Δ đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(1;-2;-1)$

Vậy phương trình của Δ là $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\frac{x+1}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-1}{2}$ và $\Delta_2:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{3}$. Phương trình đường thẳng song song với $d:\begin{cases}x=3\\y=-1+t\\z=4+t\end{cases}$ và cắt hai đường thẳng $\Delta_1;\Delta_2$ là.

A. $\begin{cases}x=2\\y=3-t\\z=3-t\end{cases}$ B. $\begin{cases}x=-2\\y=-3-t\\z=-3-t\end{cases}$ C. $\begin{cases}x=-2\\y=-3+t\\z=-3+t\end{cases}$ D. $\begin{cases}x=2\\y=-3+t\\z=3+t\end{cases}$

Hướng dẫn giải

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm

Gọi $A=\Delta\cap\Delta_1, B=\Delta\cap\Delta_2$

$A\in\Delta_1\Rightarrow A(-1+3a;2+a;1+2a)$

$B\in\Delta_2\Rightarrow B(1+b;2b;-1+3b)$

$\overrightarrow{AB}=(-3a+b+2;-a+2b-2;-2a+3b-2)$

d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}=(0;1;1)$

$\Delta//d\Leftrightarrow \overrightarrow{AB},\overrightarrow{a_d}$ cùng phương

$\Leftrightarrow$ có một số k thỏa $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{a_d}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}-3a+b+2=0\\-a+2b-2=k\\-2a+3b-2=k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3a+b=-2\\-a+2b-k=2\\-2a+3b-k=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=1\\k=-1\end{cases}$

Ta có $A(2;3;3);B(2;2;2)$

Δ đi qua điểm $A(2;3;3)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(0;-1;-1)$

Vậy phương trình của Δ là $\begin{cases}x=2\\y=3-t\\z=3-t\end{cases}$

Câu 39. **(ĐH A2007)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{cases}$. Phương trình đường thẳng vuông góc với $(P): 7x + y - 4z = 0$ và cắt hai đường thẳng d_1, d_2 là.

A. $\frac{x-2}{7} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-4}$

B. $\frac{x-7}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+4}{1}$

C. $\frac{x+2}{-7} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{4}$

D. $\frac{x+2}{7} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-4}$

Hướng dẫn giải

Gọi d là đường thẳng cần tìm

Gọi $A = d \cap d_1, B = d \cap d_2$

$A \in d_1 \Rightarrow A(2a; 1-a; -2+a)$
$B \in d_2 \Rightarrow B(-1+2b; 1+b; 3)$
$\overrightarrow{AB} = (-2a+2b-1; a+b; -a+5)$

(P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P} = (7;1;-4)$

$d \perp (P) \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_p}$ cùng phương

$\Leftrightarrow$ có một số k thỏa $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{n_p}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2a+2b-1 = 7k \\ a+b = k \\ -a+5 = -4k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a+2b-7k = 1 \\ a+b-k = 0 \\ -a+4k = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ k = -1 \end{cases}$$

d đi qua điểm $A(2;0;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d} = \overrightarrow{n_P} = (7;1-4)$

Vậy phương trình của d là $\frac{x-2}{7} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-4}$

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(2;3;-1)$ cắt d tại B sao cho khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-1=0$ bằng $2\sqrt{3}$.

A. Cả C và D

B. $\frac{x-7}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+4}{1}$

C. $\frac{x+3}{-5} = \frac{y+6}{-9} = \frac{z-2}{5}$

D. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-6}{3} = \frac{z+2}{-1}$

Hướng dẫn giải

$B \in d \Rightarrow B(1+t;2+2t;-t)$

$d\left[B,(\alpha)\right] = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2 \\ t=-4 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} B(3;6;-2),\ \overrightarrow{AB}=(1;3;-1) \\ B(-3;-6;4),\ \overrightarrow{AB}=(-5;-9;5) \end{array}\right.$

Δ đi qua điểm B và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}$

Vậy phương trình của Δ là $\frac{x+3}{-5}=\frac{y+6}{-9}=\frac{z-2}{3}$ và $\frac{x-3}{1}=\frac{y-6}{3}=\frac{z+2}{-1}$

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-2;2;1)$ cắt trục tung tại B sao cho $OB = 2OA$.

A. Cả B và D

B. $\frac{x}{2}=\frac{y-6}{4}=\frac{z}{-1}$

C. $\frac{x+3}{-5}=\frac{y+6}{-9}=\frac{z-2}{3}$

D. $\frac{x}{2}=\frac{y+6}{-8}=\frac{z}{-1}$

Hướng dẫn giải

$B \in Oy \Rightarrow B(0;b;0)$

$OB = 2OA \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=6 \\ b=-6 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} B(0;6;0),\ \overrightarrow{AB}=(2;4;-1) \\ B(0;-6;0),\ \overrightarrow{AB}=(2;-8;-1) \end{array}\right.$

Δ đi qua điểm B và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}$

Vậy phương trình của Δ là $\frac{x}{2}=\frac{y-6}{4}=\frac{z}{-1}$ và $\frac{x}{2}=\frac{y+6}{-8}=\frac{z}{-1}$

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $B(1;1;2)$ cắt đường thẳng $d: \frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+1}{1}$ tại C sao cho tam giác OBC có diện tích bằng $\frac{\sqrt{83}}{2}$.

A. Cả C và D

B. $\frac{x}{2}=\frac{y-6}{4}=\frac{z}{-1}$

C. $\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{-1}$

D. $\frac{x-1}{31}=\frac{y-1}{78}=\frac{z-2}{-109}$

Hướng dẫn giải

$C \in d \Rightarrow C(2+t;3-2t;-1+t)$

$\overrightarrow{OC} = (2+t;3-2t;-1+t)$

$\overrightarrow{OB} = (1;1;2)$

$\left[\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}\right] = (5t-7;t+5;1-3t)$

$$S_{\Delta OBC} = \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}\right]\right| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2 \Rightarrow \overrightarrow{BC} = (3;-2;-1) \\ t = \dfrac{-4}{35} \Rightarrow \overrightarrow{BC} = \left(\dfrac{31}{35};\dfrac{78}{35};-\dfrac{109}{35}\right) \end{array}\right.$$

Δ đi qua điểm B và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{BC}$

Vậy phương trình của Δ là $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-2}{-1}$ và $\dfrac{x-1}{31} = \dfrac{y-1}{78} = \dfrac{z-2}{-109}$

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-2}{-1}$ và $d_2 : \begin{cases} x = t \\ y = 3 \\ z = -2+t \end{cases}$. Phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng d_1, d_2 là.

A. $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1+2t \\ z = 2-t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -2+3t \\ y = 1+3t \\ z = 2+t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -2+3t \\ y = 1-3t \\ z = 2+t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2+3t \\ y = 1+3t \\ z = -2-t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Gọi d là đường thẳng cần tìm

Gọi $A = d \cap d_1, B = d \cap d_2$

$A \in d_1 \Rightarrow A(2+a;1-a;2-a)$

$B \in d_2 \Rightarrow B(b;3;-2+b)$

$\overrightarrow{AB} = (-a+b-2;a+2;a+b-4)$

d_1 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_1} = (1;-1;-1)$

d_2 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_2} = (1;0;1)$

$$\begin{cases} d \perp d_1 \\ d \perp d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{a_1} \\ \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{a_2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{a_1} = 0 \\ \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{a_2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow A(2;1;2); B(3;3;1)$$

d đi qua điểm $A(2;1;2)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d} = \overrightarrow{AB} = (1;2;-1)$

Vậy phương trình của d là $\begin{cases} x = 2+3t \\ y = 1+3t \\ z = 2+t \end{cases}$

Vận dụng cao

Câu 44. **(ĐH A2012)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x+y-2z+5=0$ và $A(1;-1;2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN. Phương trình đường thẳng Δ là.

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-2}{2}$

B. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+2}{2}$

C. $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+2}{2}$

D. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$

Hướng dẫn giải

$M\in d\Rightarrow M(-1+2t;t;t+2)$

A là trung điểm $MN\Rightarrow N(3-2t;-2-t;2-t)$

$N\in(P)\Rightarrow t=2\Rightarrow M(3;2;4)$

Δ đi qua điểm $M(3;2;4)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_\Delta}=\overrightarrow{AM}=(2;3;2)$

Vậy phương trình của Δ là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-2}{2}$

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$, mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+3)^2+(z+1)^2=29$ và $A(1;-2;1)$. Đường thẳng Δ cắt d và (S) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{5}=\dfrac{z-1}{-1}$ và $\dfrac{x-1}{7}=\dfrac{y+2}{11}=\dfrac{z-1}{-10}$

B. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{5}=\dfrac{z+1}{-1}$ và $\dfrac{x-1}{7}=\dfrac{y+2}{11}=\dfrac{z-1}{-10}$

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{5}=\dfrac{z-1}{-1}$ và $\dfrac{x+1}{7}=\dfrac{y-2}{11}=\dfrac{z+1}{-10}$

D. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{5}=\dfrac{z+1}{-1}$ và $\dfrac{x+1}{7}=\dfrac{y-2}{11}=\dfrac{z+1}{-10}$

Hướng dẫn giải

$M\in d\Rightarrow M(2+t;1+2t;1-t)$

A là trung điểm $MN\Rightarrow N(-t;-5-2t;1+t)$

$$N\in(S)\Rightarrow 6t^2+14t-20=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l} t=1\Rightarrow\overrightarrow{MN}=(-4;-10;2)=-2(2;5;-1)\\ t=-\dfrac{10}{3}\Rightarrow\overrightarrow{MN}=\left(\dfrac{14}{3};\dfrac{22}{3};-\dfrac{20}{3}\right)=\dfrac{2}{3}(7;11;-10)\end{array}\right.$$

Δ đi qua điểm $A(1;-2;1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_\Delta}=\overrightarrow{MN}$

Vậy phương trình của Δ là $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{5}=\frac{z-1}{-1}$ và $\frac{x-1}{7}=\frac{y+2}{11}=\frac{z-1}{-10}$

Câu 46. **(ĐH B2009)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-5=0$ và hai điểm $A(-3;0;1)$, $B(1;-1;3)$. Trong các đường thẳng đi qua A và song song với (P), đường thẳng mà khoảng cách từ B đến đường thẳng đó là nhỏ nhất có phương trình là.

A. $\frac{x+3}{26}=\frac{y}{11}=\frac{z-1}{-2}$

B. $\frac{x-2}{26}=\frac{y+1}{11}=\frac{z-3}{-2}$

C. $\frac{x-3}{26}=\frac{y}{11}=\frac{z+1}{-2}$

D. $\frac{x+2}{26}=\frac{y-1}{11}=\frac{z+3}{-2}$

Hướng dẫn giải

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm

Gọi mặt phẳng (Q) qua $A(-3;0;1)$ và song song với (P). Khi đó: $(Q): x-2y+2z+1=0$

Gọi K,H lần lượt là hình chiếu của B lên $\Delta,(Q)$. Ta có $d(B,\Delta)=BK\geq BH$. Do đó AH là đường thẳng cần tìm.

(Q) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q}=(1;-2;2)$

BH qua B và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_{BH}}=\overrightarrow{n_Q}=(1;-2;2)$

$$BH:\begin{cases}x=1+t\\ y=-1-2t\\ z=3+2t\end{cases}$$

$H\in BH\Rightarrow H(1+t;-1-2t;3+2t)$

$H\in(P)\Rightarrow t=-\frac{10}{9}\Rightarrow H\left(-\frac{1}{9};\frac{11}{9};\frac{7}{9}\right)$

Δ đi qua điểm $A(-3;0;1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_\Delta}=\overrightarrow{AH}=\left(\frac{26}{9};\frac{11}{9};-\frac{2}{9}\right)=\frac{1}{9}(26;11;-2)$

Vậy phương trình của Δ là $\Delta:\frac{x+3}{26}=\frac{y}{11}=\frac{z-1}{-2}$

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+1}{-1}$, mặt phẳng $(P): x+y+z+2=0$. Gọi M là giao điểm của d và (P). Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) vuông góc với d và cách M một khoảng bằng $\sqrt{42}$. Phương trình đường thẳng Δ là.

A. Cả B và C

B. $\frac{x-5}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z+5}{1}$

C. $\frac{x+3}{2}=\frac{y+4}{-3}=\frac{z-5}{1}$

D. $\frac{x+3}{2}=\frac{y+4}{3}=\frac{z-5}{1}$ và $\frac{x+3}{2}=\frac{y+4}{3}=\frac{z-5}{1}$

Hướng dẫn giải

Gọi $M=d\cap(P)$

$M\in d\Rightarrow M(3+2t;-2+t;-1-t)$

$M\in(P)\Rightarrow t=-1\Rightarrow M(1;-3;0)$

(P) có vecttơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;1;1)$

d có vecttơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}=(2;1;-1)$

Δ có vecttơ chỉ phương $\overrightarrow{a_\Delta}=\left[\overrightarrow{a_d},\overrightarrow{n_P}\right]=(2;-3;1)$

Gọi $N(x;y;z)$ là hình chiếu vuông góc của M trên Δ, khi đó $\overrightarrow{MN}=(x-1;y+3;z)$.

Ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{MN}\perp\overrightarrow{a_\Delta}\\ N\in(P)\\ MN=\sqrt{42}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-3y+z-11=0\\ x+y+z+2=0\\ (x-1)^2+(y+3)^2+z^2=42\end{cases}$

Giải hệ ta tìm được hai điểm $N(5;-2;-5)$ và $N(-3;-4;5)$

Với $N(5;-2;-5)$, ta có $\Delta:\frac{x-5}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z+5}{1}$

Với $N(-3;-4;5)$, ta có $\Delta:\frac{x+3}{2}=\frac{y+4}{-3}=\frac{z-5}{1}$

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;1;2)$, hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=3+t\\ y=-1+2t\\ z=4\end{cases}$ và $\Delta_2:\frac{x+2}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{2}$. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm I và cắt hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 là.

A. $\begin{cases}x=1+2t\\ y=1+t\\ z=2+t\end{cases}$

B. $\begin{cases}x=1+2t\\ y=1-t\\ z=2+t\end{cases}$

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-1}$

D. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{1}$

Hướng dẫn giải

- Gọi (α_1) là mặt phẳng qua I và Δ_1

  Δ_1 đi qua $M_1(3;-1;4)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_1}=(1;2;0)$

$\overrightarrow{IM_1}=(2;-2;2)$

(α_1) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=\left[\overrightarrow{a_1},\overrightarrow{IM_1}\right]=(4;-2;-6)$

- Gọi (α_2) là mặt phẳng qua I và Δ_2

  Δ_2 đi qua $M_2(-2;0;2)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_2}=(1;1;2)$

  $\overrightarrow{IM_2}=(-3;-1;0)$

  (α_2) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}=\left[\overrightarrow{a_2},\overrightarrow{IM_2}\right]=(2;-6;2)$

- d đi qua điểm $I(1;1;2)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(-40;-20;-20)$

  Vậy phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1+t \\ z=2+t \end{cases}$

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{1}$, mặt phẳng $(P):2x-y-z+5=0$ và $M(1;-1;0)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm M, cắt d và tạo với (P) một góc 30^0. Phương trình đường thẳng Δ là.

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-2}$ và $\dfrac{x-1}{23}=\dfrac{y+1}{14}=\dfrac{z}{-1}$

B. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$ và $\dfrac{x-4}{5}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-5}{5}$

C. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$ và $\dfrac{x+4}{5}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+5}{5}$

D. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$ và $\dfrac{x-4}{5}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-5}{5}$

Hướng dẫn giải

Gọi $N=\Delta\cap d$

$N\in d\Rightarrow N(2+2t;t;-2+t)$

Δ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{MN}=(1+2t;1+t;-2+t)$

(P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(2;-1;-1)$

$$\sin\left[d,(P)\right]=\frac{\left|\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{n_P}\right|}{\left|\overrightarrow{MN}\right|.\left|\overrightarrow{n_P}\right|}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=0\Rightarrow\overrightarrow{MN}=(1;1-2) \\ t=\dfrac{9}{5}\Rightarrow\overrightarrow{MN}=\left(\dfrac{23}{5};\dfrac{14}{5};-\dfrac{1}{5}\right)\end{array}\right.$$

Δ đi qua điểm $M(1;-1;0)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}=\overrightarrow{MN}$