Kết hợp những giá trị m tìm được, ta có $-1 \le m \le 0$.

Câu 22. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + (m-1)x + 2$ có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số có hoành độ dương.

A. $m > 1$. B. $m \ge 1$. C. $m \ge 0$. D. $0 \le m \le 1$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + m - 1$.

Hàm số có cực đại, cực tiểu khi và chỉ khi PT $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

Điều này tương đương $\Delta' = 9m^2 - 3(m-1) > 0 \Leftrightarrow 3m^2 - m + 1 > 0$ (đúng với mọi m).

Hai điểm cực trị có hoành độ dương $\Leftrightarrow \begin{cases} S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m > 0 \\ \dfrac{m-1}{3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$

Vậy các giá trị cần tìm của m là $m > 1$.

Câu 23. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3mx + 1$ có 2 điểm cực trị A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O (với O là gốc tọa độ).

A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = -\frac{1}{2}$. C. $m = 1$. D. $m = \frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = -3x^2 + 3m$

$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - m = 0 (*)$

Đồ thị hàm số (1) có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ PT $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0 (**)$

Khi đó 2 điểm cực trị $A\left(-\sqrt{m}; 1 - 2m\sqrt{m}\right)$, $B\left(\sqrt{m}; 1 + 2m\sqrt{m}\right)$

Tam giác OAB vuông tại O $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow 4m^3 + m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$ (thỏa mãn).

Vậy $m = \frac{1}{2}$.

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 12mx - 3m + 4$ (C) có hai điểm cực trị là A và B sao cho hai điểm này cùng với điểm $C\left(-1; -\frac{9}{2}\right)$ lập thành tam giác nhận gốc tọa độ O làm trọng tâm.

A. $m=-\frac{1}{2}$. B. $m=-2$. C. $m=2$. D. $m=\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y'=3x^2-6(m+1)x+12m$. Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ $(m-1)^2>0 \Leftrightarrow m\neq 1$ (*). Khi đó hai điểm cực trị là

$A(2;9m)$, $B(2m;-4m^3+12m^2-3m+4)$.

ΔABC nhận O làm trọng tâm $\Leftrightarrow \begin{cases} 2+2m-1=0 \\ -4m^3+12m^2+6m+4-\frac{9}{2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow m=-\frac{1}{2}$ (thoả (*).

Câu 25. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{2}{3}x^3-mx^2-2\left(3m^2-1\right)x+\frac{2}{3}$ có hai điểm cực trị có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1x_2+2\left(x_1+x_2\right)=1$.

A. $m=\frac{2}{3}$. B. $m=-\frac{2}{3}$. C. $m=0$. D. $m=-\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có : $y'=2x^2-2mx-2\left(3m^2-1\right)=2\left(x^2-mx-3m^2+1\right)$,

$g\left(x\right)=x^2-mx-3m^2+1$ là tam thức bậc hai có $\Delta=13m^2-4$. Do đó hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi y' có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ $g\left(x\right)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>\frac{2\sqrt{13}}{13} \\ m<-\frac{2\sqrt{13}}{13} \end{array}\right. . \qquad (1)$$

x_1, x_2 là các nghiệm của $g\left(x\right)$ nên theo định lý Vi-ét, ta có $\begin{cases} x_1+x_2=m \\ x_1x_2=-3m^2+1 \end{cases}$.

Do đó $x_1x_2+2\left(x_1+x_2\right)=1 \Leftrightarrow -3m^2+2m+1=1 \Leftrightarrow -3m^2+2m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\frac{2}{3} \end{array}\right.$.

Đối chiếu với điều kiện (1), ta thấy chỉ $m=\frac{2}{3}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

VẬN DỤNG CAO (tối thiểu 10 câu)

Câu 26. Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3\left(m^2 - 1\right)x - m^3 + m$. Tìm tất cả các
giá trị của tham số thực m để : $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$

A. $m = \pm 2$.　　B. $m = \pm\sqrt{2}$.　　C. $m = 0$.　　D. $m = \pm 1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$y' = 3x^2 - 6mx + 3\left(m^2 - 1\right)$

Hàm số luôn luôn có cực trị với moi m

Theo định lí Viet : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1.x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$

$x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7 \Leftrightarrow (2m)^2 - 3\left(m^2 - 1\right) = 7 \Leftrightarrow$ m= ±2

Cách 2 : y'=0 $\Leftrightarrow x^2 - 2mx + \left(m^2 - 1\right)$=0 $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m + 1 \\ x = m - 1 \end{array}\right.$

$x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7 \Leftrightarrow (m+1)^2 + (m-1)^2 - (m-1)(m+1) = 7$

$\Leftrightarrow m = \pm 2$.

Câu 27. Cho hàm số $y = (m-1)x^4 - 3mx^2 + 5$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số
có cực đại mà không có cực tiểu

A. $m \in [0;1]$.　　B. $m \in (-\infty;0] \cup [1;+\infty)$.

C. $m \in (0;1)$.　　D. $m \in (-\infty;0) \cup (1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$y' = 4(m-1)x^3 - 6mx = 0$ **(*)**

Th1 : Nếu $m = 1$, (*) trở thành : $y' = -6x = 0$ hay x= 0 , $y'' = -6 < 0$

Vậy $m = 1$ hàm số đạt cực đại tại $x = 0$

Th2 : Nếu $m \neq 1$

(*) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=\dfrac{3m}{2(m-1)} \end{array}\right.$

Hàm số có cực đại mà ko có cực tiểu $\Leftrightarrow \begin{cases} m-1<0 \\ \dfrac{3m}{2(m-1)} \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \le m < 1$

Kết hợp 2 trường hợp : $m \in [0;1]$

Câu 28. Cho hàm số $y = x^4 - 2(1-m^2)x^2 + m + 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm
số có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số lập thành tam giác có diện tích lớn nhất .

A. $m=0$. B. $m=\frac{1}{2}$. C. $m=-\frac{1}{2}$. D. $m=1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$y' = 4x^3 - 4(1-m^2)x$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=1-m^2 \end{array}\right.$

Hàm số có cực đại , cực tiểu khi và chỉ khi : $|m|<1$

Tọa độ điểm cực trị $A(0;m+1)$

$B\left(\sqrt{1-m^2};-m^4+2m^2+m\right)$

$C\left(-\sqrt{1-m^2};-m^4+2m^2+m\right)$

$\overrightarrow{BC} = \left(-2\sqrt{1-m^2};0\right)$

Phương trình đường thẳng BC : $y + m^4 - 2m^2 - m = 0$

$d(A,\text{BC}) = m^4 - 2m^2 + 1$, $BC = 2\sqrt{1-m^2}$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}BC.d[A,BC]=\sqrt{1-m^2}\left(m^4-2m^2+1\right)=\sqrt{\left(1-m^2\right)^5}\le 1$$

Vậy S đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow m=0$.

[Phương pháp trắc nghiệm]

$$\overrightarrow{AB}=\left(\sqrt{1-m^2};-m^4+2m^2-1\right)$$

$$\overrightarrow{AC}=\left(-\sqrt{1-m^2};-m^4+2m^2-1\right)$$

Khi đó S = $\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right|$ = $\sqrt{1-m^2}\left(m^4-2m^2+1\right)$ = $\sqrt{\left(1-m^2\right)^5}\le 1$

Vậy S đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow m=0$.

Câu 29. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=2x^3+3\left(m-3\right)x^2+11-3m$ có hai điểm cực
trị. Đồng thời hai điểm cực trị đó và điểm $C\left(0;-1\right)$ thẳng hàng .

A. $m=4.$ B. $m=1.$ C. $m=-3.$ D. $m=2.$

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$y'=6x^2+6\left(m-3\right)x$$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3-m\end{array}\right.$$

Hàm số có 2 cực trị $\Leftrightarrow m\ne 3$

Khi đó đồ thị hàm số đã cho có 2 điểm cực trị $A\left(0;11-3m\right)$

$$B\left(3-m;m^3-9m^2+24m-16\right)$$

$$\overrightarrow{AB}=\left(3-m,\left(3-m\right)^3\right).$$

Phương trình đt AB : $\left(3-m\right)^2x+y-11+3m=0$

A,B,C thẳng hàng $\Leftrightarrow C\in AB$

Hay : $-1-11+3m=0\Leftrightarrow m=4$.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Bước 1 : Bấm Mode 2 (CMPLX)

Bước 2 : $y-\frac{y'.y"}{18a}=2x^3+3(y-3)x^2+11-3y-\frac{(6x^2+6(y-3)x)(12x+6(y-3))}{36}$

Bước 3 : Cacl $x=i$, $y=1000$

Kết quả : $-2989-994009i$. Hay : $y=-2989-994009x$

Từ đó : $-2989=-3m+11$, $-994009=-(m-3)^2$

Vậy phương trình đt qua 2 điểm cực trị AB là : $(3-m)^2x+y-11+3m=0$

A,B,C thẳng hàng $\Leftrightarrow C\in AB$

Hay : $-1-11+3m=0\Leftrightarrow m=4$.

Câu 30. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đường thẳng qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số:
$y=x^3-3mx+2$ cắt đường tròn tâm $I(1;1)$ bán kính bằng 1 tại 2 điểm A,B mà diện tích tam giác IAB lớn nhất .

A. $m=1\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $m=1\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $m=1\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$.

D. $m=1\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$y'=3x^2-3m$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\sqrt{m}\\x=-\sqrt{m}\end{array}\right.$. Hàm số có 2 cực trị khi và chỉ khi : $m>0$

Khi đó tọa độ 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $M\left(\sqrt{m};-2m\sqrt{m}+2\right)$

$N\left(-\sqrt{m};2m\sqrt{m}+2\right)\Rightarrow\overrightarrow{MN}=\left(-2\sqrt{m};4m\sqrt{m}\right)$

Phương trình đt MN : $2mx+y-2=0$

(Học sinh có thể dùng cách lấy y chia cho y')

Ta có : $S_{\Delta IAB}=\frac{1}{2}IA.IB.\sin AIB=\frac{1}{2}\sin AIB\le\frac{1}{2}$

Dấu bằng xảy ra khi $AIB=90^0\Rightarrow d\left[I,MN\right]=\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow\frac{\left|2m-1\right|}{\sqrt{4m^2+1}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Leftrightarrow m=1\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Bước 1 : Bấm Mode 2 (CMPLX)

Bước 2 : $y-\frac{y'.y"}{18a}=2x^3-3yx+2-\frac{\left(6x^2-3y\right)\left(12x\right)}{18}$

Bước 3 : Cacl $x=i$, $y=1000$

Kết quả : $2-2000i$. Hay : y= $2-2000x$

Từ đó : $-2000=-2m$,

Vậy phương trình đt qua 2 điểm cực trị A,B là : $y=2-2mx$ hay $2mx+y-2=0$

Giải như tự luận ra kết quả .

Câu 31. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=2x^3-3\left(m+1\right)x^2+6mx$ có hai điểm cực trị A,B sao cho đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng : $y=x+2$.

A. $\left[\begin{array}{l}m=0\\m=2\end{array}\right.$.

B. $\left[\begin{array}{l}m=-2\\m=3\end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l}m=-3\\m=2\end{array}\right.$.

D. $\left[\begin{array}{l}m=0\\m=-3\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Ta có : $y=6x^2-6\left(m+1\right)x+6m$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=m\end{array}\right.$

Điều kiện để hàm số có 2 điểm cực trị là : $m\ne1$

Ta có : $A\left(1;3m-1\right)$ $B\left(m;-m^3+3m^2\right)$

Hệ số góc đt AB là : $k=-(m-1)^2$

Đt AB vuông góc với đường thẳng $y=x+2$ khi và chỉ khi $k=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=2 \end{array}\right.$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Bước 1 : Bấm Mode 2 (CMPLX)

Bước 2 : $y-\dfrac{y'.y"}{18a}=2x^3-3(y+1)x^2+6yx-\dfrac{\left(6x^2-6(y+1)x+6y\right)\left(12x-6(y+1)\right)}{36}$

Bước 3 : Cacl $x=i$, $y=1000$

Kết quả : $1001000-9980001.i$. Hay : $y=1001000-9980001.x$

Vậy phương trình đt qua 2 điểm cực trị AB là : $y=m^2-m-(m-1)^2x$

Có đt AB vuông góc với đường thẳng $y=x+2$ khi và chỉ khi $\Leftrightarrow (m-1)^2=1$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=2 \end{array}\right.$.

Câu 32. Cho hàm số $y=x^3-6x^2+3(m+2)x-m-6$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số có
2 cực trị cùng dấu .

A. $\dfrac{-17}{4}<m<2$. B. $\dfrac{-15}{4}<m<2$. C. $\dfrac{-21}{4}<m<2$. D. $\dfrac{-23}{4}<m<2$
.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$y'=3x^2-12x+3(m+2)$

$y'=0 \Leftrightarrow y'=x^2-4x+(m+2)=0$

Hàm số có 2 điểm cực trị x_1,x_2 $\Leftrightarrow \Delta'>0 \Leftrightarrow m<2$

Chia y cho y’ ta được : $y=\dfrac{1}{3}y'(x-2)+(m-2)(2x+1)$

Điểm cực trị tương ứng : $A\left(x_1;(m-2)(2x_1+1)\right)$ và $B\left(x_2;(m-2)(2x_2+1)\right)$

Có : $y_1.y_2=(m-2)^2\left(4x_1x_2+2(x_1+x_2)+1\right)$

Với : $\begin{cases}x_1+x_2=4\\x_1x_2=m+2\end{cases}$ nên : $y_1.y_2=(m-2)^2(4m+17)$

Hai cực trị cùng dấu $\Leftrightarrow y_1.y_2>0 \Leftrightarrow (m-2)^2(4m+17)>0 \Leftrightarrow \begin{cases}m>\dfrac{-17}{4}\\m\neq 2\end{cases}$

Kết hợp đk : $-\dfrac{17}{4}<m<2$.

Câu 33. Cho hàm số $y=2x^3-9x^2+12x+m$. Giả sử đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là A, B đồng thời A, B cùng với gốc tọa độ O không thẳng hàng. Khi đó chu vi ΔOAB nhỏ nhất bằng bao nhiêu ?

A. $\sqrt{10}+\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{10}-\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{20}-\sqrt{10}$.

D. $\sqrt{3}+\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Ta có : $y'=6x^2-18x+12$

$y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\Rightarrow y(1)=5+m\\x=2\Rightarrow y(2)=4+m\end{array}\right.$

$A(1;5+m)$ và $B(2;4+m)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

$\overrightarrow{OA}=(1;5+m)$, $\overrightarrow{OB}=(2;4+m)$, $\overrightarrow{AB}=(1;-1)$

OAB là 1 tam giác $\Leftrightarrow -4-m\neq 2\Leftrightarrow m\neq -6$

Chu vi của ΔOAB là: $2p=\sqrt{1+(m+5)^2}+\sqrt{4+(m+4)^2}+\sqrt{2}$

Sử dụng tính chất $|\vec{u}|+|\vec{v}|\geq|\vec{u}+\vec{v}|$ với $\vec{u}=(1;-5-m)$ và $\vec{v}=(2;4+m)$

Từ đó ta có : $\sqrt{1+(m+5)^2}+\sqrt{4+(m+4)^2}+\sqrt{2}\geq\sqrt{3^2+(-1)^2}+\sqrt{2}=\sqrt{10}+\sqrt{2}$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\vec{u},\vec{v}$ cùng hướng $\Leftrightarrow \dfrac{-5-m}{4+m}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow m=-\dfrac{14}{3}$.

Vậy chu vi ΔOAB nhỏ nhất bằng $\left(\sqrt{10}+\sqrt{2}\right)$ khi $m=-\frac{14}{3}$.

Câu 34. Cho hàm số $y=x^4-2mx^2+m-1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thưc m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành 1 tam giác nhận gốc tọa độ O làm trực tâm .

A. $m=1$. B. $m=2$. C. $m=3$. D. $m=4$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$y'=4x^3-4mx$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$. Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow m>0$

Khi đó đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị là:

$A(0;m-1)$

$B\left(\sqrt{m};m^2+m-1\right)$

$C\left(-\sqrt{m};m^2+m-1\right)$

Vì B,C đối xứng nhau qua trục tung nên $BC\perp OA$

Do đó O là trực tâm tam giác ABC $\Leftrightarrow OB\perp AC$ hay $\overrightarrow{OB}\overrightarrow{AC}=0$

Với $\overrightarrow{OB}=\left(\sqrt{m},m^2+m-1\right),\overrightarrow{AC}=\left(-\sqrt{m},m^2\right)$

Từ đó : $-m+m^2\left(m^2+m-1\right)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=1\end{array}\right.$

Vậy $m=1$ là gtct .

Câu 35. Tính theo m khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu (nếu có) của đồ thị hàm số: $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2-x+m+1$.

A. $\frac{2}{3}\sqrt{\left(m^2+1\right)\left(4m^4+8m^2+13\right)}$.

B. $\frac{4}{9}\sqrt{\left(2m^2+1\right)\left(4m^4+8m^2+13\right)}$.

C. $\frac{2}{3}\sqrt{\left(m^2+1\right)\left(4m^4+5m^2+9\right)}$.

D. $\sqrt{\left(4m^2+4\right)\left(4m^4+8m^2+10\right)}$.

Hướng dẫn giải: (Phương pháp trắc nghiệm)

Cách 1:

$y' = x^2 - 2mx - 1$

$\Delta' = m^2 + 1 > 0 \forall m$, suy ra hàm số có 2 cực trị $\forall m$ .Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của pt $y' = 0$

Bấm máy tính:

$$\frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1 - \left(x^2 - 2mx - 1\right)\left(\frac{x}{3} - \frac{m}{3}\right) \xrightarrow{x=i, m=A=1000} \frac{2003}{3} - \frac{2000002}{3}i$$

$$= \frac{2m+3}{3} - \frac{2m^2+2}{3}x$$

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$A\left(x_1; \frac{2m+3}{3} - \frac{2m^2+2}{3}x_1\right);\ B\left(x_2; \frac{2m+3}{3} - \frac{2m^2+2}{3}x_2\right)$$

$$AB^2 = (x_2 - x_1)^2 + \frac{4}{9}\left(m^2+1\right)^2 (x_2 - x_1)^2 = (x_2 - x_1)^2\left(1 + \frac{4}{9}\left(m^2+1\right)^2\right)$$

$$= \left(4m^2+4\right)\left(1 + \frac{4}{9}\left(m^2+1\right)^2\right) = \frac{\left(4m^2+4\right)\left(4m^4+8m^2+13\right)}{9} \Rightarrow AB = \frac{2}{3}\sqrt{\left(m^2+1\right)\left(4m^4+8m^2+13\right)}$$

__Cách 2__: ***Sử dụng công thức*** $AB = \sqrt{\dfrac{4e+16e^3}{a}}$ với $e = \dfrac{b^2 - 3ac}{9a}$

$$e = \frac{m^2+1}{3} \Rightarrow AB = \sqrt{\frac{4e+16e^3}{a}} = \frac{2}{3}\sqrt{\left(m^2+1\right)\left(4m^4+8m^2+13\right)}.$$

Câu 36. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6m(1-2m)x$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm trên đường thẳng có phương trình: $y = -4x\ (d)$.

A. $m = 1$.

B. $\left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 1 \end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 1 \\ m = \frac{1}{2} \end{array}\right.$.

D. $m = \dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải: (Phương pháp trắc nghiệm)

$y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6m(1-2m)$

Hàm số có 2 cực trị $m \neq \frac{1}{3}$

Bấm máy tính:

$$2x^3+3(m-1)x^2+6m(1-2m)x-\left(6x^2+6(m-1)x+6m(1-2m)\right)\left(\frac{x}{3}+\frac{m-1}{6}\right)\xrightarrow{x=i,m=A=1000}$$

$$1997001000-8994001i=\left(2.10^9-3.10^6+10^3\right)-\left(9.10^6-6.10^3+1\right)i=$$

$$=-\left(9m^2-6m+1\right)x+2m^3-3m^2+m$$

Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là: $y=-\left(9m^2-6m+1\right)x+2m^3-3m^2+m\ (\Delta)$

$$\Delta \equiv d \Leftrightarrow \begin{cases}-\left(9m^2-6m+1\right)=-4\\ 2m^3-3m^2+m=0\end{cases} \Leftrightarrow m=1.$$

Câu 37. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y=x^3+mx^2+7x+3$ có đường thẳng đi qua điểm cực đại và điểm cực tiểu vuông góc với đường thẳng có phương trình : $y=3x\ (d)$.

A. $m=\pm\sqrt{\frac{45}{2}}$. B. $\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=1\end{array}\right.$. C. $m=2$. D. $m=\pm\sqrt{\frac{47}{2}}$.

Hướng dẫn giải: (Phương pháp trắc nghiệm)

$y'=3x^2+2mx+7$

Hàm số có 2 cực trị $|m|>\sqrt{21}$

Bấm máy tính:

$$x^3+mx^2+7x+3-\left(3x^2+2mx+7\right)\left(\frac{x}{3}+\frac{m}{9}\right)\xrightarrow{x=i,m=A=1000}-\frac{6973}{9}-\frac{1999958}{9}i=$$

$$=-\frac{7000-27}{9}-\left(\frac{2.10^6-42}{9}\right)i=-\left(\frac{2m^2-42}{9}\right)x+\frac{7m-27}{9}$$

Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là: $y=-\left(\frac{2m^2-42}{9}\right)x+\frac{7m-27}{9}\ (\Delta)$

$$\Delta \perp d \Leftrightarrow -\left(\frac{2m^2-42}{9}\right)3=-1 \Leftrightarrow m^2=\frac{45}{2} \Leftrightarrow m=\pm\sqrt{\frac{45}{2}}$$ (thỏa mãn).