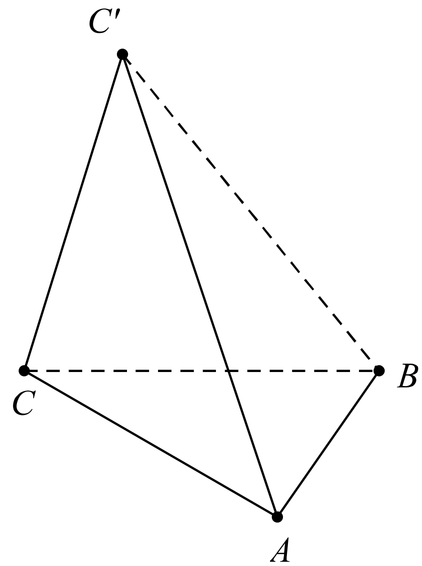
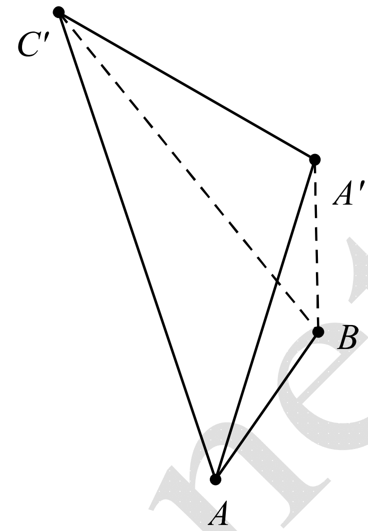
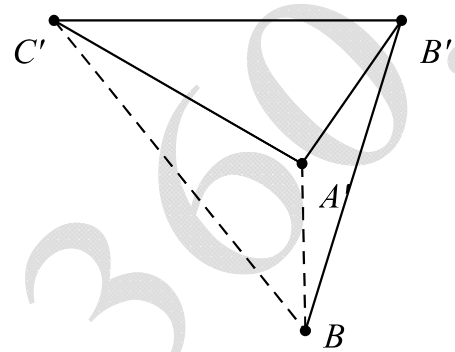
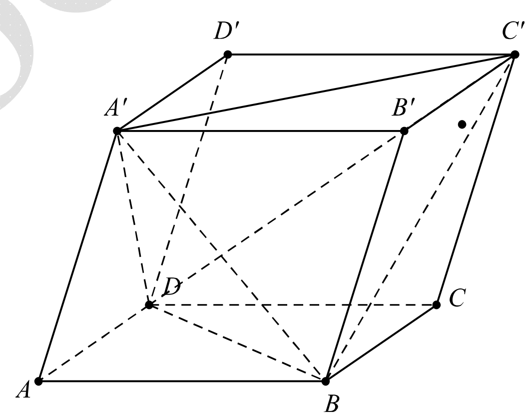


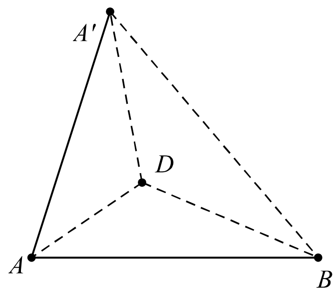


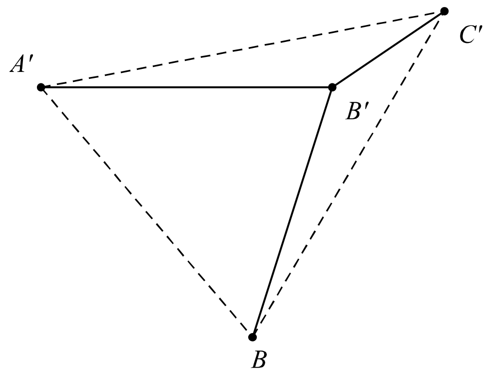


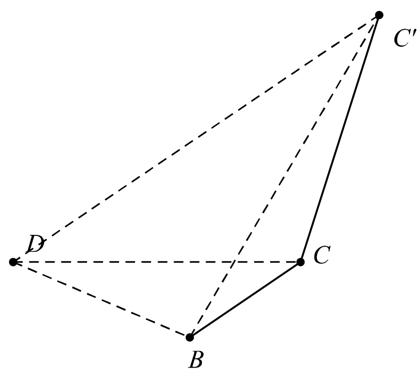
2. Chia khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thành 5 khối tứ diện

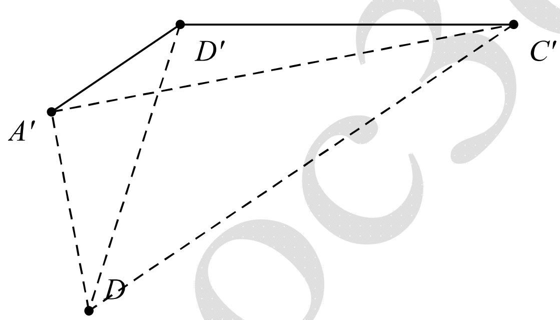
$A'ABD,\ BA'B'C',\ C'BCD,\ DA'C'D',\ A'C'BD$

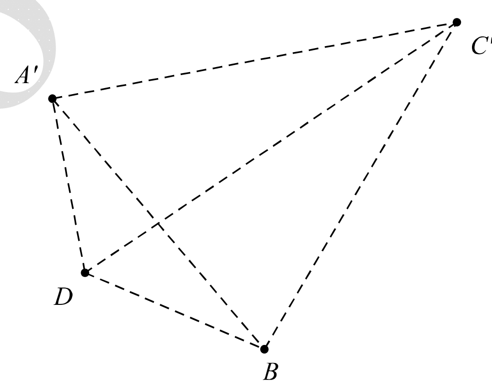








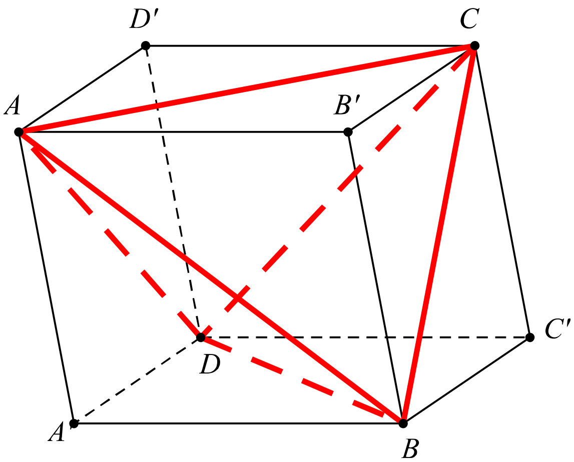




3. Vì AB và CD chéo nhau nên sẽ tồn tại cặp mặt phẳng $(\alpha),(\beta)$ thỏa mãn

$$\begin{cases} AB \subset (\alpha) // CD \\ CD \subset (\beta) // AB \end{cases}$$

Tương tự vậy cũng tồn tại các cặp mặt phẳng
$(P),(Q)$ đi qua một trong hai đường thẳng AC, BD và song song với đường còn lại
$(R),(\gamma)$ đi qua một trong hai đường thẳng AD, BC và song song với đường còn lại
6 mặt phẳng trên cắt nhau tạo thành một khối hộp. Từ đó ta có đpcm.



4. Gọi O là tâm của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và Ñ$_O$ là phép đối xứng tâm O khi đó :

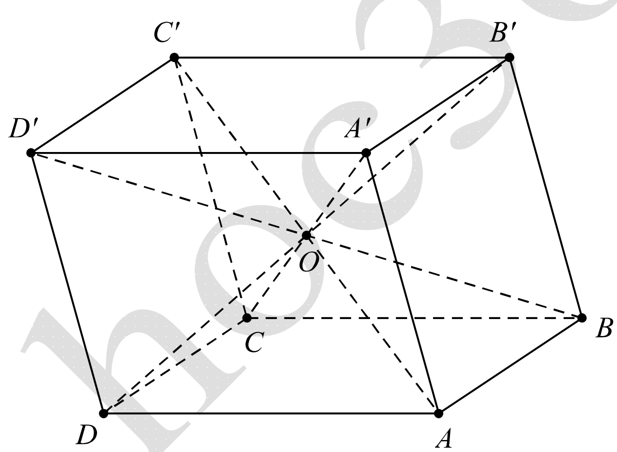
Ñ$_O$: $A' \to C$

$A \to C'$

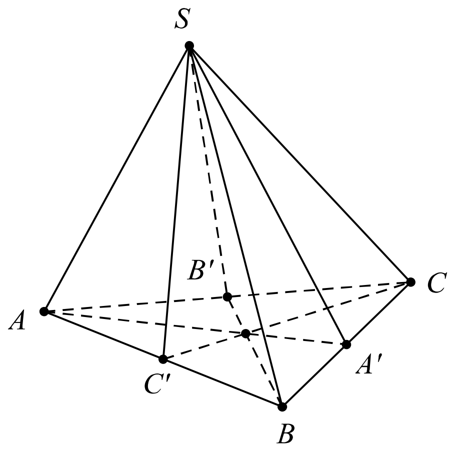
$B \to D'$

$D \to B'$

Do đó Ñ$_O$ biến tứ diện $A'ABD$ thành $CC'D'B'$ nên chúng bằng nhau.



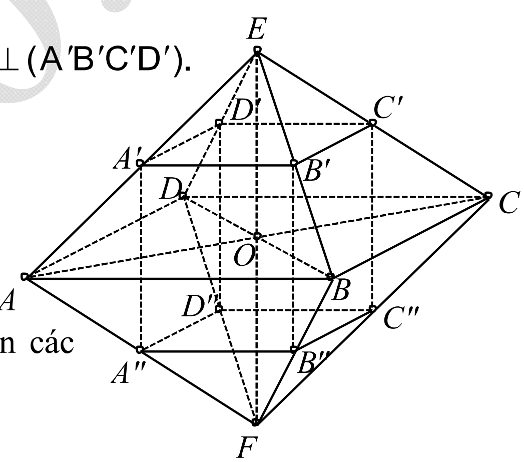
5. Xét phép đối xứng qua mặt phẳng (SAA') biến các điểm S, A, B, A' lần lượt thành các điểm S, A, C, A' và phép đối xứng qua mặt phẳng (SCC') biến các điểm S, A, C, A' thành các điểm S, B, C, B'. Như vậy, qua hai phép đối xứng trên, bốn đỉnh S, A, B, A' của tứ diện $SABA'$ thành bốn đỉnh S, B, C, B' của tứ diện $SBCB'$ nên hai tứ diện đó bằng nhau.



Bài 2 Tứ giác $ABCD$ là hình vuông cạnh a, nên các tứ giác $A'B'C'D', A''B''C''D''$ là các hình vuông cạnh $\frac{a}{2}$ và hai mặt phẳng $(A'B'C'D')$ và $(A''B''C''D'')$ song song với nhau.

Ta có $A'A''//EF$ nên $A'A'' \perp (ABCD) \Rightarrow A'A'' \perp (A'B'C'D')$.

Tương tự suy ra các cạnh bên $A'A'', B'B'', C'C'', D'D''$ cùng vuông góc với hai mặt đáy. Vậy $A'B'C'D'.A''B''C''D''$ là hình hộp chữ nhật.



Các cạnh đáy của hình hộp có độ dài là $\frac{a}{2}$, còn các cạnh bên của hình hộp có độ dài là $\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

Bài 3

1. (bạn đọc tự vẽ hình)

a) Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ được phân chia thành ba khối tứ diện là:

$$ABCA'; BCA'B'; CA'B'C'.$$

b) Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ được phân chia thành khối chóp tam giác $C.A'B'C'$ và khối chóp tứ giác là $C.A'B'AB$.

2. (Bạn đọc tự vẽ hình) Khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ thành năm khối tứ diện: $ABDA'$, $CBDC'$, $B'A'C'B$, $D'A'C'D$, $BDA'C'$.

3. Từ hình chóp trên ta dựng hình lập phương $HEFG.ABCD$. Ta thấy hai hình chóp $F.ABCD$ và $F.ABEH$ đối xứng nhau qua mặt phẳng (ABF), hai hình chóp $F.ABCD$ và $F.AHGD$ đối xứng nhau qua mặt phẳng (ADF). Do đó ba hình chóp $F.ABCD$, $F.ABEH$, $F.AHGD$ bằng nhau. Như vậy hình lập phương $HEFG.ABCD$ được chia thành ba khối chóp bằng $F.ABCD$. Từ đó suy ra có thể ghép ba hình chóp bằng hình chóp $F.ABCD$ để được một hình lập phương.

4. a) Gọi O là tâm của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, phép đối xứng tam O biến các điểm A, A', B', C', D' thành các điểm C', C, D, A, B nên phép đối xứng qua tâm O biến hình chóp $A.A'B'C'D'$ thành hình chóp $C'.ABCD$ do đó hai hình chóp $A.A'B'C'D'$ và $C'.ABCD$ bằng nhau

b) Xét phép đối xứng qua mặt phẳng $\left(ADC'B'\right)$ các điểm A, B, C, A', B', C' lần lượt biến thành các điểm A, A', D', B, B', C' nên biến lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành lăng trụ $AA'D'.BB'C'$ nên hai lăng trụ đó bằng nhau.

5. Xét tứ diện ABCD. Gọi $\mathrm{M,N}$ là hai điểm thuộc cạnh AB sao cho M nằm giữa A và N. Gọi $\mathrm{E,F}$ là hai điểm thuộc cạnh CD sao cho E nằm giữa C và F. Khi đó các mặt phẳng $(\mathrm{ABE}),(\mathrm{ABF}),(\mathrm{CDN}),(\mathrm{CDM})$ sẽ phân chia khối tứ diện ABCD thành 9 khối tứ diện.

Bài 4

1. Tứ giác $ABCD$ là hình vuông cạnh a.

Do đó các tứ giác $A'B'C'D'$ và $A"B"C"D"$ là các hình vuông cạnh $\frac{a}{2}$ và

$\left(A'B'C'D'\right)//\left(A"B"C"D"\right)$.

Mặt khác $A'A"//EF \Rightarrow A'A" \perp \left(A'B'C'D'\right)$

Tương tự ta cũng có $B'B", C'C", D'D"$ cùng song song với EF. Từ đó suy ra $A'B'C'D'.A"B"C"D"$ là một hình hộp chữ nhật.