hoặc $(S):\left(x-\dfrac{83}{13}\right)^2+\left(y+\dfrac{87}{13}\right)^2+\left(z+\dfrac{70}{13}\right)^2=\dfrac{13456}{169}.$

C. $(S):(x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=16.$

D. $(S):(x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=4.$

Hướng dẫn giải:

• d có phương trình tham số $\begin{cases}x=-1+2t\\y=4-t\\z=-2t\end{cases}$

• Gọi I là tâm mặt cầu (S), do I thuộc d nên $I(-1+2t;4-t;-2t)$

Theo đề bài, (S) có bán kính $R=IA=d(I,(P))$.

$$\Rightarrow \sqrt{(2-2t)^2+(t-1)^2+(2+2t)^2}=\frac{|2(-1+2t)-2(4-t)-2t-6|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{9t^2-2t+9}=\frac{|4t-16|}{3} \Leftrightarrow 9(9t^2-2t+9)=(4t-16)^2 \Leftrightarrow 65t^2+110t-175=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-\dfrac{35}{13} \end{array}\right..$$

• Với $t=1 \Rightarrow I(1;3;-2), R=4 \Rightarrow (S):(x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=16$.

• Với $t=-\dfrac{35}{13} \Rightarrow I\left(-\dfrac{83}{13};\dfrac{87}{13};\dfrac{70}{13}\right);R=\dfrac{116}{13} \Rightarrow (S):\left(x+\dfrac{83}{13}\right)^2+\left(y-\dfrac{87}{13}\right)^2+\left(z-\dfrac{70}{13}\right)^2=\dfrac{13456}{169}$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 20. Cho mặt phẳng $(P):x-2y-2z+10=0$ và hai đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$, $\Delta_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+3}{4}$. Mặt cầu (S) có tâm thuộc Δ_1, tiếp xúc với Δ_2 và mặt phẳng (P), có phương trình:

A. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$ hoặc $\left(x-\dfrac{11}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{7}{2}\right)^2+\left(z+\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{81}{4}$.

B. $(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$ hoặc $\left(x+\dfrac{11}{2}\right)^2+\left(y+\dfrac{7}{2}\right)^2+\left(z-\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{81}{4}$.

C. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$.

D. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=3$.

Hướng dẫn giải:

• $\Delta_1:\begin{cases} x=2+t \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$; Δ_2 đi qua điểm $A(2;0;-3)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_2}=(1;1;4)$.

• Giả sử $I(2+t;t;1-t)\in\Delta_1$ là tâm và R là bán kính của mặt cầu (S).

• Ta có: $\overrightarrow{AI}=(t;t;4-t) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AI},\overrightarrow{a_2}\right]=(5t-4;4-5t;0) \Rightarrow d(I,\Delta_2)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AI},\overrightarrow{a_2}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{a_2}\right|}=\dfrac{|5t-4|}{3}$

$$d(I,(P))=\frac{|2+t-2t-2(1-t)+10|}{\sqrt{1+4+4}}=\frac{|t+10|}{3}.$$

• (S) tiếp xúc với Δ_2 và $(P) \Leftrightarrow d(I,\Delta_2)=d(I,(P)) \Leftrightarrow |5t-4|=|t+10| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\dfrac{7}{2} \\ t=-1 \end{array}\right..$

• Với $t=\frac{7}{2} \Rightarrow I\left(\frac{11}{2};\frac{7}{2};-\frac{5}{2}\right)$, $R=\frac{9}{2} \Rightarrow (S):\left(x-\frac{11}{2}\right)^2+\left(y-\frac{7}{2}\right)^2+\left(z+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{81}{4}$.

• Với $t=-1 \Rightarrow I(1;-1;2), R=3 \Rightarrow (S):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 21. Cho mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có phương trình lần lượt là $(P): 2x+2y+z-m^2+4m-5=0$; $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-6=0$. Giá trị của m để (P) tiếp xúc (S) là:

A. $m=-1$ hoặc $m=5$. B. $m=1$ hoặc $m=-5$. C. $m=-1$. D. $m=5$.

Hướng dẫn giải:

• $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-6=0$ có tâm $I(1;-1;1)$ và bán kính $R=3$.

• (P) tiếp xúc (S) $\Leftrightarrow d(I,(P))=R$

$$\Leftrightarrow \frac{|2.1+2.(-1)+1.1-m^2+4m-5|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=3 \Leftrightarrow |m^2-4m+4|=9$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2-4m+4=9 \\ m^2-4m+4=-9 \end{array}\right. \Leftrightarrow m^2-4m-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=5 \end{array}\right..$$

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 22. Cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$ và mặt phẳng $(P): x+y-2z+4=0$. Phương trình đường thẳng d tiếp xúc với mặt cầu (S) tại $A(3;-1;1)$ và song song với mặt phẳng (P) là:

A. $\begin{cases} x=3+4t \\ y=-1-6t \\ z=1-t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1+4t \\ y=-2-6t \\ z=-1-t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=3-4t \\ y=-1+6t \\ z=1+t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=3+2t \\ y=-1+t \\ z=1+2t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải:

• Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1) \Rightarrow \overrightarrow{IA}=(2;1;2)$

• Đường thẳng d tiếp xúc với mặt cầu (S) tại $\left[\begin{array}{l} t=\frac{7}{2} \\ t=-1 \end{array}\right.$ và song song với mặt phẳng (P) nên đường thẳng d có vetto chỉ phương $\overrightarrow{a_d}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{IA}\right]=(4;-6;-1)$

• Vậy phương trình đường thẳng $d:\begin{cases} x=3+4t \\ y=-1-6t \\ z=1-t \end{cases}$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 23. Cho điểm $A(2;5;1)$ và mặt phẳng $(P): 6x+3y-2z+24=0$, H là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (P). Phương trình mặt cầu (S) có diện tích 784π và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại H, sao cho điểm A nằm trong mặt cầu là:

A. $(x-8)^2+(y-8)^2+(z+1)^2=196.$ B. $(x+8)^2+(y+8)^2+(z-1)^2=196.$

C. $(x+16)^2+(y+4)^2+(z-7)^2=196.$ D. $(x-16)^2+(y-4)^2+(z+7)^2=196.$

Hướng dẫn giải:

- Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P). Suy ra $d:\begin{cases} x=2+6t \\ y=5+3t \\ z=1-2t \end{cases}$

- Vì H là hình chiếu vuông góc của A trên (P) nên $H=d\cap(P)$.

Vì $H\in d$ nên $H(2+6t;5+3t;1-2t)$.

- Mặt khác, $H\in(P)$ nên ta có: $6(2+6t)+3(5+3t)-2(1-2t)+24=0 \Leftrightarrow t=-1$

Do đó, $H(-4;2;3)$.

- Gọi I, R lần lượt là tâm và bán kính mặt cầu.

Theo giả thiết diện tích mặt cầu bằng 784π, suy ra $4\pi R^2=784\pi \Rightarrow R=14$.

Vì mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại H nên $IH\perp(P)\Rightarrow I\in d$.

Do đó tọa độ điểm I có dạng $I(2+6t;5+3t;1-2t)$, với $t\neq -1$.

- Theo giả thiết, tọa độ điểm I thỏa mãn:

$$\begin{cases} d(I,(P))=14 \\ AI<14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{|6(2+6t)+3(5+3t)-2(1-2t)+24|}{\sqrt{6^2+3^2+(-2)^2}}=14 \\ \sqrt{(6t)^2+(3t)^2+(-2t)^2}<14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-3 \end{array}\right. \\ -2<t<2 \end{cases} \Leftrightarrow t=1$$

Do đó: $I(8;8;-1)$.

- Vậy phương trình mặt cầu $(S):(x-8)^2+(y-8)^2+(z+1)^2=196$.

Lựa chọn đáp án **A.**

Câu 24. Cho mặt phẳng $(P): 2x+y-z+5=0$ và các điểm $A(0;0;4)$, $B(2;0;0)$. Phương trình mặt cầu đi qua O, A, B và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=6.$ B. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=6.$

C. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=6.$ D. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=6.$

Hướng dẫn giải:

- Gọi (S) có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R.
- Phương mặt cầu (S) có dạng: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$
- (S) qua 3 điểm $O,\ A,\ B$, ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} d=0 \\ -8c+d=-16 \\ -4a+d=-4 \\ \dfrac{|2a+b-c+5|}{\sqrt{4+1+1}}=R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=0 \\ c=2 \\ a=1 \\ (2+b-2+5)^2=6(1^2+b^2+2^2-0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=0 \\ c=2 \\ a=1 \\ 5b^2-10b+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=2 \\ d=0 \end{cases}.$$

- Vậy (S): $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=6$.

Câu 25. Cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z+2=0$ và điểm $A(2;-3;0)$. Gọi B là điểm thuộc tia Oy sao cho mặt cầu tâm B, tiếp xúc với mặt phẳng (P) có bán kính bằng 2. Tọa độ điểm B là:

A. $(0;2;0)$. B. $(0;-4;0)$. C. $(0;2;0)$ hoặc $(0;-4;0)$. D. $(0;1;0)$.

Hướng dẫn giải

- Vì B thuộc tia Oy nên $B(0;b;0)$ (với $b>0$)
- Bán kính của mặt cầu tâm B, tiếp xúc với (P) là $R=d(B,(P))=\dfrac{|2b+2|}{3}$.
- Theo giả thiết $R=2 \Leftrightarrow \dfrac{|2b+2|}{3}=2 \Leftrightarrow |2b+2|=6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2b+2=6 \\ 2b+2=-6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=2 \\ b=-4 \end{array}\right.$.

Do $b>0 \Rightarrow b=2$

- Vậy $B(0;2;0)$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 26. Cho hai mặt phẳng $(P): 2x+3y-z+2=0,\ (Q): 2x-y-z+2=0$. Phương trình mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm $A(1;-1;1)$ và có tâm thuộc mặt phẳng (Q) là:

A. $(S): (x+3)^2+(y+7)^2+(z-3)^2=56.$ B. $(S): (x-3)^2+(y-7)^2+(z+3)^2=56.$

C. $(S): (x+3)^2+(y+7)^2+(z-3)^2=14.$ D. $(S): (x-3)^2+(y-7)^2+(z+3)^2=14.$

Hướng dẫn giải:

• Gọi d đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P), ta có : $d:\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=1-t \end{cases}$

• Tâm $I\in d\Rightarrow I\left(1+2t;-1+3t;1-t\right)$.

$I\in\left(Q\right)\Rightarrow 2\left(1+2t\right)-\left(-1+3t\right)-\left(1-t\right)+2=0\Leftrightarrow t=-2\Rightarrow I\left(-3;-7;3\right)$

• Bán kính mặt cầu là $R=IA=2\sqrt{14}$.

• Phương trình mặt cầu $(S):\left(x+3\right)^2+\left(y+7\right)^2+\left(z-3\right)^2=56$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 27. Cho điểm $I(0;0;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=-1+t \\ y=2t \\ z=2+t \end{cases}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm $A,\ B$ sao cho tam giác IAB vuông là:

A. $x^2+y^2+\left(z-3\right)^2=\frac{8}{3}$.
B. $x^2+y^2+\left(z-3\right)^2=\frac{3}{2}$.
C. $x^2+y^2+\left(z-3\right)^2=\frac{2}{3}$.
D. $x^2+y^2+\left(z-3\right)^2=\frac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải:

• Gọi $H\left(-1+t;2t;2+t\right)\in d$ là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng d
$\Rightarrow\overrightarrow{IH}=\left(-1+t;2t;-1+t\right)$

• Ta có vectơ chỉ phương của d : $\overrightarrow{a_d}=\left(1;2;1\right)$ và $IH\perp d$

$\Rightarrow\overrightarrow{IH}.\overrightarrow{a_d}=0\Leftrightarrow -1+t+4t-1+t=0\Leftrightarrow -2+6t=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{3}\Rightarrow H\left(-\frac{2}{3};\frac{2}{3};\frac{7}{3}\right)$

$\Rightarrow IH=\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

• Vì tam giác IAB vuông tại I và $IA=IB=R$. Suy ra tam giác IAB vuông cân tại I, do đó bán kính:

$R=IA=AB\cos 45^0=2IH.\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}IH=\sqrt{2}.\frac{2\sqrt{3}}{3}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$

• Vậy phương trình mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-3)^2=\frac{8}{3}$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 28. Cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z-3}{-1}$ và và mặt cầu (*S*): $x^2+y^2+z^2+4x-2y-21=0$. Số giao điểm của (Δ) và (S) là:

A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Hướng dẫn giải:

Đường thẳng (Δ) đi qua $M=(-2;0;3)$ và có VTCP $\vec{u}=(-1;1;-1)$

Mặt cầu (S) có tâm $I=(1;2;-3)$ và bán kính $R=9$

Ta có $\overrightarrow{MI}=(3;2;-6)$ và $\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]=(-4;-9;-5)$

$$\Rightarrow d(I,\Delta)=\frac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\frac{\sqrt{366}}{3}$$

Vì $d(I,\Delta)<R$ nên (Δ) cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 29. Cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+3}{2}$ và mặt cầu (*S*) : $x^2+y^2+(z+2)^2=9$. Tọa độ giao điểm của (Δ) và (S) là:

A. $A(-2;2;-3)$. B. $A(2;3;2)$.

C. $A(0;0;2)$, $B(-2;2;-3)$. D. (Δ) và (*S*) không cắt nhau.

Hướng dẫn giải:

Tọa độ giao điểm là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases} x=-2+2t \\ y=2+3t \\ z=-3+2t \\ x^2+y^2+(z+2)^2=9 \end{cases} \Rightarrow t=0 \Rightarrow A(-2;2;-3).$$

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 30. Cho đường thẳng $(\Delta):\begin{cases}x=1+t\\y=2\\z=-4+7t\end{cases}$ và mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-67=0$. Giao điểm của (Δ) và (S) là các điểm có tọa độ:

A. $A(1;2;-4)$, $B(2;2;3)$.

B. $A(1;2;5), B(-2;0;4)$.

C. $A(2;-2;5)$, $B(4;0;3)$.

D. (Δ) và (S) không cắt nhau.

Hướng dẫn giải:

Tọa độ giao điểm là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases}x=1+t\\y=2\\z=-4+7t\\x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-67=0\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\Rightarrow A(1;2;-4)\\t=1\Rightarrow B(2;2;3)\end{array}\right..$$

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 31. Cho điểm $I(1;0;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{1}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho $AB=4$ là:

A. $(x-1)^2+y^2+z^2=9$.

B. $(x-1)^2+y^2+z^2=3$.

C. $(x+1)^2+y^2+z^2=3$.

D. $(x+1)^2+y^2+z^2=9$.

Hướng dẫn giải:

Đường thẳng (d) đi qua $M(1;\ 1;-2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;1)$.

Gọi H là hình chiếu của I trên (d). Ta có: $IH=d(I,AB)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\sqrt{5}$

$$\Rightarrow R^2=IH^2+\left(\frac{AB}{2}\right)^2=9.$$

Vậy phương trình mặt cầu: $(x-1)^2+y^2+z^2=9$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 32. Cho điểm $I(1;1;-2)$ đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{1}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho $AB=6$ là:

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=27$.

B. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=27$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=24.$ D. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=54.$

Hướng dẫn giải:

Đường thẳng (d) đi qua $M(-1;\ 3;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;1)$.

Gọi H là hình chiếu của I trên (d). Ta có : $IH=d(I,AB)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\sqrt{18}$

$$\Rightarrow R^2=IH^2+\left(\frac{AB}{2}\right)^2=27.$$

Vậy phương trình mặt cầu: $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=27.$

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 33. Cho điểm $I(1;0;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{1}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm *A, B* sao cho tam giác *IAB* vuông là:

A. $(x-1)^2+y^2+z^2=10.$ B. $(x-1)^2+y^2+z^2=12.$

C. $(x+1)^2+y^2+z^2=8.$ D. $(x-1)^2+y^2+z^2=16.$

Hướng dẫn giải:

Đường thẳng d đi qua $M(1;\ 1;-2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;1)$.

Gọi H là hình chiếu của I trên d. Ta có : $IH=d(I,AB)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\sqrt{5}$

$$\Rightarrow R^2=IH^2+\left(\frac{AB}{2}\right)^2=10.$$

Vậy phương trình mặt cầu là : $(x-1)^2+y^2+z^2=10.$

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 34. Cho điểm $I(1;0;0)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=-2+t\end{cases}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm *A, B* sao cho tam giác *IAB* đều là:

A. $(x-1)^2+y^2+z^2=\dfrac{20}{3}.$ B. $(x+1)^2+y^2+z^2=\dfrac{20}{3}.$

C. $(x-1)^2+y^2+z^2=\dfrac{16}{4}.$ D. $(x-1)^2+y^2+z^2=\dfrac{5}{3}.$