

Câu 34. Giá trị của biểu thức $A = \log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \dots \log_{16} 15$ là:

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{3}{4}$. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

+Tự luận : $A = \log_{16} 15 \cdot \log_{15} 14 \dots \log_5 4 \cdot \log_4 3 \cdot \log_3 2 = \log_{16} 2 = \frac{1}{4}$

+Trắc nghiệm : Sử dụng máy tính Casio, rồi nhập biểu thức $\log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \dots \log_{16} 15$ vào máy bấm =, được kết quả $A = \frac{1}{4}$. Ta chọn đáp án A.

Câu 35. Giá trị của biểu thức $\log_{\frac{1}{a}} \left(\frac{a^3 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^3}}{\sqrt{a} \sqrt[4]{a}} \right)$ là:

- A. $-\frac{91}{60}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{91}{60}$.

Hướng dẫn giải

+Tự luận : $\log_{\frac{1}{a}} \left(\frac{a^3 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^3}}{\sqrt{a} \sqrt[4]{a}} \right) = -\log_a a^{\frac{91}{60}} = -\frac{91}{60}$

+Trắc nghiệm : Sử dụng máy tính, Thay $a = 2$, rồi nhập biểu thức $\log_{\frac{1}{a}} \left(\frac{a^3 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^3}}{\sqrt{a} \sqrt[4]{a}} \right)$ vào máy bấm =, được kết quả $-\frac{91}{60}$. Ta chọn đáp án A.

Câu 36. Trong 2 số $\log_3 2$ và $\log_2 3$, số nào lớn hơn 1?

- A. $\log_3 2$. B. $\log_2 3$. C. Cả hai số. D. Đáp án khác.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\log_3 2 < \log_3 3 = 1$, $\log_2 3 > \log_2 2 = 1$

Câu 37. Cho 2 số $\log_{1999} 2000$ và $\log_{2000} 2001$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $\log_{1999} 2000 > \log_{2000} 2001$. B. Hai số trên nhỏ hơn 1.
C. Hai số trên lớn hơn 2. D. $\log_{1999} 2000 \geq \log_{2000} 2001$.

Hướng dẫn giải

Câu 43. Cho $\log_{\frac{1}{4}}(y-x) - \log_4 \frac{1}{y} = 1$ ($y > 0, y > x$). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. $x = \frac{3}{4}y$. B. $x = -\frac{3}{4}y$. C. $3x = 4y$. D. $3x = -4y$.

Hướng dẫn giải

$$\log_{\frac{1}{4}}(y-x) - \log_4 \frac{1}{y} = 1 \Leftrightarrow \log_4 \frac{y}{y-x} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}y$$

Câu 44. Cho $x, y > 0$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. $\log_a xy = \log_a |x| + \log_a |y|$ ($xy > 0$). B. $\log_a xy = \log_a |x| + \log_a |y|$.
C. $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ ($xy > 0$). D. $\log_a x^2 = 2 \log_a x$ ($x^2 > 0$).

Hướng dẫn giải

Do $|x|, |y| > 0 \Rightarrow \log_a xy = \log_a |x| + \log_a |y|$, ta chọn đáp án A.

LÔGARIT

VẬN DỤNG THẤP

Câu 1. Cho $x, y > 0$ và $x^2 + 4y^2 = 12xy$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

- A. $\log_2(x+2y) = 2 + \frac{1}{2}(\log_2 x + \log_2 y)$. B. $\log_2 \left(\frac{x+2y}{4} \right) = \log_2 x - \log_2 y$.
C. $\log_2(x+2y) = \log_2 x + \log_2 y + 1$. D. $4 \log_2(x+2y) = \log_2 x + \log_2 y$.

Hướng dẫn giải

Ta có chọn A là đáp án đúng, vì

$$\begin{aligned} x^2 + 4y^2 = 12xy &\Leftrightarrow (x+2y)^2 = 16xy \Leftrightarrow \log_2(x+2y)^2 = \log_2 16xy \\ &\Leftrightarrow 2 \log_2(x+2y) = 4 + \log_2 x + \log_2 y \Leftrightarrow \log_2(x+2y) = 2 + \frac{1}{2}(\log_2 x + \log_2 y) \end{aligned}$$

Câu 2. Cho $a, b > 0$ và $a^2 + b^2 = 7ab$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

- A. $\log \left(\frac{a+b}{3} \right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$. B. $4 \log \left(\frac{a+b}{6} \right) = \log a + \log b$.

C. $2 \log(a+b) = \log a + \log b$.

D. $\log\left(\frac{a+b}{3}\right) = 3(\log a + \log b)$.

Hướng dẫn giải

Ta có chọn A là đáp án đúng, vì

$$a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab \Leftrightarrow \log(a+b)^2 = \log 9ab$$

$$\Leftrightarrow 2 \log(a+b) = \log 9 + \log a + \log b \Leftrightarrow \log \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$$

Câu 3. Cho $\log_2 6 = a$. Khi đó giá trị của $\log_3 18$ được tính theo a là:

A. $\frac{2a-1}{a-1}$.

B. $\frac{a}{a+1}$.

C. $2a+3$.

D. a .

Hướng dẫn giải

+Tự luận : Ta có $\therefore a = \log_2 6 = \log_2(2.3) = 1 + \log_2 3 \Rightarrow \log_3 2 = \frac{1}{a-1}$

Suy ra $\log_3 18 = \log_3(2.3^2) = \log_3 2 + 2 = \frac{1}{a-1} + 2 = \frac{2a-1}{a-1}$. Ta chọn đáp án A

+Trắc nghiệm

Sử dụng máy tính: gán $\log_2 6$ cho A

Lấy $\log_3 18$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 4. Cho $\log_2 5 = a$. Khi đó giá trị của $\log_4 1250$ được tính theo a là :

A. $\frac{1+4a}{2}$.

B. $2(1+4a)$.

C. $1+4a$.

D. $\frac{1-4a}{2}$.

Hướng dẫn giải

+Tự luận : Ta có $\therefore \log_4 1250 = \log_{2^2}(2.5^4) = \frac{1}{2} \log_2(2.5^4) = \frac{1}{2} + 2 \log_2 5 = \frac{1+4a}{2}$.

Ta chọn đáp án A

+Trắc nghiệm:

Sử dụng máy tính: gán $\log_2 5$ cho A

KLấy $\log_4 1250$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 5. Biết $\log_7 2 = m$, khi đó giá trị của $\log_{49} 28$ được tính theo m là:

- A. $\frac{1+2m}{2}$. B. $\frac{1+m}{2}$. C. $\frac{1+4m}{2}$. D. $\frac{m+2}{4}$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính: gán $\log_7 2$ cho A

Lấy $\log_{49} 28$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 6. Biết $a = \log_2 5, b = \log_5 3$; khi đó giá trị của $\log_{10} 15$ được tính theo a là:

- A. $\frac{a(b+1)}{a+1}$. B. $\frac{ab+1}{a+1}$. C. $\frac{ab-1}{a+1}$. D. $\frac{a+b}{a+1}$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_2 5, \log_5 3$ cho A, B

Lấy $\log_{10} 15$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 7. Cho $a = \log_3 15, b = \log_3 10$. Khi đó giá trị của $\log_{\sqrt{3}} 50$ được tính theo a, b là :

- A. $2(a+b-1)$. B. $2(a-b-1)$. C. $2(a+b+1)$. D. $2(a-b+1)$.

Hướng dẫn giải

+Tự luận : Ta có $\therefore a = \log_3 15 = \log_3 (3.5) = 1 + \log_3 5 \Rightarrow \log_3 5 = a - 1$.

Khi đó : $\log_{\sqrt{3}} 50 = 2 \log_3 (5.10) = 2(\log_3 5 + \log_3 10) = 2(a - 1 + b)$ Ta chọn đáp án A

+Trắc nghiệm

Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_3 15; \log_3 10$ cho A, B

Lấy $\log_{\sqrt{3}} 50$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 8. Biết $\log_5 3 = a$, khi đó giá trị của $\log_{15} 75$ được tính theo a là:

- A. $\frac{2+a}{1+a}$. B. $\frac{1+2a}{a+1}$. C. $\frac{1+a}{2+a}$. D. 2.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính: gán $\log_5 3$ cho A

Lấy $\log_{15} 75$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 9. Biết $\log_4 7 = a$, khi đó giá trị của $\log_2 7$ được tính theo a là:

- A. $2a$. B. $\frac{1}{2}a$. C. $\frac{1}{4}a$. D. $4a$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_2 7 = 2 \cdot \frac{1}{2} \log_2 7 = 2 \log_4 7 = 2a$. Ta chọn đáp án A

Câu 10. Biết $\log_5 3 = a$, khi đó giá trị của $\log_3 \frac{27}{25}$ được tính theo a là:

- A. $\frac{3a-2}{a}$. B. $\frac{3a}{2}$. C. $\frac{3}{2a}$. D. $\frac{a}{3a-2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_3 \frac{27}{25} = \log_3 27 - \log_3 25 = 3 - 2 \log_3 5 = 3 - \frac{2}{a} = \frac{3a-2}{a}$. Ta chọn đáp án

A

Câu 11. Biết $a = \log_2 5, b = \log_5 3$. Khi đó giá trị của $\log_{24} 15$ được tính theo a là:

- A. $\frac{a(b+1)}{3+ab}$. B. $\frac{ab+1}{a+1}$. C. $\frac{b+1}{a+1}$. D. $\frac{ab+1}{b}$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_2 5, \log_5 3$ cho A, B

Lấy $\log_{24} 15$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 12. Cho $\log_{12} 27 = a$. Khi đó giá trị của $\log_6 16$ được tính theo a là:

A. $\frac{4(3-a)}{3+a}$. B. $\frac{4(3+a)}{3-a}$. C. $\frac{4a}{3-a}$. D. $\frac{2a}{3+a}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $a = \log_{12} 27 = \frac{\log_2 27}{\log_2 12} = \frac{3 \log_2 3}{2 + \log_2 3} \Rightarrow \log_2 3 = \frac{2a}{3-a} \Rightarrow \log_6 16 = \frac{4(3-a)}{3+a}$

Câu 13. Cho $\lg 3 = a$, $\lg 2 = b$. Khi đó giá trị của $\log_{125} 30$ được tính theo a là:

A. $\frac{1+a}{3(1-b)}$. B. $\frac{4(3-a)}{3-b}$. C. $\frac{a}{3+b}$. D. $\frac{a}{3+a}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_{125} 30 = \frac{\lg 30}{\lg 125} = \frac{1 + \lg 3}{3(1 - \lg 2)} = \frac{1+a}{3(1-b)}$

Câu 14. Cho $\log_a b = \sqrt{3}$. Giá trị của biểu thức $A = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}$ được tính theo a là:

A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\log_a b = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{b}}{a} = a^{\frac{\sqrt{3}-1}{2}} = a^\alpha \Rightarrow \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}} = a^{\frac{\sqrt{3}\alpha}{3}} \Rightarrow A = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 15. Cho $\log_{27} 5 = a$, $\log_8 7 = b$, $\log_2 3 = c$. Giá trị của $\log_6 35$ được tính theo a, b, c là:

A. $\frac{3(ac+b)}{1+c}$. B. $\frac{ac}{1+b}$. C. $\frac{ac}{1-c}$. D. $\frac{3ac+3b}{3+a}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_{27} 5 = a \Rightarrow \log_3 5 = 3a$, $\log_8 7 = b \Rightarrow \log_3 7 = \frac{3b}{c} \Rightarrow \log_2 5 = 3ac$

$\Rightarrow \log_6 35 = \frac{3(ac+b)}{1+c}$

Câu 16. Cho $x = 2000!$. Giá trị của biểu thức $A = \frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \dots + \frac{1}{\log_{2000} x}$ là:

- A. 1. B. -1. C. $\frac{1}{5}$. D. 2000.

Hướng dẫn giải

Ta có: $A = \log_x 2 + \log_x 3 + \dots + \log_x 2000 = \log_x (1.2.3 \dots 2000) = \log_x x = 1$

Câu 17. Biết $a = \log_7 12, b = \log_{12} 24$; khi đó giá trị của $\log_{54} 168$ được tính theo a là:

- A. $\frac{ab+1}{a(8-5b)}$. B. $\frac{ab+1-a}{a(8-5b)}$. C. $\frac{a(8-5b)}{1+ab}$. D. $\frac{a(8-5b)}{1+ab-a}$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_7 12; \log_{12} 24$ cho A, B

Lấy $\log_{54} 168$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 18. Biết $\log_a b = 2, \log_a c = -3$; khi đó giá trị của biểu thức $\log_a \frac{a^2 b^3}{c^4}$ bằng:

- A. 20. B. $-\frac{2}{3}$. C. -1. D. $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_a \frac{a^2 b^3}{c^4} = \log_a a^2 + \log_a b^3 - \log_a c^4 = 2 + 3.2 - 4.(-3) = 20$. Ta chọn đáp án A

Câu 19. Biết $\log_a b = 3, \log_a c = -4$; khi đó giá trị của biểu thức $\log_a (a^2 \sqrt[3]{bc^2})$ bằng:

- A. -5. B. $-\frac{16\sqrt{3}}{3}$. C. -16. D. -48.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_a (a^2 \sqrt[3]{bc^2}) = 2 \log_a a + \frac{1}{3} \log_a b + 2 \log_a c = 2 + \frac{1}{3}.3 + 2.(-4) = -5$. Ta chọn đáp án A

Câu 20. Rút gọn biểu thức $A = \log_a a^3 \sqrt{a} \sqrt[5]{a}$, ta được kết quả là:

- A. $\frac{37}{10}$. B. $\frac{35}{10}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{1}{10}$.