A. $z^2-(2+4i)z-(11+2i)=0$ **B.** $z^2+(2+4i)z-(11+2i)=0$

C. $z^2-(2+4i)z+(11+2i)=0$ **D.** $z^2+(2+4i)z+(11+2i)=0$

Hướng dẫn giải:

Áp dụng định lý Viet, ta có: $\begin{cases} S=\alpha+\beta=2+4i \\ P=\alpha.\beta=-11-2i \end{cases}$.

Do đó α,β là hai nghiệm của phương trình:

$z^2-Sz+P=0 \Leftrightarrow z^2-(2+4i)z-(11+2i)=0$

Ta chọn đáp án A.

Câu 41. Gọi z là nghiệm phức có phần thực dương của phương trình $z^2+(1+2i)z-17+19i=0$. Khi đó, giả sử $z^2=a+bi$ thì tích của a và b là:

A. -168 **B.** 168 **C.** 0 **D.** -4

Hướng dẫn giải:

$\Delta=b^2-4ac=(1+2i)^2+4(17-19i)=65-72i$

$\Rightarrow \sqrt{|\Delta|}=\pm(9-4i)$

$\Rightarrow z_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{|\Delta|}}{2a}=\dfrac{-1-2i\pm(9-4i)}{2}\Rightarrow z=\dfrac{8-6i}{2}=4-3i\Rightarrow z^2=(4-3i)^2=7-24i$

$\Rightarrow a=7;b=-24\Rightarrow a.b=-168$

Ta chọn đáp án A.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức thỏa mãn điều kiện $z^2=|z|^2+\bar{z}$?

A. 3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Hướng dẫn giải:

Gọi $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})$ là số phức thỏa mãn điều kiện trên. Ta có:

$z^2=|z|^2+\bar{z}\Leftrightarrow(a+bi)^2=a^2+b^2+a-bi\Leftrightarrow a+2b^2-bi-2abi=0\Leftrightarrow(a+2b^2)+(-b-2ab)i=0$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} a+2b^2=0 \\ b+2ab=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a+2b^2=0 \\ \left[\begin{array}{l} b=0 \\ a=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} a=b=0 \\ \begin{cases} a=-\dfrac{1}{2} \\ b=\pm\dfrac{1}{2} \end{cases} \end{array}\right.$$

Vậy có 3 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta chọn đáp án A.

Câu 43. Phương trình $(2+i)z^2+az+b=0\,(a,b\in\mathbb{C})$ có hai nghiệm là $3+i$ và $1-2i$. Khi đó $a=?$

A. $-9-2i$ **B.** $15+5i$ **C.** $9+2i$ **D.** $15-5i$

Hướng dẫn giải:

Theo Viet, ta có:

$$S = z_1 + z_2 = -\frac{a}{2+i} = 4 - i \Leftrightarrow a = (i-4)(i+2) \Leftrightarrow a = -9 - 2i$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 44. Cho số phức *z* thỏa mãn $z^2 - 6z + 13 = 0$. Tính $\left|z + \frac{6}{z+i}\right|$

A. $\sqrt{17}$ và 5 **B.** $\sqrt{17}$ và 4 **C.** $\sqrt{17}$ và 3 **D.** $\sqrt{17}$ và 2

Hướng dẫn giải:

$$z^2 - 6z + 13 = 0 \Leftrightarrow (z-3)^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow z = 3 \pm 2i$$

+) Nếu $z = 3 + 2i$:

$$z + \frac{6}{z+i} = 3 + 2i + \frac{6}{3+3i} = \frac{9+15i}{3+3i} = \frac{-18+72i}{18} = -1 + 4i$$
$$\Rightarrow \left|z + \frac{6}{z+i}\right| = |-1+4i| = \sqrt{17}$$

+) Nếu $z = 3 - 2i$:

$$z + \frac{6}{z+i} = 3 - 2i + \frac{6}{3-i} = \frac{13-9i}{3-i} = \frac{30-40i}{10} = 3 - 4i$$
$$\Rightarrow \left|z + \frac{6}{z+i}\right| = |3-4i| = 5$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 45. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + (1-3i)z - 2(1+i) = 0$. Khi đó $w = z_1^2 + z_2^2 - 3z_1z_2$ là số phức có môđun là:

A. $\sqrt{20}$ **B.** $\sqrt{13}$ **C.** $2\sqrt{13}$ **D.** 2

Hướng dẫn giải:

Theo Viet, ta có: $\begin{cases} S = z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} = -1 + 3i \\ P = z_1.z_2 = \frac{c}{a} = -2(1+i) \end{cases}$

$$w = z_1^2 + z_2^2 - 3z_1z_2 = S^2 - 5P = (-1+3i)^2 + 10(1+i) = 2 + 4i$$
$$\Rightarrow |w| = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 46. Số nghiệm của phương trình với ẩn số phức z: $4z^2+8|z|^2-3=0$ là:

A. 4 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 1

Hướng dẫn giải:

Gọi $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})$ là nghiệm của phương trình. Ta có:

$$4(a+bi)^2+8(a^2+b^2)-3=0\Leftrightarrow 4(a^2-b^2+2abi)+8(a^2+b^2)-3=0$$

$$\Leftrightarrow 12a^2+4b^2+8abi-3=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}12a^2+4b^2=3\\ ab=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4a^2+b^2=1\\ ab=0\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}4a^2+4ab+b^2=1\\ ab=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(2a+b)^2=1\\ \left[\begin{array}{l}a=0\\ b=0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}a=0\\ b=\pm1\end{array}\right.\\ \left[\begin{array}{l}a=\pm\dfrac{1}{4}\\ b=0\end{array}\right.\end{array}\right.$$

Vậy phương trình có 4 nghiệm phức

Ta chọn đáp án A.

Câu 47. Tìm số phức *z* để $z-\bar{z}=z^2$.

A. $z=0;z=1+i;z=1-i$ **B.** $z=0;z=1+i$

C. $z=0;z=1-i$ **D.** $z=1+i;z=1-i$

Hướng dẫn giải:

Gọi $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})$ là số phức thỏa mãn đẳng thức trên. Ta có:

$$z-\bar{z}=z^2\Leftrightarrow a+bi-a+bi=(a+bi)^2\Leftrightarrow\begin{cases}a^2-b^2=0\\ 2ab=2b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2-b^2=0\\ \left[\begin{array}{l}a=1\\ b=0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=1\\ b=\pm1\end{cases}\\ \begin{cases}a=0\\ b=0\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}z=0\\ z=1+i\\ z=1-i\end{array}\right.$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 48. Với mọi số ảo z, số $z^2+|z|^2$ là:

A. Số 0 **B.** Số thực âm **C.** Số thực dương **D.** Số ảo khác 0

Hướng dẫn giải:

Do z là số ảo nên z có dạng: $z=bi\left(b\in\mathbb{R}\right)$.

Ta có: $z^2+|z|^2=\left(bi\right)^2+b^2=-b^2+b^2=0$.

Ta chọn đáp án A.

Câu 49. Trong trường số phức phương trình $z^3+1=0$ có mấy nghiệm?

A. 3 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 0

Hướng dẫn giải:

$$z^3+1=0\Leftrightarrow\left(z+1\right)\left(z^2-z+1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=1\\ z=\dfrac{1\pm\sqrt{3}i}{2}\end{array}\right.$$

Vậy phương trình có ba nghiệm trong trường số phức.

Ta chọn đáp án A.

Câu 50. Giá trị của các số thực b, c để phương trình $z^2+bz+c=0$ nhận số phức $z=1+i$ làm một nghiệm là:

A. $\begin{cases}b=-2\\c=2\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}b=-2\\c=-2\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}b=2\\c=-2\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}b=2\\c=2\end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Do $z=1+i$ là một nghiệm của $z^2+bz+c=0$ nên ta có:

$$\left(1+i\right)^2+b\left(1+i\right)+c=0\Leftrightarrow b+c+bi+2i=0\Rightarrow\begin{cases}b+c=0\\b=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-2\\c=2\end{cases}$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 51. Trên tập hợp số phức, phương trình $z^2+7z+15=0$ có hai nghiệm z_1,z_2. Giá trị biểu thức $z_1+z_2+z_1z_2$ là:

A. 8 **B.** -7 **C.** 15 **D.** 22

Hướng dẫn giải:

Theo Viet, ta có: $\begin{cases}S=z_1+z_2=-\dfrac{b}{a}=-7\\ P=z_1z_2=\dfrac{c}{a}=15\end{cases}\Rightarrow z_1+z_2+z_1z_2=S+P=-7+15=8$

Ta chọn đáp án A.

Câu 52. Cho $x_1;x_2$ là hai nghiệm của phương trình $x^2+(2-i)x+3+5i=0$. Các mệnh đề sau, mệnh đề nào là sai:

A. $x_1^4+x_2^4=-170-54i$

B. $x_1^2+x_2^2=-3-14i$

C. $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=-\frac{79+27i}{14}$

D. $x_1^3+x_2^3=-(53+46i)$

Hướng dẫn giải:

Áp dụng định lý Viet, ta có: $\begin{cases} S=x_1+x_2=-\frac{b}{a}=i-2 \\ P=x_1.x_2=\frac{c}{a}=3+5i \end{cases}$

$x_1^4+x_2^4=\left(S^2-2P\right)^2-2P^2=\left[(i-2)^2-2(3+5i)\right]^2-2(3+5i)^2=-155+144i$ nên A sai

$x_1^2+x_2^2=S^2-2P=(i-2)^2-2(3+5i)=-3-14i$ nên B đúng

$\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1x_2}=\frac{x_1^2+x_2^2}{P}=\frac{-3-14i}{3+5i}=-\frac{79+27i}{14}$ nên C đúng

$x_1^3+x_2^3=(x_1+x_2)\left(x_1^2-x_1x_2+x_2^2\right)=S\left(x_1^2+x_2^2-P\right)=(i-2)(-3-14i-3-5i)=(i-2)(-6-19i)$

$=-(53+46i)$ nên D đúng

Ta chọn đáp án A.

PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI ĐỐI VỚI HỆ SỐ THỰC TRÊN TẬP SỐ PHỨC

III. VẬN DỤNG CAO *(tối thiểu 10 câu):*

Câu 53. Tìm số nguyên x, y sao cho số phức $z=x+yi$ thỏa mãn $z^3=18+26i$

A. $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=3 \\ y=\pm 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=-3 \\ y=\pm 1 \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

$z^3=18+26i \Leftrightarrow (x+yi)^3=18+26i \Leftrightarrow x^3+3x^2yi-3xy^2-y^3i=18+26i$

$\Leftrightarrow (x^3-3xy^2)+\left(3x^2y-y^3\right)i=18+26i$

$\Rightarrow \begin{cases} x^3-3xy^2=18 \\ 3x^2y-y^3=26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\left(x^2-3y^2\right)=18 \\ y\left(3x^2-y^2\right)=26 \end{cases}$

Do *x, y* nguyên nên

$$x\left(x^2-3y^2\right)=18 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=3 \\ x^2-3y^2=6 \end{cases} \\ \begin{cases} x=6 \\ x^2-3y^2=3 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=3 \\ y=\pm 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=6 \\ y=\pm\sqrt{11} \end{cases} (\text{loai}) \end{array}\right.$$

Mà $y\left(3x^2-y^2\right)=26 \Rightarrow x=3; y=1$

Ta chọn đáp án A.