Có bao nhiêu số gồm 7 chữ số khác nhau đôi một được lập bằng cách dùng 7 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9 sao cho hai chữ số chẵn không đứng liền nhau.

Giải

-Dùng 7 chữ số đã cho, ta lập được 7! số có 7 chữ số.

-Trong các số trên có những số có 2 số chẵn liền nhau là $\{2,4\}$

Các trường hợp hai chữ số 2, 4 đứng kề nhau:

Dán hai chữ số 2 và 4 thành chữ số X.

Bước 1: Sắp xếp X và 5 chữ số còn lại có 6! cách.

Bước 2: Ứng với mỗi cách xếp ở bước 1, có 2! cách xếp 2 phần tử trong X.

Vậy có 6!.2! = 1440 số mà 2 chữ số 2 và 4 đứng kề nhau.

Kết luận có 7! – 1440 = 3600 số thỏa yêu cầu.

Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4 có thể lập được bao nhiêu số:

a) Có 8 chữ số sao cho chữ số 1 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 2 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.

b) Có 9 chữ số sao cho chữ số 0 có mặt 2 lần, chữ số 2 có mặt 3 lần, chữ số 3 có mặt 2 lần các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.

LỜI GIẢI

a)

Xếp số vào 8 ô trống thỏa yêu cầu đề bài.

Bước 1: Chọn 3 ô trong 8 ô để xếp 3 chữ số 1, có C_8^3 cách.

Bước 2: Chọn 2 ô trong 5 ô còn lại để xếp 2 chữ số 4, có C_5^2 cách.

Bước 3: Xếp 3 chữ số số còn lại vào 3 ô còn lại, có $3!$ cách.

Vậy có $C_8^3.C_5^2.3!$ số thỏa yêu cầu, nhưng có những số có chữ số 0 đứng vị trí đầu tiên.

Trường hợp số 0 ở ô thứ nhất.

Bước 1: Chọn 3 ô trong 7 ô còn lại, xếp 3 chữ số 1, có C_7^3 cách.

Bước 2: Chọn 2 ô trong 4 ô còn lại, xếp 2 chữ số 4, có C_4^2 cách.

Bước 3: Xếp hai chữ số còn lại vào 2 ô còn lại, có $2!$ cách.

Vậy có: $C_7^3.C_4^2.2!$ số mà chữ số 0 ở vị trí đầu tiên.

Kết luận có: $C_8^3.C_5^2.3! - C_7^3.C_4^2.2! = 2940$ số thỏa yêu cầu.

b)

Xếp số vào 9 ô trống thỏa yêu cầu đề bài:

Bước 1: Chọn 2 ô trong 8 ô (bỏ ô đầu tiên) để xếp hai chữ số 0, có C_8^2 cách chọn.

Bước 2: Chọn 3 ô trong 7 ô còn lại để xếp ba chữ số 2, có C_7^3 cách.

Bước 3: Chọn 2 ô trống trong 4 ô còn lại để xếp 2 chữ số 3, có C_4^2 cách chọn.

Bước 4: Hai ô còn lại xếp 2 chữ số còn lại, có 2! Cách xếp.

Theo quy tắc nhân có:

$C_8^2.C_7^3.C_4^2.2! = 11760$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 có thể lập được bao nhiêu số có 12 chữ số trong đó chữ số 5 có mặt đúng 2 lần; chữ số 6 có mặt đúng 4 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.

LỜI GIẢI

Xếp số vào 12 ô trống thỏa yêu cầu bài toán:

Bước 1: Chọn 2 ô trong 12 ô để xếp hai chữ số 5, có C_{12}^2 cách.

Bước 2: Chọn 4 ô trong 10 ô còn lại để xếp 4 chữ số 6, có C_{10}^4 cách.

Bước 3: 6 ô còn lại được xếp bởi 6 chữ số còn lại, có 6! Cách xếp.

Theo quy tắc nhân có: $C_{12}^2.C_{10}^4.6! = 9979200$ số thỏa yêu cầu đề bài.

Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 có thể lập được bao nhiêu số có 8 chữ số trong đó chữ số 5 có mặt 3 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.

LỜI GIẢI

Xếp số vào 8 ô trống thỏa yêu cầu đề:

Bước 1: Chọn 3 ô trong 8 ô để xếp ba chữ số 5, có C_8^3 cách.

Theo quy tắc nhân có: $C_7^3.4!$ số.

Vậy có: $C_8^3.5!-C_7^3.4!=5880$ số thỏa yêu cầu đề bài.

Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6 có thể lập được bao nhiêu số có 7 chữ số trong đó chữ số 4 có mặt đúng 2 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần và các số này không bắt đầu bằng số 12.

LỜI GIẢI

Xếp số vào 7 ô thỏa yêu cầu đề:

Bước 1: Chọn 2 ô trong 7 ô để xếp 2 chữ số 4, có C_7^2 cách.

Bước 2: Xếp 5 chữ số còn lại vào 5 ô còn lại có 5! Cách xếp.

Theo quy tắc nhân có : $C_7^2.5!=2520$ số cần tìm, nhưng trong những số này có những số bắt đầu bằng 12.

*Những số bắt đầu bằng 12:

1	2					

Bước 1: Chọn 2 ô trong 5 ô còn lại để xếp 2 chữ số 4, có C_5^2 cách.

Bước 2: Xếp 3 chữ số còn lại gồm $\{3,5,6\}$ vào 3 vị trí còn lại, có 3! Cách.

Vậy có: $C_5^2.3!$ số bắt đầu bởi 12.

Kết luận: có $C_7^2.5!-C_5^2.3!=2460$ thỏa yêu cầu đề bài.

Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 có thể lập được bao nhiêu số:

a). Có 8 chữ số sao cho chữ số 1 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 2 lần, các chữ số còn lại nếu có mặt thì có mặt không quá 1 lần.

b). Có 10 chữ số sao cho chữ số 1 có mặt 1 lần, chữ số 2 có mặt 3 lần, chữ số 3 có mặt 2 lần các chữ số còn lại nếu có mặt thì có mặt không quá 1 lần.

LỜI GIẢI

a). Gọi số cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8}$.

Bước 1: Chọn 3 vị trí trong 8 vị trí để xếp ba chữ số 1, có C_8^3 cách.

Bước 2: Chọn 2 vị trí trong 5 vị trí còn lại để xếp hai chữ số 4, có C_5^2 cách.

Bước 3: Chọn 3 chữ số trong 7 chữ số $\{2,3,5,6,7,8,9\}$ để xếp vào 3 vị trí còn lại, có A_7^3 cách.

Theo quy tắc nhân có: $C_8^3.C_5^2.A_7^3 = 117600$ số thỏa yêu cầu đề.

b). Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9a_{10}}$.

Bước 1: Chọn 1 vị trí trong 10 vị trí để xếp chữ số 1, có 10 cách chọn.

Bước 2: Chọn 3 vị trí trong 9 vị trí còn lại để xếp 3 chữ số 2, có C_9^3 cách.

Bước 3: Chọn 2 vị trí trong 6 vị trí còn lại để xếp hai chữ số 3, có C_6^2 cách.

Bước 4: Chọn 4 chữ số trong 6 chữ số $\{4,5,6,7,8,9\}$ để xếp vào 4 vị trí còn lại, có A_6^4 cách.

Theo quy tắc nhân có: $10.C_9^3.C_6^2.A_6^4 = 4536000$ số thỏa yêu cầu đề.

Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có bao nhiêu số gồm 6 chữ số phân biệt mà :

a. Các chữ số chẵn đứng cạnh nhau.

b. Các chữ số chẵn đứng cạnh nhau và các chữ số lẻ đứng cạnh nhau.

LỜI GIẢI

a . Đặt $a = 024$; $b = 042$; $c = 204$; $d = 240$; $e = 420$; $f = 402$.

Từ $\{a;1;3;5\}$ ta lập được $3.3! = 18$ số ;

Từ $\{b;1;3;5\}$ ta lập được $3.3! = 18$ số ;

Từ $\{c;1;3;5\}$ ta lập được $4! = 24$ số ;

Từ $\{d;1;3;5\}$ ta lập được $4! = 24$ số ;

Từ $\{e;1;3;5\}$ ta lập được $4! = 24$ số ;

Từ $\{f;1;3;5\}$ ta lập được $4! = 24$ số .

Vậy ta có tất cả là $2.18 + 4.4! = 132$ số có 6 chữ số phân biệt mà các chữ số chẵn ở cạnh nhau.

b. Gọi số cần lập là $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Ta có các trường hợp sau :

TH1 : $a_1;a_2;a_3$ là số chẵn, ba số sau là các số lẻ :

* a_1 có 2 cách chọn ;

* $\overline{a_2a_3}$ có $2!$ cách chọn ;

* $\overline{a_4a_5a_6}$ có $3!$ cách chọn.

$\Rightarrow$ ta được $2.2!.3! = 24$ số.

TH2 : $a_1;a_2;a_3$ là số lẻ, ba số sau là các số chẵn :

* $\overline{a_1a_2a_3}$ có $3!$ cách chọn ;

* $\overline{a_4a_5a_6}$ có $3!$ cách chọn.

$\Rightarrow$ ta được $3!.3! = 36$ số.

Vậy ta có tất cả $24 + 36 = 60$ số thỏa bài toán.

TÌM TẤT CẢ CÁC SỐ TỰ NHIÊN THỎA ĐIỀU KIỆN BÀI TOÁN VÀ TÍNH TỔNG TẤT CẢ CÁC SỐ TỰ NHIÊN VỪA TÌM ĐƯỢC

Tính tổng tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau đôi một được lập từ 6 chữ số 1, 3, 4, 5, 7, 8.

LỜI GIẢI

Gọi X là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau đôi một lập từ 6 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8.

Xét $x = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5} \in X$.

Nếu chọn $a_5 = 1$ thì $\overline{a_1a_2a_3a_4}$ ứng với một chỉnh hợp chập 4 của 5 phần tử 3, 4, 5, 7, 8 $\Rightarrow$ có A_5^4 số có chữ số hàng đơn vị là 1.

Tương tự có A_5^4 số có chữ số hàng đơn vị là 3, có A_5^4 số có chữ số hàng đơn vị là 4, ...

Suy ra tổng tất cả chữ số hàng đơn vị của các phần tử $x \in X$ là: $(1+3+4+5+7+8).A_5^4 = 3360$

Lập luận tương tự, tổng tất cả chữ số hàng chục của các phần tử $x \in X$ là: 3360.10,...

Vậy tổng tất cả các phần tử của X là :

$$S = 3360 + 3360.10 + 3360.100 + 3360.1000 + 3360.10000 = 3360.11111 = 3732960.$$

Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số phân biệt, các chữ số đều lớn hơn 4. Tính tổng các số tự nhiên đó.

LỜI GIẢI

Mỗi số thỏa bài toán là một hoán vị của 5 chữ số 5, 6, 7, 8, 9 $\Rightarrow$ có $5! = 120$ số thỏa bài toán.

Gọi E là tập gồm 120 số lập được. Ta có: $x=\overline{abcde}\in E$ thì $y=\overline{a'b'c'd'e'}$ cũng thuộc E, trong đó $a'=14-a; b'=14-b;...;e'=14-e$. Vậy trong E có tất cả 60 cặp $(x;y)$ thỏa :

$$x+y=155554 .$$

$\Rightarrow$ tổng các số thuộc E là $S=155554.60=9333240$.

Tính tổng của tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau đôi một được thành lập từ các số 1, 3, 4, 5, 7, 8.

LỜI GIẢI

Từ 6 chữ số trên ta lập được $A_6^5=720$ số có 5 chữ số khác nhau. Ta có :

– Số có dạng $\overline{abcd1}$: có A_5^4 số ;

– Số có dạng $\overline{abcd3}$: có A_5^4 số ;

– Số có dạng $\overline{abcd4}$: có A_5^4 số ;

– Số có dạng $\overline{abcd5}$: có A_5^4 số ;

– Số có dạng $\overline{abcd7}$: có A_5^4 số ;

– Số có dạng $\overline{abcd8}$: có A_5^4 số ;

$\Rightarrow$ tổng các chữ số ở hàng đơn vị của 720 số trên là : $(1+3+4+5+7+8)A_5^4=3360$

Tương tự ta cũng có :

– Tổng các chữ số hàng chục của 720 số trên là : $(1+3+4+5+7+8)A_5^4=3360$

– Tổng các chữ số hàng trăm của 720 số trên là: $(1+3+4+5+7+8)A_5^4=3360$

– Tổng các chữ số hàng ngàn của 720 số trên là: $(1+3+4+5+7+8)A_5^4=3360$

– Tổng các chữ số hàng chục ngàn của 720 số trên là: $(1+3+4+5+7+8)A_5^4=3360$

Vậy tổng của 720 số lập được là $S=3360(1+10+10^2+10^3+10^4)=37332960$

Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số gồm 5 chữ số phân biệt ? Tính tổng các số này.

LỜI GIẢI

Số các số có 5 chữ số phân biệt lập được là $5!=120$ số. Gọi E là tập hợp 120 số trên.

Ta có : nếu $x=\overline{abcde}\in E$ thì $y=\overline{(6-a)(6-b)(6-c)(6-d)(6-e)}\in E$. Do đó trong E có 60 cặp $(x;y)$ thỏa $x+y=66666$. Vậy tổng 120 số trong E là $66666.60=3999960$.

Tính tổng của các số có 4 chữ số phân biệt.

LỜI GIẢI

Gọi A là tập các số lập được. Trong đó :

– Có A_9^3 số có dạng $\overline{abc0}$, $8A_8^2$ số có dạng $\overline{abc1}$, … … , $8A_8^2$ số có dạng $\overline{abc9}$ $\Rightarrow$ tổng các chữ số ở hàng đơn vị trong các số thuộc A là

$$S_0 = 8A_8^2(1+2+...+8+9) = 20160 \text{ (đơn vị)}$$

– Có A_9^3 số có dạng $\overline{ab0d}$, $8A_8^2$ số có dạng $\overline{ab1d}$, … … , $8A_8^2$ số có dạng $\overline{ab9d}$ $\Rightarrow$ tổng các chữ số ở hàng chục trong các số thuộc A là

$$S_1 = 8A_8^2(1+2+...+8+9) = 20160 \text{ (chục)}$$

– Có A_9^3 số có dạng $\overline{a0cd}$, $8A_8^2$ số có dạng $\overline{a1cd}$, … … , $8A_8^2$ số có dạng $\overline{a9cd}$ $\Rightarrow$ tổng các chữ số ở hàng trăm trong các số thuộc A là

$$S_2 = 8A_8^2(1+2+...+8+9) = 20160 \text{ (trăm)}$$

– Có A_9^3 số có dạng $\overline{1bcd}$, … … , A_9^3 số có dạng $\overline{9bcd}$ $\Rightarrow$ tổng các chữ số ở hàng ngàn trong các số thuộc A là

$$S_3 = A_9^3(1+2+...+8+9) = 22680 \text{ (ngàn)}$$

Vậy tổng cần tìm là $22680.10^3 + 20160.(10^2+10+1) = 24917760$.