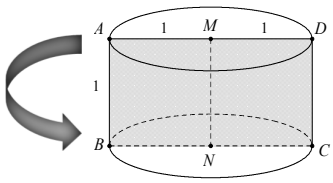
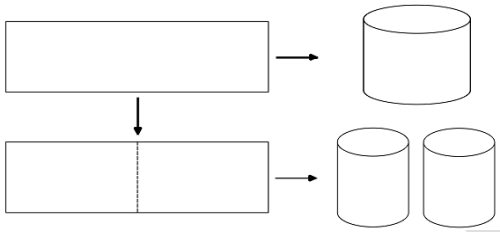
Hướng dẫn giải:

Ta có $S_{tp} = S_{xq} + S_{2day} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi R(h+R)$.




Hình trụ đã cho có chiều cao là $h = MN = AB = 1$ và bán kính đáy $R = \dfrac{AD}{2} = 1$. Do đó diện tích toàn phần hình trụ là: $S_{tp} = 2\pi(1+1) = 4\pi$

**Câu 33.** Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước 50cm x 240cm, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50cm, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):



- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.
- Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu $V_1$ là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và $V_2$ là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{V_1}{V_2} = 2$. B. $\dfrac{V_1}{V_2} = 1$. C. $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{2}$. D. $\dfrac{V_1}{V_2} = 4$.

Hướng dẫn giải:

Gọi $R$ và $r$ lần lượt là bán kính đáy của mỗi thùng đựng nước hình trụ được làm theo cách 1 và cách 2.

Gọi $C_1$ và $C_2$ lần lượt là chu vi đáy của mỗi thùng đựng nước hình trụ được làm theo cách 1 và cách 2.

Ta có: $\begin{cases} C_1 = 2\pi R \\ C_2 = 2\pi r \end{cases} \Rightarrow \dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{R}{r} = 2$ (vì cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau nên $C_1 = 2C_2$).

Thùng làm theo cả hai cách đều có cùng chiều cao $h$ nên ta có: $\begin{cases} V_1 = \pi R^2 h \\ V_2 = 2\pi r^2 h \end{cases} \Rightarrow \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{R}{r}\right)^2 = 2.$

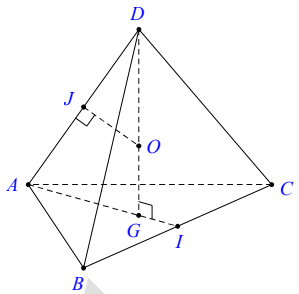
## HÌNH HỌC KHÔNG GIAN CỔ ĐIỂN
## MẶT CẦU – MẶT NÓN – MẶT TRỤ
## VẬN DỤNG THẤP

**Câu 34.** Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình tứ diện đều cạnh $a$.

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$. B. $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. C. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

✍ Hướng dẫn giải:

Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh $a$. Gọi $I$ là trung điểm cạnh $BC$, $G$ là trọng tâm của tam giác $ABC$. Ta có $AI=\frac{a\sqrt{3}}{2}; AG=\frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $DG$ là trục của tam giác $ABC$. Trong mp$(DAG)$ kẻ trung trực của $DA$ cắt $DG$ tại $O$ thì $OD=OA=OB=OC$ nên $O$ chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Bán kính $R$ của mặt cầu bằng độ dài đoạn $OD$.




Trong tam giác $ADG$ vuông tại $G$, ta có:

$$DA^2=DG^2+GA^2\Rightarrow DG^2=DA^2-GA^2=a^2-\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2=\frac{6a^2}{9}$$

$$\Rightarrow DG=\frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Mặt khác do tứ giác $AGOI$ nội tiếp nên ta có:

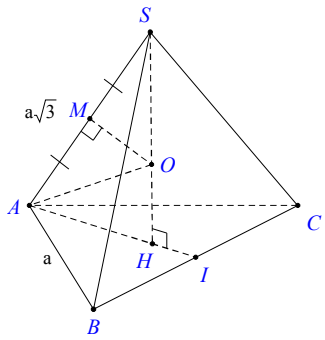
$$DJ.DA=DO.DG\Rightarrow DO=\frac{DA^2}{2DG}\Rightarrow R=DO=\frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

**Câu 35.** Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tam giác đều $S.ABC$, biết các cạnh đáy có độ dài bằng $a$, cạnh bên $SA=a\sqrt{3}$.

A. $\frac{3a\sqrt{6}}{8}$. B. $\frac{3a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$.

✍ Hướng dẫn giải:

Gọi $H$ là tâm của tam giác đều $ABC$, ta có $SH\perp(ABC)$ nên $SH$ là trục của tam giác $ABC$. Gọi $M$ là trung điểm của $SA$, trong mp$(SAH)$ kẻ trung trực của $SA$ cắt $SH$ tại $O$ thì $OS=OA=OB=OC$ nên $O$ chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Bán kính mặt cầu là $R=SO$.




Vì hai tam giác $SMO$ và $SHA$ đồng dạng nên ta có $\frac{SO}{SA}=\frac{SM}{SH}$.

Suy ra $R=SO=\frac{SM.SA}{SH}=\frac{SA^2}{2SH}=\frac{3a\sqrt{6}}{8}$.

**Câu 36.** Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $a$, cạnh bên bằng $2a$.

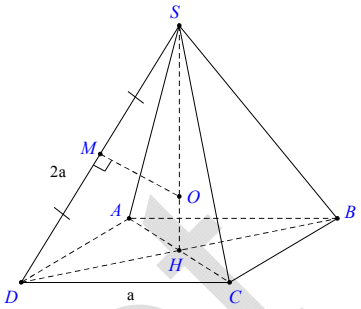
A. $\frac{2a\sqrt{14}}{7}$. B. $\frac{2a\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{2a\sqrt{7}}{3\sqrt{2}}$. D. $\frac{2a\sqrt{2}}{7}$.

✍ Hướng dẫn giải:

hoc360.net

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi $H$ là tâm đáy thì $SH$ là trục của hình vuông $ABCD$. Gọi $M$ là trung điểm của $SD$, trong mp $(SDH)$ kẻ trung trực của đoạn $SD$ cắt $SH$ tại $O$ thì $OS=OA=OB=OC=OD$ nên $O$ chính là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. Bán kính mặt cầu là $R=SO$.




Ta có $\Delta SMO \backsim \Delta SHD \Rightarrow \dfrac{SO}{SD}=\dfrac{SM}{SH} \Rightarrow R=SO=\dfrac{SD.SM}{SH}=\dfrac{SD^2}{2SH}$.

Với $SH^2=SD^2-HD^2=4a^2-\dfrac{a^2}{2}=\dfrac{7a^2}{2} \Rightarrow SH=\dfrac{a\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$.

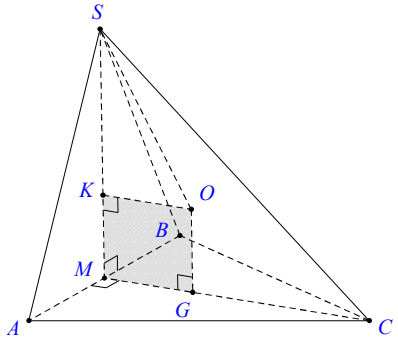
Vậy $R=\dfrac{SD^2}{2SH}=\dfrac{2a\sqrt{14}}{7}$.

**Câu 37.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy $ABC$ là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên $SAB$ là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích $V$ của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V=\dfrac{5\sqrt{15}\pi}{54}$. B. $V=\dfrac{5\sqrt{15}\pi}{18}$. C. $V=\dfrac{4\sqrt{3}\pi}{27}$. D. $V=\dfrac{5\pi}{3}$.

✍ Hướng dẫn giải:

Gọi $M$ là trung điểm của $AB$ thì $SM \perp AB$ (vì tam giác $SAB$ đều). Mặt khác do $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SM \perp (ABC)$.




Tương tự: $CM \perp (SAB)$.

Gọi $G$ và $K$ lần lượt là tâm của các tam giác $ABC$ và $SAB$.

Trong mặt phẳng $(SMC)$, kẻ đường thẳng $Gx//SM$ và kẻ đường thẳng $Ky//SM$. Gọi $O=Gx \cap Ky$, thì ta có:

$$\begin{cases} OG \perp (SAB) \\ OK \perp (ABC) \end{cases}$$

Suy ra $OG$, $OK$ lần lượt là trục của tam giác $ABC$ và $SAB$.

Do đó ta có: $OA=OB=OC=OD=OS$ hay $O$ chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Tứ giác $OKMN$ là hình chữ nhật có $MK=MG=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$ nên $OKMN$ là hình vuông. Do đó

$OK=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$.

Mặt khác $SK=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. Xét tam giác $SKO$ vuông tại $K$ có $OS=\sqrt{OK^2+SK^2}=\sqrt{\dfrac{3}{36}+\dfrac{3}{9}}=\dfrac{\sqrt{15}}{6}$.

Group: https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/

Suy ra bán kính mặt cầu cần tìm là $R = OS = \frac{\sqrt{15}}{6}$. Vậy thể tích khối cầu cần tìm là:

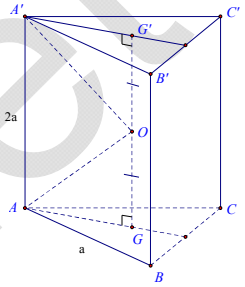
$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi.\left(\frac{\sqrt{15}}{6}\right)^3 = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}.$$

**Câu 38.** Một hình lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $a$, cạnh bên bằng $2a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đó.

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{12}}{6}$. C. $\frac{a\sqrt{39}}{6}$. D. $\frac{4a}{\sqrt{3}}$.

✍ Hướng dẫn giải:

Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Gọi $G, G'$ lần lượt là tâm của hai đáy $ABC$ và $A'B'C'$. Ta có $GG'$ chính là trục của các tam giác $ABC$ và $A'B'C'$.




Gọi $O$ là trung điểm của $GG'$ thì $O$ cách đều 6 đỉnh của hình lăng trụ nên là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ. Bán kính mặt cầu là $R = OA$.

Xét tam giác $OAG$ vuông tại $G$, ta có:

$OA = \sqrt{AG^2 + GO^2} = \sqrt{\frac{a^2}{3} + a^2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Vậy bán kính mặt cầu cần tìm là

$$R = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

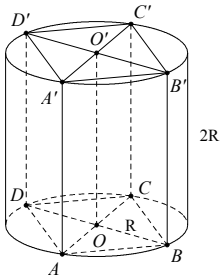
**Câu 39.** Cho hình trụ có bán kính đáy là $R$, thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính thể tích khối lăng trụ tứ giác đều nội tiếp trong hình trụ đã cho theo $R$.

A. $4R^3$. B. $2\sqrt{2}R^3$. C. $4\sqrt{2}R^3$. D. $8R^3$.

✍ Hướng dẫn giải:

Giả sử $ABCD.A'B'C'D'$ là lăng trụ tứ giác đều nội tiếp trong hình trụ thì $BDD'B'$ là thiết diện qua trục của hình trụ đã cho nên $BD = BB' = 2R$ và cạnh đáy hình lăng trụ là $R\sqrt{2}$. Do đó thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là

$V = \left(R\sqrt{2}\right)^2.2R = 4R^3$.




**Câu 40.** Cho hình trụ có bán kính đáy là 4 cm, một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai mặt đáy theo hai dây cung song song $AB, A'B'$ mà $AB = A'B' = 6\,\text{cm}$ (hình vẽ). Biết diện tích tứ giác $ABB'A'$ bằng 60 cm$^2$. Tính chiều cao của hình trụ đã cho.

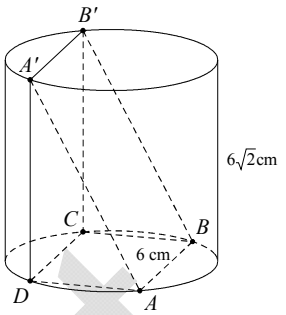
A. $6\sqrt{2}$ cm. B. $4\sqrt{3}$ cm. C. $8\sqrt{2}$ cm. D. $5\sqrt{3}$ cm.

✍ Hướng dẫn giải:

Dựng đường sinh $B'C$ và $A'D$, ta có tứ giác $A'B'CD$ là hình chữ nhật nên $CD // A'B'$ và $CD = A'B' = 6\,\text{cm}$. Vậy $CD // AB$ và $CD = AB = 6\,\text{cm}$. Do đó tứ giác $ABCD$ là hình bình hành và nội tiếp được nên là hình chữ nhật. Từ đó $AB \perp BC$, mặt khác $AB \perp B'C$ nên $AB \perp (BCB') \Rightarrow AB \perp BB'$

hoc360.net

Vậy $ABB'C'$ là hình bình hành có một góc vuông nên là hình chữ nhật.




Ta có $S_{ABB'A'} = AB.BB'$ nên $BB' = \dfrac{60}{6} = 10\,\text{cm}$. Xét tam giác $BB'C$ vuông tại $C$ có $B'C^2 = BB'^2 - BC^2$ mà $BC^2 = AC^2 - AB^2 = 64 - 36 = 28$ nên $B'C^2 = 100 - 28 = 72 \Rightarrow B'C = 6\sqrt{2}\,\text{cm}$.

Vậy chiều cao hình trụ là $6\sqrt{2}\,\text{cm}$.

**Câu 41.** Cho hình trụ tròn xoay có hai đáy là hai hình tròn $(O;R)$ và $(O';R)$. Tồn tại dây cung AB thuộc đường tròn $(O)$ sao cho $\Delta O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ hợp với mặt phẳng chứa đường tròn $(O)$ một góc $60^0$. Khi đó, diện tích xung quanh $S_{xq}$ hình trụ và thể tích $V$ của khối trụ tương ứng là:

A. $S_{xq} = \dfrac{6\pi R^2\sqrt{7}}{7}; V = \dfrac{3\pi R^3\sqrt{7}}{7}$.

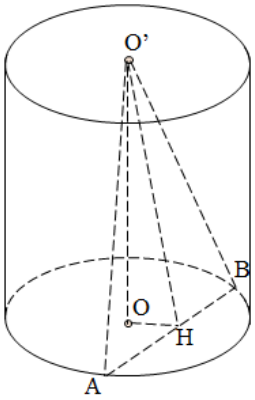
B. $S_{xq} = \dfrac{6\pi R^2\sqrt{7}}{7}; V = \dfrac{3\pi R^3\sqrt{7}}{7}$.

C. $S_{xq} = \dfrac{6\pi R^2\sqrt{7}}{7}; V = \dfrac{3\pi R^3\sqrt{7}}{7}$.

D. $S_{xq} = \dfrac{6\pi R^2\sqrt{7}}{7}; V = \dfrac{3\pi R^3\sqrt{7}}{7}$.

Hướng dẫn giải:

* Ta có: $OO' \perp (OAB)$. Gọi $H$ là trung điểm của $AB$ thì $OH \perp AB,\ O'H \perp AB \Rightarrow \widehat{OHO'} = 60^0$.
* Giả sử $OH = x$. Khi đó: $0 < x < R$ và $OO' = x\tan 60^0 = x\sqrt{3}$.
* Xét $\Delta OAH$, ta có: $AH^2 = R^2 - x^2$.
* Vì $\Delta O'AB$ đều nên: $O'A = AB = 2AH = 2\sqrt{R^2 - x^2}\ (1)$.
* Mặt khác, $\Delta AOO'$ vuông tại $O$ nên:




$AO'^2 = OO'^2 + R^2 = 3x^2 + R^2\ (2)$.

* Từ $(1),(2) \Rightarrow 4\left(R^2 - x^2\right) = 3x^2 + R^2 \Rightarrow x^2 = \dfrac{3R^2}{7}$.

$\Rightarrow h = OO' = x\sqrt{3} = \dfrac{3R\sqrt{7}}{7}$.

* Vậy, nếu kí hiệu $S$ là diện tích xung quanh và $V$ là thể tích của hình trụ thì, ta có:

$S = 2\pi Rh = \dfrac{6\pi R^2\sqrt{7}}{7};\ V = \pi R^2 h = \dfrac{3\pi R^3\sqrt{7}}{7}$.

**Câu 42.** Cho một hình trụ tròn xoay và hình vuông $ABCD$ cạnh $a$ có hai đỉnh liên tiếp $A, B$ nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy hình trụ góc $45^0$. Diện tích xung quanh $S_{xq}$ hình trụ và thể tích $V$ của khối trụ là:

A. $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{2};V=\dfrac{3\sqrt{2}a^3}{16}$.

B. $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{3};V=\dfrac{3\sqrt{2}a^3}{32}$.

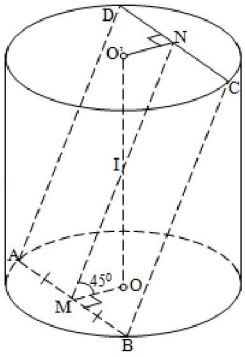
C. $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{4};V=\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{16}$.

D. $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3};V=\dfrac{3\sqrt{2}a^3}{8}$.

✍ Hướng dẫn giải:

* Gọi $M, N$ theo thứ tự là trung điểm của $AB$ và $CD$. Khi đó: $OM\perp AB$ và $O'N\perp DC$.

Giả sử $I$ là giao điểm của $MN$ và $OO'$. Đặt $R=OA,\ h=OO'$.




* Trong $\Delta IOM$ vuông cân tại $I$ nên: $OM=OI=\dfrac{\sqrt{2}}{2}IM$.

$\Rightarrow \dfrac{h}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}.\dfrac{a}{2}\Leftrightarrow h=\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$.

* Ta có: $R^2=OA^2+AM^2+MO^2$

$=\left(\dfrac{a}{2}\right)^2+\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2=\dfrac{a^2}{4}+\dfrac{a^2}{8}=\dfrac{3a^2}{8}$.

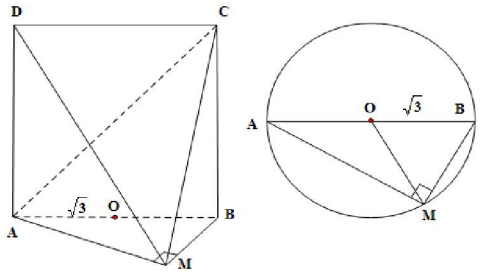
$\Rightarrow S_{xq}=2\pi Rh=2\pi\dfrac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{2};\ V=\pi R^2h=\pi\dfrac{3a^2}{8}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}=\dfrac{3\sqrt{2}a^3}{16}$.

**Câu 43.** Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ cạnh $2\sqrt{3}\,\text{cm}$ với $AB$ là đường kính của đường tròn đáy tâm $O$. Gọi $M$ là điểm thuộc cung $\overset{\frown}{AB}$ sao cho $\overset{\frown}{ABM}=60^0$. Khi đó, thể tích $V$ của khối tứ diện $ACDM$ là:

A. $V=3(\text{cm}^3)$.  B. $V=2\sqrt{3}(\text{cm}^3)$.  C. $V=6(\text{cm}^3)$.  D. $V=6\sqrt{3}(\text{cm}^3)$.

✍ Hướng dẫn giải:

Ta có: $BM\perp AD, BM\perp AM\Rightarrow BM\perp(ADM)$




$BC//AD\Rightarrow BC//(ADM)$

$\Rightarrow d[C,(ADM)]=d[B,(ADM)]=BM$

$\Rightarrow V=\dfrac{1}{3}.BM.S_{\Delta ADM}=\dfrac{1}{6}.BM.AM.AD$ (1).

Vì $\Delta OBM$ đều $\Rightarrow BM=\sqrt{3}\Rightarrow AM=\sqrt{AB^2-BM^2}=3$ (cm)

$(1)\Rightarrow V=\dfrac{1}{6}.\sqrt{3}.3.2\sqrt{3}=3(\text{cm}^3)$.

hoc360.net

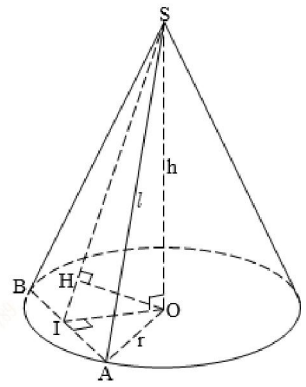
Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

**Câu 44.** Một hình nón có chiều cao $h = 20$ cm, bán kính đáy $r = 25$ cm. Một thiết diện đi qua đỉnh có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12cm. Tính diện tích thiết diện đó.

A. $500$ cm$^2$. B. $500\sqrt{2}$ cm$^2$. C. $450\sqrt{2}$ cm$^2$. D. $125\sqrt{34}$ cm$^2$.

✍ Hướng dẫn giải:

Tính diện tích thiết diện $S_{SAB}$




+ Ta có $S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2}AB.SI = \frac{1}{2}2IA.SI = IA.SI$

+ Xét tam giác vuông $SOI$, ta có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{OS^2} \Rightarrow \frac{1}{12^2} = \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{20^2} \Rightarrow OI = 15 \text{ (cm)}.$$

+ Mặt khác, xét tam giác vuông $SOI$ thì:

$$OI.OS = SI.OH \Rightarrow SI = \frac{OI.OS}{OH} = \frac{20.15}{12} = 25 \text{ (cm)}.$$

+ Trong tam giác vuông $AIO$, ta có:

$$IA = \sqrt{OA^2 - OI^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20 \text{ (cm)}.$$

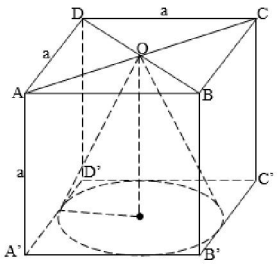
+ Từ đó suy ra: $S_{\Delta SAB} = IA.SI = 20.25 = 500$ (cm$^2$).

**Câu 45.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là $a$. Hãy tính diện tích xung quanh $S_{xq}$ và thể tích $V$ của khối nón có đỉnh là tâm $O$ của hình vuông $ABCD$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$.

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{5}}{2}; V = \frac{\pi a^3}{12}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{5}}{4}; V = \frac{\pi a^3}{4}$.

C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}; V = \frac{\pi a^3}{6}$. D. $S_{xq} = \pi a^2\sqrt{5}; V = \frac{\pi a^3}{4}$.

✍ Hướng dẫn giải:




Khối nón có chiều cao bằng $a$ và bán kính đáy $r = \frac{a}{2}$.

Diện tích xung quanh khối nón là $S_{xq} = \pi rl = \pi.a.\sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\pi a^2\sqrt{5}}{2}$ (đvdt)

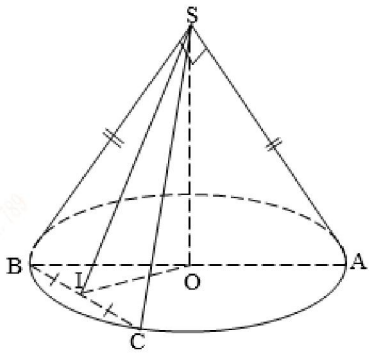
Thể tích của khối nón là: $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 a = \frac{\pi a^3}{12}$ (đvtt)

**Câu 46.** Thiết diện đi qua trục của hình nón đỉnh $S$ là một tam giác vuông cân có cạnh cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Kẻ dây cung BC của đường tròn đáy hình nón, sao cho mp $(SBC)$ tạo với mặt phẳng chứa đáy hình nón một góc $60^0$. Diện tích tam giác $SBC$ tính theo $a$ là:

A. $\frac{a^2\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^2\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải:

+ Do thiết diện đi qua trục là tam giác $\Delta SAB$ vuông cân tại đỉnh $S$, có cạnh huyền $AB = a\sqrt{2}$ nên suy ra bán kính đáy hình nón là $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$; đường sinh hình nón $l = SA = SB = a$; đường cao hình nón $h = SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.




+ Gọi $I$ là trung điểm $BC$ thì $OI \perp BC$ (1)

Ta lại có: $\begin{cases} BC \perp OI \\ BC \perp SO \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SOI) \Rightarrow \text{BC} \perp \text{SI}$ (2)

Gọi $(\alpha)$ là mặt phẳng chứa đáy thì $(\alpha) \cap (\text{SBC}) = \text{BC}$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\widehat{((\alpha),(\text{SBC}))} = \widehat{(SI,OI)} = \widehat{SIO} = 60^0$.

Xét tam giác $SOI$ vuông tại $O$, ta có: $SI = \frac{SO}{\sin \widehat{SIO}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Xét tam giác $SIB$ vuông tại $I$, ta có: $IB = \sqrt{SB^2 - SI^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow BC = 2IB = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

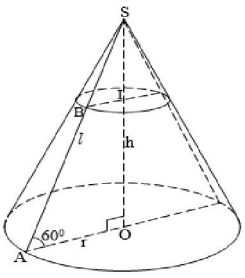
Diện tích thiết diện $SBC$ là: $S_{\Delta SBC} = \frac{1}{2} SI.BC = \frac{1}{2}\frac{a\sqrt{6}}{3}.\frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{a^2\sqrt{2}}{3}$ (đvdt).

**Câu 47.** Cho hình nón tròn xoay có đỉnh là $S$, $O$ là tâm của đường tròn đáy, đường sinh bằng $a\sqrt{2}$ và góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy bằng $60^0$. Gọi $I$ là một điểm trên đường cao $SO$ của hình nón sao cho tỉ số $\frac{SI}{OI} = \frac{1}{3}$. Khi đó, diện tích của thiết diện qua $I$ và vuông góc với trục của hình nón là:

A. $\frac{\pi a^2}{18}$. B. $\frac{\pi a^2}{9}$. C. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{18}$. D. $\frac{\pi a^2}{36}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi $A$ là một điểm thuộc đường tròn đáy hình nón. Thiết diện qua $I$ và vuông góc với trục của hình nón là một hình tròn có bán kính như hình vẽ. Gọi diện tích này là $S_{td}$. Theo giả thiết ta có đường sinh $SA = a\sqrt{2}$ và góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy là $\widehat{SAO} = 60^0$. Trong tam giác vuông $SAO$ có $OA = SA\cos 60^0 = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Ta có $\Delta SIB \backsim \Delta SOA \Rightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{IB}{OA} \Rightarrow IB = \frac{SI}{SO}.OA = \frac{1}{3}\frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{6} \Rightarrow S_{td} = \pi IB^2 = \pi.\left(\frac{a\sqrt{2}}{6}\right)^2 = \frac{\pi a^2}{18}$.

**Câu 48.** Cho hình nón đỉnh $S$ với đáy là đường tròn tâm $O$ bán kính $R$. Gọi $I$ là một điểm nằm trên mặt phẳng đáy sao cho $OI = R\sqrt{3}$. Giả sử $A$ là điểm nằm trên đường tròn $(O;R)$ sao cho $OA \perp OI$. Biết rằng tam giác $SAI$ vuông cân tại $S$. Khi đó, diện tích xung quanh $S_{xq}$ của hình nón và thể tích $V$ của khối nón là:

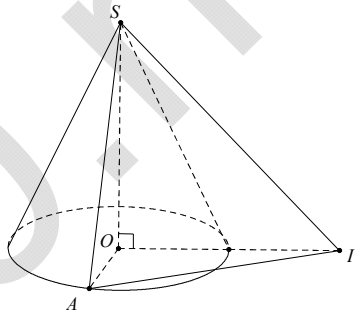
A. $S_{xq} = \pi R^2\sqrt{2}; V = \frac{\pi R^3}{3}$.

B. $S_{xq} = 2\pi R^2; V = \frac{2\pi R^3}{3}$.

C. $S_{xq} = \frac{\pi R^2\sqrt{2}}{2}; V = \pi R^3$.

D. $S_{xq} = \pi R^2; V = \frac{2\pi R^3}{3}$.

Hướng dẫn giải:




+ Xét tam giác $AOI$ vuông tại $O$, có:

$IA^2 = OA^2 + OI^2 = R^2 + 3R^2 = 4R^2 \Rightarrow IA = 2R$

+ Do tam giác $SAI$ vuông cân tại $S$ nên ta có:

$IA = SA\sqrt{2} \Rightarrow SA = \frac{IA}{\sqrt{2}} = \frac{2R}{\sqrt{2}} = R\sqrt{2}$.

+ Xét tam giác $SOA$ vuông tại $O$, ta có:

$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{2R^2 - R^2} = R$.

+ Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi Rl = \pi R.R\sqrt{2} = \pi R^2\sqrt{2}$ (đvdt).

+ Thể tích của khối nón tương ứng là: $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi R^2 R = \frac{\pi R^3}{3}$ (đvtt).

**Câu 49.** Một hình nón đỉnh $S$ có bán kính đáy bằng $a\sqrt{3}$, góc ở đỉnh là $120^0$. Thiết diện qua đỉnh của hình nón là một tam giác. Diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của thiết điện đó là bao nhiêu ?

A. $S_{\max} = 2a^2$.

B. $S_{\max} = a^2\sqrt{2}$.

C. $S_{\max} = 4a^2$.

D. $S_{\max} = \frac{9a^2}{8}$.

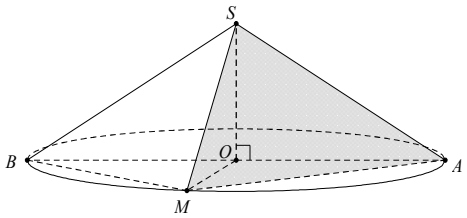
Hướng dẫn giải:

Giả sử $O$ là tâm đáy và $AB$ là một đường kính của đường tròn đáy hình nón. Thiết diện qua đỉnh của hình nón là tam giác cân $SAM$. Theo giả thiết hình nón có bán kính đáy $R = OA = a\sqrt{3}$ cm, $\widehat{ASB} = 120^0$ nên $\widehat{ASO} = 60^0$. Xét tam giác $SOA$ vuông tại $O$, ta có: $\sin 60^0 = \frac{OA}{SA} \Rightarrow SA = \frac{OA}{\sin 60^0} = 2a$.

Diện tích thiết diện là: $S_{\Delta SAM}=\frac{1}{2}SA.SM.\sin\widehat{ASM}=\frac{1}{2}2a.2a.\sin\widehat{ASM}=2a^2\sin\widehat{ASM}$

Do $0<\sin\widehat{ASM}\le 1$ nên $S_{\Delta SAM}$ lớn nhất khi và chỉ khi $\sin\widehat{ASM}=1$ hay khi tam giác $ASM$ vuông cân tại đỉnh $S$ (vì $\widehat{ASB}=120^0>90^0$ nên tồn tại tam giác $ASM$ thỏa mãn).

Vậy diện tích thiết diện lớn nhất là: $S_{\max}=2a^2$ (đvtt).




## VẬN DỤNG CAO

**Câu 50.** Bán kính $r$ của mặt cầu nội tiếp tứ diện đều cạnh $a$ là

A. $r=\frac{a\sqrt{6}}{12}$. B. $r=\frac{a\sqrt{6}}{8}$. C. $r=\frac{a\sqrt{6}}{6}$. D. $r=\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Hướng dẫn giải:

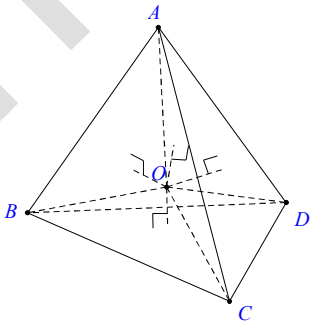
Gọi $O$ là tâm mặt cầu nội tiếp tứ diện đều $ABCD$ cạnh $a$.

Ta tính được thể tích khối tứ diện đều là $V_{ABCD}=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Mặt khác, ta lại có: $V_{ABCD}=V_{O.ABC}+V_{O.ACD}+V_{O.BCD}+V_{O.ABD}$ (*)

Mỗi hình tứ diện đỉnh $O$ đều có chiều cao $r$ và diện tích đáy là $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

.



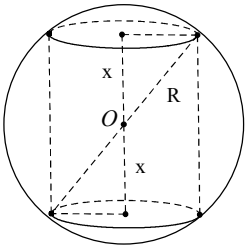

Do đó, từ (*) ta suy ra: $V_{ABCD}=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}=4.\frac{1}{3}r.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\Rightarrow r=\frac{a\sqrt{6}}{12}$.

**Câu 51.** Chiều cao của khối trụ có thể tích lớn nhất nội tiếp trong hình cầu có bán kính $R$ là

A. $\frac{2R\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{R\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{4R\sqrt{3}}{3}$. D. $R\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:

Giả sử $2x$ là chiều cao hình trụ $(0<x<R)$ (xem hình vẽ)




Bán kính của khối trụ là $r=\sqrt{R^2-x^2}$. Thể tích khối trụ là: $V=\pi(R^2-x^2)2x$. Xét hàm số $V(x)=\pi(R^2-x^2)2x,\ 0<x<R$

Ta có $V'(x)=2\pi(R^2-3x^2)=0\Leftrightarrow x=\frac{R\sqrt{3}}{3}$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | 0 $\quad\quad$ $R$ | $\frac{R\sqrt{3}}{3}$ | |
|---|---|---|---|
| $V'(x)$ | + | 0 | − |
| $V(x)$ | | $\frac{4\pi R^3\sqrt{3}}{9}$ | |

toc360.net

| | |
|---|---|
| | 0<br>0 |

Dựa vào BBT, ta thấy thể tích khối trụ lớn nhất khi chiều cao của khối trụ là $\frac{2R\sqrt{3}}{3}$;

$V_{\max} = \frac{4\pi R^3\sqrt{3}}{9}$.

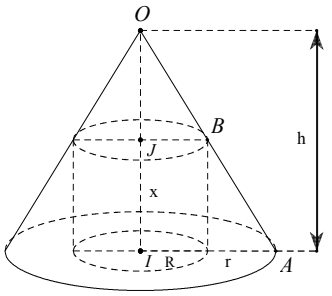
**Câu 52.** Cho hình nón có chiều cao $h$. Tính chiều cao $x$ của khối trụ có thể tích lớn nhất nội tiếp trong hình nón theo $h$.

A. $x = \frac{h}{3}$. B. $x = \frac{h}{2}$. C. $x = \frac{2h}{3}$. D. $x = \frac{h}{\sqrt{3}}$.

✍ Hướng dẫn giải:

Gọi $r, R$ theo thứ tự là bán kính đáy hình nón và khối trụ cần tìm. $O$ là đỉnh của hình nón, $I$ là tâm của đáy hình nón, $J$ là tâm của đáy hình trụ và khác $I$. $OA$ là một đường sinh của hình nón, $B$ là điểm chung của $OA$ với khối trụ. Ta có:

$\frac{r}{R} = \frac{h-x}{h} \Rightarrow r = \frac{R}{h}(h-x)$.




Thể tích khối trụ là: $V = \pi x R^2 = \pi x \frac{R^2}{h^2}(h-x)^2$

Xét hàm số $V(x) = \pi x \frac{R^2}{h^2}(h-x)^2,\ 0 < x < h$.

Ta có $V'(x) = \pi \frac{R^2}{h^2}(h-x)(h-3x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{h}{3}$ hay $x = h$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | 0 $\quad$ $\frac{h}{3}$ $\quad$ $h$ |
|---|---|
| $V'(x)$ | 0 $\quad$ + $\quad$ 0 $\quad$ − |
| $V(x)$ | 0 ↗ $\frac{4\pi R^2 h}{27}$ ↘ 0 |

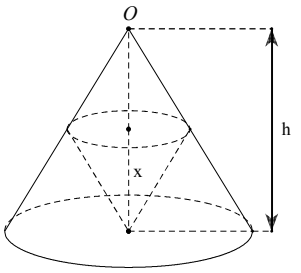
Dựa vào BBT, ta thấy thể tích khối trụ lớn nhất khi chiều cao của khối trụ là $x = \frac{h}{3}$;

$V_{\max} = \frac{4\pi R^2 h}{27}$.

Group: https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/

hoc360.net

**Câu 53.** Cho hình nón đỉnh $O$, chiều cao là $h$. Một khối nón khác có đỉnh là tâm của đáy và có đáy là là một thiết diện song song với đáy của hình nón đỉnh $O$ đã cho (hình vẽ). Tính chiều cao $x$ của khối nón này để thể tích của nó lớn nhất, biết $0 < x < h$.

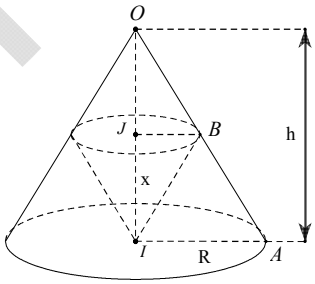



A. $x = \dfrac{h}{3}$. B. $x = h\sqrt{3}$. C. $x = \dfrac{2h}{3}$. D. $x = \dfrac{h\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Từ hình vẽ ta có $\dfrac{JB}{IA} = \dfrac{OJ}{OI} = \dfrac{h-x}{h} \Rightarrow JB = \dfrac{R(h-x)}{h}$.

Thể tích khối nón cần tìm là: $V = \dfrac{1}{3}\pi \dfrac{R^2}{h^2}(h-x)^2 x$.




Xét hàm số $V(x) = \dfrac{1}{3}\pi \dfrac{R^2}{h^2}(h-x)^2 x$, $0 < x < h$.

Ta có $V'(x) = \dfrac{1}{3}\pi \dfrac{R^2}{h^2}(h-x)(h-3x) = 0 \Leftrightarrow x = h$ hay $x = \dfrac{h}{3}$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $0$ | | $\dfrac{h}{3}$ | | $h$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $V'(x)$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $V(x)$ | $0$ | ↗ | $\dfrac{4\pi R^2 h}{81}$ | ↘ | $0$ |

Dựa vào BBT, ta thấy thể tích khối nón cần tìm lớn nhất khi chiều cao của nó là $x = \dfrac{h}{3}$;

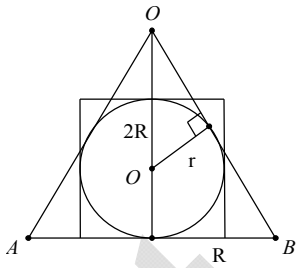
$V_{\max} = \dfrac{4\pi R^2 h}{81}$.

**Câu 54.** Cho một hình nón có bán kính đáy là $R$, chiều cao là $2R$, ngoại tiếp một hình cầu $S(O;r)$. Khi đó, thể tích của khối trụ ngoại tiếp hình cầu $S(O;r)$ là

A. $\dfrac{16\pi R^3}{\left(1+\sqrt{5}\right)^3}$. B. $\dfrac{4\pi R^3}{1+2\sqrt{5}}$. C. $\dfrac{16\pi R^3}{\left(\sqrt{5}-1\right)^3}$. D. $\dfrac{4\pi R^3}{2\sqrt{5}-1}$.

hoc360.net

Hướng dẫn giải:




Giả sử hình nón có đỉnh $O$ và đường kính đáy là $AB$.

Ta có $OA = OB = \sqrt{R^2 + (2R)^2} = R\sqrt{5}$.

Tam giác $OAB$ có diện tích là $S = 2R^2$,

chu vi là $2p = 2R(1+\sqrt{5})$. Do đó bán kính khối cầu $S(O;r)$ là $r = \dfrac{S}{p} = \dfrac{2R}{1+\sqrt{5}}$.

Thể tích khối trụ cần tìm là: $V_{tru} = \pi r^2 h = 2\pi r^3 = \dfrac{16\pi R^3}{\left(1+\sqrt{5}\right)^3}$.

**Câu 55.** Trong số các hình trụ có diện tích toàn phần đều bằng $S$ thì bán kính $R$ và chiều cao $h$ của khối trụ có thể tích lớn nhất là:

A. $R = \sqrt{\dfrac{S}{6\pi}}; h = 2\sqrt{\dfrac{S}{6\pi}}$.

B. $R = \sqrt{\dfrac{S}{4\pi}}; h = \sqrt{\dfrac{S}{4\pi}}$.

C. $R = \sqrt{\dfrac{2S}{3\pi}}; h = 4\sqrt{\dfrac{2S}{3\pi}}$.

D. $R = \sqrt{\dfrac{S}{2\pi}}; h = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{S}{2\pi}}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi thể tích khối trụ là $V$, diện tích toàn phần của hình trụ là $S$.

Ta có: $S = S_{2day} + S_{xq} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh$. Từ đó suy ra:

$$\frac{S}{2\pi} = R^2 + Rh \Leftrightarrow \frac{S}{2\pi} = R^2 + \frac{V}{\pi R} = R^2 + \frac{V}{2\pi R} + \frac{V}{2\pi R} \overset{Cauchy}{\geq} 3\sqrt[3]{\frac{V^2}{4\pi^2}} \text{ hay } 27\frac{V^2}{4\pi^2} \leq \left(\frac{S}{2\pi}\right)^3 \Leftrightarrow V \leq \sqrt{\frac{S^3}{54\pi}}.$$

Vậy $V_{\max} = \sqrt{\dfrac{S^3}{54\pi}}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow R^2 = \dfrac{V}{2\pi R} = \dfrac{\pi R^2 h}{2\pi R} = \dfrac{Rh}{2}$ hay $h = 2R$.

Khi đó $S = 6\pi R^2 \Rightarrow R = \sqrt{\dfrac{S}{6\pi}}$ và $h = 2R = 2\sqrt{\dfrac{S}{6\pi}}$.

## HÌNH HỌC KHÔNG GIAN CỔ ĐIỂN
## MẶT CẦU – MẶT NÓN – MẶT TRỤ
## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TỰ RÈN LUYỆN (CÓ HƯỚNG DẪN)

**Câu 1:** Thiết diện qua trục của một hình nón tròn xoay là một tam giác vuông cân có điện tích bằng $2a^2$. Khi đó thể tích của khối nón bằng:

A. $\dfrac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$ B. $\dfrac{\pi a^3}{3}$ C. $\dfrac{4\sqrt{2}\pi a^3}{3}$ D. $\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$

**Hướng dẫn giải**

Ta có: $S = \dfrac{1}{2}l^2 = 2a^2 \Rightarrow l = 2a$

Dùng định lý Pitago cho tam giác thiết diện ta được đường kính đường tròn đáy

$d = 2a\sqrt{2} \Rightarrow r = a\sqrt{2}$

Vậy $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}\pi r^2\sqrt{l^2 - r^2} = \frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

**Câu 2:** Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Gọi S là diện tích xung quanh của hình trụ có hai đường tròn đáy lần lượt ngoại tiếp các hình vuông ABDC và A'B'C'D'. Khi đó S bằng:

A. $S = \pi a^2\sqrt{2}$ B. $S = \pi a^2$ C. $S = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$ D. $S = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{4}$

**Hướng dẫn giải**

+) Đáy là hình vuông cạnh $a \Rightarrow$ đường chéo bằng $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow$ bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

+) Đường sinh l bằng cạnh của hình lập phương $\Rightarrow l = a$

+) Vậy $S_{xq} = 2\pi rl = \pi a^2\sqrt{2} \Rightarrow$ Chọn A.

**Câu 3:** Một hình lập phương có diện tích mặt chéo bằng $a^2\sqrt{2}$. Gọi V là thể tích khối cầu và S là diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương nói trên. Khi đó tích $S.V$ bằng:

A. $S.V = \frac{3\sqrt{3}\pi^2 a^5}{2}$ B. $S.V = \frac{\sqrt{3}\pi^2 a^5}{2}$

C. $S.V = \frac{3\pi^2 a^5}{2}$ D. $S.V = \frac{3\sqrt{6}\pi^2 a^5}{2}$

**Hướng dẫn giải**

+) Đặt $AB = x \Rightarrow BD = x\sqrt{2}$

+) Ta có: $S_{BDD'B'} = a^2\sqrt{2} = x.x\sqrt{2} \Rightarrow x = a \Rightarrow BD' = a\sqrt{3} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

+) Khi đó ta có: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}$ và $S = 4\pi R^2 = 3\pi a^2$

+) Vậy $SV = \frac{3\sqrt{3}\pi^2 a^5}{2} \Rightarrow$ Chọn A.

**Câu 4:** Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có $AB = a,\ BC = a\sqrt{3},\ AA' = a\sqrt{5}$. Gọi V là thể tích hình nón sinh ra khi quay tam giác AA'C quanh trục AA'. Khi đó V bằng:

A. $V = \frac{4\pi a^3\sqrt{5}}{3}$ B. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{5}}{3}$

C. $V = \frac{2\pi a^3\sqrt{5}}{3}$ D. $V = \frac{4\pi a^3\sqrt{3}}{5}$

**Hướng dẫn giải.**

Ta có: $r = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a$

hoc360.net

Vậy: $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}\pi r^2 AA' = \frac{4\pi a^3\sqrt{5}}{3}$

**Câu 5:** Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi$ và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Khi đó thể tích khối trụ tương ứng bằng:

A. $2\pi$ B. $4\pi$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\pi$

**Hướng dẫn giải**

+) Theo đề ta có: $S_{xq} = 4\pi \Rightarrow 2\pi rl = 4\pi \Rightarrow rl = 2$ (*)

+) Thiết diện qua trục là hình vuông $\Rightarrow r = \frac{l}{2}$. Thay vào (*) ta được: $l = 2 \Rightarrow r = 1$

+) Vậy $V = \pi r^2 l = 2\pi \Rightarrow$ Chọn A.

**Câu 6:** Tỉ số thể tích của khối lập phương và khối cầu ngoại tiếp khối lập phương đó bằng:

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3\pi}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{\pi}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3\pi}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3\pi}$

**Hướng dẫn giải**

+) Thể tích khối lập phương $V = a^3$.

+) Đặt AB = a $\Rightarrow AC = a\sqrt{2} \Rightarrow A'C = a\sqrt{3} \Rightarrow$ Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối lập phương là $R = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V_{Câu} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}$ (**).

Từ (*) và (**) suy ra: $\frac{V_{lập\ phương}}{V_{CAU}} = \frac{2\sqrt{3}}{3\pi} \Rightarrow$ Chọn A

**Câu 7:** Một hình nón có đường sinh hợp với đáy một góc $\alpha$ và độ dài đường sinh bằng *l*. Khi đó diện tích toàn phần của hình nón bằng:

A. $S_{tp} = 2\pi l^2 \cos\alpha.\cos^2\frac{\alpha}{2}$ B. $S_{tp} = 2\pi l^2 \cos\alpha.\sin^2\frac{\alpha}{2}$

C. $S_{tp} = \pi l^2 \cos\alpha.\cos^2\frac{\alpha}{2}$ D. $S_{tp} = \frac{1}{2}\pi l^2 \cos\alpha.\cos^2\frac{\alpha}{2}$

**Hướng dẫn giải**

+) Ta có: $\frac{r}{l} = \cos\alpha \Rightarrow r = l\cos\alpha$

+) $S_{TP} = S_{XQ} + S_D = \pi rl + \pi r^2 = \pi l^2\cos\alpha + \pi l^2\cos^2\alpha = \pi l^2\cos\alpha(1+\cos\alpha) = 2\pi l^2\cos\alpha\cos^2\frac{\alpha}{2}$

+) Vậy chọn A.

**Câu 8:** Cho lăng trụ đều có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi V là thể tích hình trụ ngoại tiếp khối lăng trụ nói trên. Khi đó V bằng:

A. $V=\frac{\pi a^3}{3}$ B. $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $V=\frac{3\pi a^3\sqrt{3}}{2}$ D. $V=\frac{\pi a^3}{6}$

**Hướng dẫn giải**

+) Gọi I, G lần lượt là trung điểm BC và trọng tâm tam giác ABC.

+) Tam giác ABC đều $\Rightarrow AI=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow AG=\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}=r$

+) $l=a$.

+) Vậy $V=\pi r^2 l=\frac{\pi a^3}{3}\Rightarrow$ Chọn A.

**Câu 9:** Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Không có mặt cầu ngoại tiếp S.ABC.

B. Mặt cầu ngoại tiếp khối chóp có tâm là trọng tâm tam giác ABC.

C. Mặt cầu ngoại tiếp khối chóp có tâm là trực tâm tam giác ABC.

D. Mặt cầu ngoại tiếp khối chóp có bán kính $R=\frac{a\sqrt{3}}{3}$

**Câu 10:** Một hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng a. Thiết diện qua trục của hình nón là một tam giác có góc ở đỉnh bằng $120^0$. Gọi V là thể tích khối nón. Khi đó V bằng:

A. $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{9}$ B. $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $V=\frac{\pi a^3}{6}$ D. $V=\frac{\pi a^3}{3}$

**Hướng dẫn giải**

+ ) $r=a$

+) Góc ở đỉnh $=120^0\Rightarrow h=\frac{a}{\tan 60^0}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$

+) $V=\frac{1}{3}S_D.h=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{9}\Rightarrow$ Chọn A.

**Câu 11:** Trong không gian cho hình vuông ABCD cạnh a. Gọi I và H lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD. Khi quay hình vuông đó xung quanh trục IH ta được một hình trụ tròn xoay.Khi đó thể tích khối trụ tương ứng bằng:

A. $\frac{\pi a^3}{4}$ B. $\frac{\pi a^3}{12}$ C. $\frac{4\pi a^3}{3}$ D. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$

**Hướng dẫn giải**

+) Ta có: $r=\frac{a}{2}$ và $l=a$

+) $V=B.h=\pi r^2 l=\frac{\pi a^3}{4}$

hoc360.net

**Câu 12:** Cho tứ diện S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B với AB = 3a, BC = 4a, SA $\perp (ABC)$, cạnh bên SC tạo với đáy góc $60^0$. Khi đó thể tích khối cầu ngoại tiếp S.ABC là:

A. $V = \frac{500\pi a^3}{3}$ B. $V = \frac{50\pi a^3}{3}$ C. $V = \frac{5\pi a^3}{3}$ D. $V = \frac{\pi a^3}{3}$

**Hướng dẫn giải**

+) Ta có: $\Delta SAC$ vuông tại S(*).

+) $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại B(**)

+) Từ (*) và (**) $\Rightarrow$ Tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp S.ABC là trung điểm đoạn SC.

+) Ta có: AC $= \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5a. Mà \frac{AC}{SC} = \cos 60^0 = \frac{1}{2} \Rightarrow SC = 2AC = 10a \Rightarrow R = \frac{SC}{2} = 5a$

+) Vậy $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{500\pi a^3}{3} \Rightarrow$ Chọn A.

**Câu 13:** Cho hình lăng trụ tứ giác đều ABCD.A′B′C′D′ có cạnh đáy bằng a, chiều cao 2a. Biết rằng O′ là tâm của A′B′C′D′ và (C) là đường tròn nội tiếp đáy ABCD. Diện tích xung quanh của hình nón có đỉnh O′ và đáy (C).

A. $S_{xq} = \frac{3\pi a^2}{2}$ B. $S_{xq} = \frac{5\pi a^2}{2}$ C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$ D. $S_{xq} = \frac{3\sqrt{2}\pi a^2}{2}$

**Hướng dẫn giải**

+) ABCD.A'B'C'D' là lăng trụ tứ giác đều $\Rightarrow$ đáy ABCD là hình vuông. Khi đó bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy là r = $\frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

+) Đường sinh $l = O'A = \sqrt{AA'^2 + A'O^2} = \sqrt{4a^2 + \frac{a^2}{2}} = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

+) Vậy $S_{XQ} = \pi rl = \pi . \frac{a\sqrt{2}}{2} . \frac{3a\sqrt{2}}{2} = \frac{3\pi a^2}{2} \Rightarrow$ Chọn A.

**Câu 14:** Một hình trụ có hai đáy là hai đường tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương có cạnh bằng 1. Thể tích của khối trụ đó bằng:

A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\pi$

**Hướng dẫn giải**

+) Ta có:Đường tròn đáy nội tiếp hình vuông cạnh bằng 1 $\Rightarrow$ bán kính $r = \frac{1}{2}$

+) Độ dài đường sinh = độ dài cạnh của hình lập phương $\Rightarrow l = 1$

+) Vậy $V = \pi r^2 l = \pi \left(\frac{1}{2}\right)^2 .1 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow$ Chọn A.

**Câu 15:** Cho tứ diện S.ABC có 3 đường thẳng SA, SB, SC vuông góc với nhau từng đôi một, SA = 3, SB = 4, SC = 5. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp S.ABC bằng:

A. $50\pi$ B. $25\pi$ C. $75\pi$ D. $100\pi$

**Hướng dẫn giải**

+) Tam giác SBC vuông tại S nên từ trung điểm I của cạnh BC ta vẽ đường thẳng (d) vuông góc với (SBC) (tức là d // SA), khi đó d chính là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác SBC.

+) Trong mp được xác định bởi 2 đường thẳng song song d và SA ta dựng đường trung trực của SA cắt d tại J. Khi đó J chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp SABC $\Rightarrow SJ$ là bán kính.

+) $SJ = \sqrt{SI^2 + \left(\frac{SA}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{BC^2 + SA^2}{4}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

+ $S = 4\pi R^2 = 4\pi \frac{50}{4} = 50\pi \Rightarrow$ Chọn A

**Câu 16:** Thể tích khối lăng trụ tứ giác đều nội tiếp trong hình trụ có chiều cao h và bán kính đường tròn đáy R bằng:

A. $2R^2 h$ B. $R^2 h$ C. $\sqrt{2}R^2 h$ D. $\frac{R^2 h}{2}$

**Hướng dẫn giải**

+) Ta có: $V_{LTRU} = S_{ABCD}.AA' = AB^2.OO' = AB^2 h$ (*)

+) Tính AB: Ta có tam giác OAB vuông cân tại O nên AB $= OA\sqrt{2} = R\sqrt{2}$

+ Thay vào (*) ta được: $V = 2R^2 h$ .

hoc360.net