



0	$\frac{1}{504}(3x-2)^8$
---	-------------------------

Do đó  $F(x) = \frac{2}{21}x(3x-2)^7 - \frac{1}{252}(3x-2)^8 + C$ .

Vậy  $12A+11B=1$ . Chọn A.

**Câu 81.** Tính  $F(x) = \int x^2\sqrt{x-1}dx = ax^2(x-1)\sqrt{x-1} + bx(x-1)^2\sqrt{x-1} + c(x-1)^3\sqrt{x-1} + C$ .

Giá trị của biểu thức  $a+b+c$  bằng:

- A.  $\frac{2}{7}$                       B.  $\frac{-2}{7}$                       C.  $\frac{142}{105}$                       D.  $\frac{-142}{105}$

**Hướng dẫn giải:**

**Phương pháp tự luận:**

Đặt  $u = x^2, dv = \sqrt{x-1}dx$  ta được  $F(x) = \frac{2}{3}x^2(x-1)^{\frac{3}{2}} - \frac{4}{3}\int x(x-1)^{\frac{3}{2}}dx$

Lại đặt  $u = x, dv = (x-1)^{\frac{3}{2}}dx$  ta được kết quả

$$F(x) = \int x^2\sqrt{x-1}dx = \frac{2}{3}x^2(x-1)\sqrt{x-1} - \frac{8}{15}x(x-1)^2\sqrt{x-1} + \frac{16}{105}(x-1)^3\sqrt{x-1} + C$$

Vậy  $a+b+c = \frac{-82}{105}$ . Chọn A.

**Phương pháp trắc nghiệm:** Sử dụng phương pháp bảng

$u$ và đạo hàm của $u$	$dv$ và nguyên hàm của $v$
$x^2$	$(x-1)^{\frac{1}{2}}$
$2x$	$\frac{2}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}}$
$2$	$\frac{4}{15}(x-1)^{\frac{5}{2}}$
$0$	$\frac{8}{105}(x-1)^{\frac{7}{2}}$

$$F(x) = \int x^2 \sqrt{x-1} dx = \frac{2}{3} x^2 (x-1) \sqrt{x-1} - \frac{8}{15} x (x-1)^2 \sqrt{x-1} + \frac{16}{105} (x-1)^3 \sqrt{x-1} + C$$

Vậy  $a+b+c = \frac{2}{7}$ . Chọn A.

**Câu 82.** Tính  $\int \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx$ . Chọn kết quả đúng:

A.  $F(x) = x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{1+x^2} + C$ .      B.  $F(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + C$ .

C.  $F(x) = x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) + \sqrt{1+x^2} + C$ .      D.

$F(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - x\sqrt{1+x^2} + C$ .

**Hướng dẫn giải**

**Phương pháp tự luận:** Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần với  $u = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$ ;  $dv = dx$

**Phương pháp trắc nghiệm:** Sử dụng phương pháp bảng

$u$ và đạo hàm của $u$	$dv$ và nguyên hàm của $v$
$\ln(x + \sqrt{1+x^2})$	1
$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ (Chuyển $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ qua $dv$ )	$x$
1	$\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ (Nhận $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ từ $u$ )
0	$\sqrt{1+x^2}$

**Kết quả:** chọn A

**Câu 83.** Hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^3 e^{x^2}$  và đồ thị hàm số  $f(x)$  đi qua gốc tọa độ  $O$ . Chọn kết quả đúng:

A.  $f(x) = \frac{1}{2}x^2e^{x^2} - \frac{1}{2}e^{x^2} + \frac{1}{2}$ .

B.  $f(x) = \frac{1}{2}x^2e^{x^2} + \frac{1}{2}e^{x^2} - \frac{1}{2}$ .

C.  $f(x) = \frac{1}{2}x^2e^{x^2} - \frac{1}{2}e^{x^2} - \frac{1}{2}$ .

D.  $f(x) = \frac{1}{2}x^2e^{x^2} + \frac{1}{2}e^{x^2} + \frac{1}{2}$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Phương pháp tự luận:** Đặt  $u = x^2, dv = xe^{x^2}$  chọn  $du = 2xdx, v = \frac{1}{2}e^{x^2}$  ta được

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2e^{x^2} - \frac{1}{2}e^{x^2} + C. \text{ Đồ thị đi qua } O(0;0) \text{ nên } C = \frac{1}{2}. \text{ Chọn A.}$$

**Phương pháp trắc nghiệm:**

$u$ và đạo hàm của $u$	$dv$ và nguyên hàm của $v$
$x^2$	$xe^{x^2}$
$2x$ (chuyển $2x$ qua $dv$ )	$\frac{1}{2}e^{x^2}$
$1$	$xe^{x^2}$ (nhận $2x$ từ $u$ )
$0$	$\frac{1}{2}e^{x^2}$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2e^{x^2} - \frac{1}{2}e^{x^2} + C. \text{ Đồ thị đi qua } O(0;0) \text{ nên } C = \frac{1}{2}. \text{ Chọn A.}$$

**Câu 84.** Tính  $F(x) = \int \sqrt{x^2 - 1} dx$  bằng:

A.  $\frac{1}{2}x\sqrt{x^2 - 1} - \frac{1}{2}\ln|x + \sqrt{x^2 - 1}| + C.$

B.

$$\frac{1}{2}x\sqrt{x^2 - 1} + \frac{1}{2}\ln|x + \sqrt{x^2 - 1}| + C.$$

C.  $\frac{1}{2}x\sqrt{x^2 - 1} - \frac{1}{2}\ln|x - \sqrt{x^2 - 1}| + C.$

D.

$$\frac{1}{2}x\sqrt{x^2 - 1} + \frac{1}{2}\ln|x - \sqrt{x^2 - 1}| + C.$$

**Hướng dẫn giải:**

**Cách 1:** Sử dụng định nghĩa  $F'(x) = f(x) \Leftrightarrow F'(x) - f(x) = 0$

Nhập máy tính  $\frac{d}{dx}(F(x)) - f(x)$ . CALC  $x$  tại một số giá trị ngẫu nhiên trong tập xác định, nếu kết quả bằng 0 thì chọn.

**Cách 2:** Đặt  $u = \sqrt{x^2 - 1}$ ,  $dv = dx$  ta được  $F(x) = x\sqrt{x^2 - 1} - F(x) - J(x)$

với  $J(x) = \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 1}}$ , bằng cách đặt  $u = x + \sqrt{x^2 - 1}$  ta được

$$J(x) = \ln \left| x + \sqrt{x^2 - 1} \right| + C$$

Vậy  $F(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{x^2 - 1} - \frac{1}{2} \ln \left| x + \sqrt{x^2 - 1} \right| + C$ . Chọn A.

#### 4.1.6. ÔN TẬP

**Câu 85.** Kết quả của  $\int \sin^2 x \cos x dx$  bằng:

- A.  $\frac{1}{3} \sin^3 x + C$ .      B.  $\sin^3 x + C$ .      C.  $-\frac{1}{3} \sin^3 x + C$ .      D.  $-\sin^3 x + C$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Ta có } \int \sin^2 x \cos x dx = \int \sin^2 x d(\sin x) = -\frac{1}{3} \sin^3 x + C$$

**Câu 86.** Tính  $\int \cos^2 x \sin x dx$  bằng:

- A.  $-\frac{1}{3} \cos^3 x + C$ .      B.  $-\cos^3 x + C$ .      C.  $\frac{1}{3} \cos^3 x + C$ .      D.  $\cos^3 x + C$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Ta có } \int \cos^2 x \sin x dx = -\int \cos^2 x d(\cos x) = -\frac{1}{3} \cos^3 x + C$$

**Câu 87.** Kết quả của  $\int \sin^3 x dx$  bằng:

- A.  $\frac{\cos^3 x}{3} - \cos x + C$ .      B.  $-\frac{\cos^3 x}{3} - \cos x + C$ .  
C.  $3 \sin^2 x \cos x + C$ .      D.  $\frac{\cos^3 x}{6} - \cos x + C$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Ta có } \int \sin^3 x dx = \int (1 - \cos^2 x) \sin x dx = -\int (1 - \cos^2 x) d(\cos x) = \frac{1}{3} \cos^3 x - \cos x + C$$

**Câu 88.** Kết quả của  $\int \cos^3 x dx$  bằng:

A.  $\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + C$ .

B.  $\sin x + \frac{\sin^3 x}{3} + C$ .

C.  $3 \sin^2 x \cdot \cos x + C$ .

D.  $-\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + C$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Ta có } \int \cos^3 x dx = \int (1 - \sin^2 x) \cos x dx = \int (1 - \sin^2 x) d(\sin x) = \sin x - \frac{1}{3} \sin^3 x + C$$

**Câu 89.** Kết quả của  $\int \sin^4 x \cos x dx$  bằng:

A.  $\frac{1}{5} \sin^5 x + C$ .

B.  $-\frac{1}{5} \sin^5 x + C$ .

C.  $\sin^5 x + C$ .

D.

$-\sin^5 x + C$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Ta có } \int \sin^4 x \cos x dx = \int \sin^4 x d(\sin x) = \frac{1}{5} \sin^5 x + C$$

**Câu 90.** Tính  $\int \frac{1}{\sqrt{x} \cos^2 \sqrt{x}} dx$  bằng:

A.  $2 \tan \sqrt{x} + C$ .

B.  $\tan \sqrt{x} + C$ .

C.  $\tan^2 \sqrt{x} + C$ .

D.

$\frac{1}{2} \tan \sqrt{x} + C$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Ta có } \int \frac{1}{\sqrt{x} \cos^2 \sqrt{x}} dx = 2 \int \frac{1}{\cos^2 \sqrt{x}} d(\sqrt{x}) = 2 \tan \sqrt{x} + C$$

**Câu 91.** Tính  $\int \frac{3x^2}{x^3 + 1} dx$  bằng:

A.  $\ln|x^3 + 1| + C$ .

B.  $\frac{4x^3}{x^4 + 4x} + C$ .

C.  $\ln(x^3 + 1) + C$ .

D.

$\frac{x^3}{x^4 + x} + C$ .

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $\int \frac{3x^2}{x^3+1} dx = \int \frac{1}{x^3+1} d(x^3+1) = \ln|x^3+1| + C$

**Câu 92.** Tính  $\int \frac{6x^2-12x}{x^3-3x^2+6} dx$  bằng:

A.  $2 \ln|x^3-3x^2+6| + C$ .

B.  $\ln|x^3-3x^2+6| + C$ .

C.  $\frac{1}{2} \ln|x^3-3x^2+6| + C$ .

D.  $2 \ln(x^3-3x^2+6) + C$ .

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $\int \frac{6x^2-12x}{x^3-3x^2+6} dx = 2 \int \frac{1}{x^3-3x^2+6} d(x^3-3x^2+6) = 2 \ln|x^3-3x^2+6| + C$

**Câu 93.** Tính  $\int \frac{4x^3+2x}{x^4+x^2+3} dx$  bằng:

A.  $\ln|x^4+x^2+3| + C$ .

B.  $2 \ln|x^4+x^2+3| + C$ .

C.  $\frac{1}{2} \ln|x^4+x^2+3| + C$ .

D.  $-2 \ln(x^4+x^2+3) + C$ .

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $\int \frac{4x^3+2x}{x^4+x^2+3} dx = \int \frac{1}{x^4+x^2+3} d(x^4+x^2+3) = \ln|x^4+x^2+3| + C$

**Câu 94.** Tính  $\int \frac{x^2+1}{x^3+3x-1} dx$  bằng:

A.  $\frac{1}{3} \ln|x^3+3x-1| + C$ .

B.  $\ln|x^3+3x-1| + C$ .

C.  $\ln|x^3+3x-1| + C$ .

D.  $\frac{1}{3} \ln(x^3+3x-1) + C$ .

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $\int \frac{x^2+1}{x^3+3x-1} dx = \frac{1}{3} \int \frac{1}{x^3+3x-1} d(x^3+3x-1) = \frac{1}{3} \ln|x^3+3x-1| + C$

**Câu 95.** Tính  $\int e^{6x-5} dx$  bằng:

A.  $\frac{1}{6} e^{6x-5} + C$ .

B.  $e^{6x-5} + C$ .

C.  $6e^{6x-5} + C$ .

D.

$e^{6x+5} - C$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Ta có } \int e^{6x-5} dx = \frac{1}{6} \int e^{6x-5} d(6x-5) = \frac{1}{6} e^{6x-5} + C$$

**Câu 96.** Tính  $\int e^{-x-5} dx$  bằng:

- A.  $-e^{-x-5} + C$ .      B.  $e^{-x-5} + C$ .      C.  $e^{x+5} + C$ .      D.  
 $-e^{x+5} + C$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Ta có } \int e^{-x-5} dx = -\int e^{-x-5} d(-x-5) = -e^{-x-5} + C$$

**Câu 97.** Tính  $\int (5-9x)^{12} dx$  bằng:

- A.  $-\frac{(5-9x)^{13}}{117} + C$ .      B.  $\frac{(5-9x)^{13}}{117} + C$ .  
C.  $\frac{(5-9x)^{13}}{13} + C$ .      D.  $\frac{(5-9x)^{13}}{9} + C$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Ta có } \int (5-9x)^{12} dx = -\frac{1}{9} \int (5-9x)^{12} d(5-9x) = -\frac{(5-9x)^{13}}{117} + C$$

**Câu 98.** Tính  $\int \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) dx$  bằng

- A.  $\frac{1}{5} \sin\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) + C$ .      B.  $\sin\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) + C$ .  
C.  $-5 \sin\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) + C$ .      D.  $-\frac{1}{5} \sin\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) + C$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Ta có } \int \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) dx = \frac{1}{5} \int \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) d\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{5} \sin\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) + C$$

**Câu 99.** Tính  $\int \frac{1}{\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} dx$  bằng

- A.  $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C$ .      B.  $4 \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C$ .



C.  $-\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C.$

D.  $\frac{1}{4}\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C.$

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $\int \frac{1}{\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} dx = \int \frac{1}{\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} d\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C$

**Câu 100.** Tính  $\int \frac{1}{(\cos x + \sin x)^2} dx$  bằng

A.  $-\frac{1}{2}\cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C.$

B.  $\frac{1}{2}\cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C.$

C.

$-\cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C.$  D.

$-\frac{1}{4}\cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C.$

**Hướng dẫn giải**

Ta có

$$\int \frac{1}{(\cos x + \sin x)^2} dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} d\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2} \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C$$

**Câu 101.** Tính  $\int \frac{12x+5}{3x+1} dx$  bằng

A.  $4x + \frac{1}{3}\ln|3x+1| + C.$

B.  $\frac{6x^2+5x}{x^3+x} + C.$

C.  $4x + \ln|3x+1| + C.$

D.  $4x + \frac{1}{3}\ln(3x+1) + C.$

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $\int \frac{12x+5}{3x+1} dx = \int \left(4 + \frac{1}{3x+1}\right) dx = 4x + \frac{1}{3}\ln|3x+1| + C$

**Câu 102.** Tính  $\int \frac{2x^2+x}{2x-1} dx$  bằng

A.  $\frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{2}\ln|2x-1| + C.$

B.  $\frac{x^2}{2} + x + \ln|2x-1| + C.$

C.  $\frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{2} \ln(2x-1) + C$ . D.  $\frac{x^2}{2} + x + 2 \ln(2x-1) + C$ .

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $\int \frac{2x^2 + x}{2x-1} dx = \int \left( x+1 + \frac{1}{2x-1} \right) dx = \frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{2} |2x-1| + C$

**Câu 103.** Tính  $\int \frac{-x}{(x+1)^2} dx$  bằng

A.  $-\frac{1}{x+1} - \ln|x+1| + C$ . B.  $\frac{1}{x+1} - \ln|x+1| + C$ .  
C.  $-\frac{1}{x+1} + \ln|x+1| + C$ . D.  $-\frac{1}{x+1} - \ln(x+1) + C$ .

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $\int \frac{-x}{(x+1)^2} dx = \int \left( \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{x+1} \right) dx = -\frac{1}{x+1} - \ln|x+1| + C$

**Câu 104.** Tính  $\int \sin x(2 + \cos x) dx$  bằng

A.  $-2 \cos x - \frac{1}{4} \cos 2x + C$  B.  $2 \cos x - \frac{1}{4} \cos 2x + C$   
C.  $2 \cos x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$  D.  $2 \cos x + \frac{1}{2} \cos 2x + C$

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $\int \sin x(2 + \cos x) dx = \int (2 \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x) dx = -2 \cos x - \frac{1}{4} \cos 2x + C$

**Câu 105.** Tính  $\int x \cdot 2^x dx$  bằng:

A.  $\frac{x \cdot 2^x}{\ln 2} - \frac{2^x}{\ln^2 2} + C$ . B.  $\frac{2^x(x-1)}{\ln 2} + C$ .  
C.  $2^x(x+1) + C$ . D.  $2^x(x-1) + C$ .

**Hướng dẫn giải**



VẬN DỤNG CAO

4.1.1. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ ĐA THỨC, PHÂN THỨC.

Câu 109. Tìm  $\int \frac{-x^3 + 5x + 2}{4 - x^2} dx$

A.  $\frac{x^2}{2} - \ln|2 - x| + C.$

B.  $\frac{x^2}{2} + \ln|2 - x| + C.$

C.  $\frac{x^3}{3} - \ln|2 - x| + C.$

D.  $\frac{x^3}{3} + \ln|x - 2| + C.$

Hướng dẫn giải

$$\frac{-x^3 + 5x + 2}{4 - x^2} = \frac{x^3 - 5x - 2}{x^2 - 4} = \frac{(x+2)(x^2 - 2x - 1)}{(x+2)(x-2)} = x - \frac{1}{x-2}. \text{ Sử dụng bảng nguyên hàm.}$$

Câu 110. Họ nguyên hàm của  $f(x) = x^2(x^3 + 1)^5$  là:

A.  $F(x) = \frac{1}{18}(x^3 + 1)^6 + C.$

B.  $F(x) = 18(x^3 + 1)^6 + C.$

C.  $F(x) = (x^3 + 1)^6 + C.$

D.  $F(x) = \frac{1}{9}(x^3 + 1)^6 + C.$

Hướng dẫn giải

Đặt  $t = x^3 + 1 \Rightarrow dt = 3x^2 dx$ . Khi đó

$$\int x^2(x^3 + 1)^5 dx = \frac{1}{3} \int t^5 dt = \frac{1}{18} t^6 + C = \frac{1}{18}(x^3 + 1)^6 + C.$$

Câu 111. Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + x + x^3 + 1}{x^3}$  là hàm số nào?

A.  $F(x) = \ln|x| - \frac{1}{x} + x - \frac{1}{2x^2} + C.$

B.  $F(x) = \ln|x| + \frac{1}{x} + x - \frac{1}{2x^2} + C.$

C.  $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C.$

D.  $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + \ln x + C.$

Hướng dẫn giải

$$f(x) = \frac{x^2 + x + x^3 + 1}{x^3} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + 1 + \frac{1}{x^3}. \text{ Sử dụng bảng nguyên hàm.}$$

Câu 112. Giá trị  $m$  để hàm số  $F(x) = mx^3 + (3m+2)x^2 - 4x + 3$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$  là:

A.  $m = 1.$

B.  $m = 0.$

C.  $m = 2.$

D.  $m = 3.$