26. Một hộp chứa 11 viên bi được đánh số từ 1 đến 11. Chọn 6 viên bi một cách ngẫu nhiên rồi cộng các số trên 6 bi được rút ra với nhau. Tính xác suất để kết quả thu được là số lẻ.

LỜI GIẢI

Gọi H là biến cố "kết quả thu được là số lẻ". H xảy ra khi một trong các biến cố sau xảy ra :

Biến cố A: "1 viên bi mang thứ tự số lẻ và 5 bi mang thứ tự số chẵn ".

Biến cố B: "3 viên bi mang thứ tự số lẻ và 3 bi mang thứ tự số chẵn ".

Biến cố C: "5 viên bi mang thứ tự số lẻ và 1 bi mang thứ tự số chẵn ".

Trong 11 viên bi có 6 viên bi mang thứ tự số lẻ {1,3,5,7,9,11}, và 5 viên bi có số thứ tự chẵn {2,4,6,8,10}.

Từ đó suy ra $P(A)=\dfrac{C_6^1.C_5^5}{C_{11}^6}=\dfrac{6}{462}, P(B)=\dfrac{C_6^3.C_5^3}{C_{11}^6}=\dfrac{200}{462}, P(C)=\dfrac{C_6^5.C_5^1}{C_{11}^6}=\dfrac{30}{462}$

Vì A, B, C là các biến cố xung khắc nên :

$$P(H)=P(A)+P(B)+P(C)=\frac{6}{462}+\frac{200}{462}+\frac{30}{462}=\frac{118}{231}$$

Từ 1 hộp chứa 4 bi xanh, 3 bi đỏ, 2 bi vàng, lấy ngẫu nhiên 2 bi. Tính xác suất các biến cố.

a) A: " hai bi cùng màu xanh". b) B: " hai bi cùng màu đỏ".

c) C: " hai bi cùng màu". d) D: " hai bi khác màu".

LỜI GIẢI

Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi trong 9 viên bi có C_9^2 cách chọn. Vậy $n(\Omega)=C_9^2$.

Biến cố A: " Hai viên bi được chọn cùng màu xanh". Số trường hợp thuận lợi cho A là: $n(A)=C_4^2$. Vậy

$P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_4^2}{C_9^2}=\dfrac{1}{6}$.

Biến cố B: " Hai viên bi được chọn cùng màu đỏ". Số trường hợp thuận lợi cho B là: $n(B)=C_3^2$. Vậy

$P(B)=\dfrac{n(B)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_3^2}{C_9^2}=\dfrac{1}{2}$.

Biến cố C: " Hai viên bi được chọn cùng màu". Số trường hợp thuận lợi cho C:

Trường hợp 1: Hai viên bi đều màu xanh, có C_4^2 cách.

Trường hợp 2: Hai bi đều màu đỏ, có C_3^2 cách.

Trường hợp 3: Hai bi đều màu vàng, có C_2^2 cách.

Ta có ba trường hợp này xung khắc với nhau từng đôi một nên:

$n(C)=C_4^2+C_3^2+C_2^2=10$ cách. $\Rightarrow P(C)=\dfrac{n(C)}{n(\Omega)}=\dfrac{10}{C_9^2}=\dfrac{5}{18}$.

Biến cố D: " Hai viên bi được chọn khác màu". Số trường hợp thuận lợi cho D:

Trường hợp 1: Chọn được 1 bi xanh và một bi đỏ, có $C_4^1.C_3^1$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 1 bi xanh và 2 bi vàng, có $C_3^1.C_2^1$ cách.

Trường hợp 3: Chọn được 1 bi đỏ và 1 bi vàng, có $C_4^1.C_2^1$ cách.

Ta có 3 trường hợp này xung khắc với nhau từng đôi một nên:

$n(D)=C_4^1.C_3^1+C_3^1.C_2^1+C_4^1.C_2^1$. Vậy $P(D)=\dfrac{n(D)}{n(\Omega)}=\dfrac{26}{C_9^2}=\dfrac{13}{18}$.

Một hộp có 6 bi đỏ; 5 bi xanh; 4 bi vàng
1). Có bao nhiêu cách chọn 4 bi sao cho:
A: Luôn luôn có bi vàng. B: ít nhất 3 bi xanh.
C: Nhiều nhất 1 bi đỏ. D: Không đủ 3 màu.
2) Chọn ngẫu nhiên 5 bi; tính xác suất biến cố:
A: Số bi xanh bằng số bi đỏ và đủ 3 màu.
B: Có đúng 2 bi xanh và ít nhất 2 bi vàng.
C: Có ít nhất một bi đỏ.

LỜI GIẢI

1)

a) Chọn 4 bi trong 15 viên bi, có C_{15}^4 cách chọn.

Chọn 4 bi trong 11 viên bi (6 bi đỏ và 5 bi xanh), có C_{11}^4 cách chọn.

Vậy có $C_{15}^4-C_{11}^4=1035$ cách chọn 4 viên bi luôn có màu vàng.

b) Có các trường hợp sau xảy ra thỏa yêu cầu:

Trường hợp 1: Chọn 3 viên bi xanh, 1 viên bi còn lại trong 10 viên bi (gồm 6 đỏ và 4 vàng), có $C_5^3.C_{10}^1$ cách.

Trường hợp 2: Chọn cả 4 viên bi đều màu xanh, có C_5^4 cách.

Vậy có: $C_5^3.C_{10}^1+C_5^4=105$ cách chọn thỏa yêu cầu đề.

c) Các trường hợp sau xảy ra:

Trường hợp 1: Không có bi đỏ, nghĩa là chọn 4 bi trong 9 bi (gồm 5 xanh và 4 vàng), có C_9^4 cách.

Trường hợp 2: 1 viên bi đỏ, 3 viên bi còn lại chọn trong 9 viên bi (gồm 5 xanh và 4 vàng), có $C_6^1.C_9^3$ cách.

Vậy có: $C_9^4+C_6^1.C_9^3=630$ cách thỏa yêu cầu đề.

d) Chọn 4 viên bi bất kỳ trong 15 viên bi, có C_{15}^4 cách.

Các trường hợp chọn 4 viên bi có đủ cả ba màu:

Trường hợp 1: 2 đỏ, 1 xanh, 1 vàng, có $C_6^2.C_5^1.C_4^1$ cách.

Trường hợp 2: 1 đỏ, 2 xanh, 1 vàng , có $C_6^1.C_5^2.C_4^1$ cách.

Trường hợp 3: 1 đỏ, 1 xanh, 2 vàng, có $C_6^1.C_5^1.C_4^2$ cách.

Vậy có: $C_{15}^4-\left(C_6^2.C_5^1.C_4^1+C_6^1.C_5^2.C_4^1+C_6^1.C_5^1.C_4^2\right)=645$

2)

Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong 15 viên bi, số cách chọn C_{15}^5 . Vậy không gian mẫu : $n(\Omega)=C_{15}^5$

a: Gọi biến cố A: " số bi xanh bằng số bi đỏ và có đủ 3 màu". Các trường hợp sau xảy ra thuận lợi cho A.

Trường hợp 1: Chọn được 1 xanh, 1 đỏ và 3 vàng, có $C_5^1.C_6^1.C_4^3$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 2 xanh, 2 đỏ và 1 vàng, có $C_5^2.C_6^2.C_4^1$ cách.

Vậy $n(A)=C_5^1.C_6^1.C_4^3+C_5^2.C_6^2.C_4^1=720$ cách.

$$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{720}{C_{15}^5}=\frac{240}{1001}.$$

b) Gọi biến cố B: " Có đúng 2 bi xanh và ít nhất 2 bi vàng". Các trường hợp sau xảy ra thuận lợi cho A.

Trường hợp 1: Chọn được 2 bi xanh, 2 bi vàng và 1 bi đỏ, có $C_5^2.C_4^2.C_6^1$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 2 bi xanh và 3 bi vàng, có $C_5^2.C_4^3$ cách.

Ta có trường hợp 1 và trường hợp 2 xung khắc, nên

$\Rightarrow n(B) = C_5^2.C_4^2.C_6^1 + C_5^2.C_4^3 = 400$

Vậy $P(B) = \dfrac{n(B)}{n(\Omega)} = \dfrac{400}{C_{15}^5} = \dfrac{400}{3003}$.

c) Gọi biến cố C: " Chọn ít nhất được 1 bi màu đỏ".

$\Rightarrow$ Biến cố $\overline{C}$: " Chọn được 5 viên bi đều không có bi đỏ". Số trường hợp thuận lợi cho $\overline{C}$, C_9^5 cách. Vậy

$P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 1 - \dfrac{C_9^5}{C_{15}^5} = \dfrac{137}{143}$.

Có 2 hộp: hộp 1 chứa 5 bi đỏ, 4 bi trắng; hộp 2 chứa 3 bi đỏ, 6 bi trắng.
1)Mỗi hộp chọn 1 bi; tính xác suất biến cố:
A: 2 bi màu đỏ B: 2 bi cùng màu C: 2 bi khác màu
2) Mỗi hộp chọn 2 bi, tính xác suất biến cố:
A: 3 bi trắng, 1 trắng C: 2 bi trắng, 2 bi trắng C: ít nhất 1 bi đỏ
3) Chọn 1 hộp rồi lấy 1 bi, tính xác suất biến cố
a: Lấy được 1 bi đỏ b: Lấy được 1 bi trắng
4) Chọn 1 hộp rồi lấy 2 bi; tính xác suất biến cố
a: Chọn 2 bi khác màu b: Chọn 2 bi màu trắng

LỜI GIẢI

1)

a: Gọi X là biến cố: " Lấy mỗi hộp 1 viên bi đều màu đỏ".

Gọi X_1 là biến cố : " Lấy được 1 bi màu đỏ ở hộp thứ nhất". Vậy $P(X_1) = \dfrac{C_5^1}{C_9^1}$

Gọi X_2 là biến cố: " Lấy được 1 bi màu đỏ ở hộp thứ 2". Vậy $P(X_2) = \dfrac{C_3^1}{C_9^1}$

Ta có biến cố X_1 và X_2 độc lập, nên: $P(X) = P(X_1)P(X_2) = \dfrac{C_5^1}{C_9^1}.\dfrac{C_3^1}{C_9^1} = \dfrac{5}{27}$.

b) Gọi Y là biến cố: " Lấy mỗi hộp được 1 viên bi màu trắng".

Gọi Y_1 là biến cố: " Lấy được 1 viên bi màu trắng ở hộp thứ nhất". Vậy $P(Y_1) = \dfrac{C_4^1}{C_9^1}$.

Gọi Y_2 là biến cố: " Lấy được 1 bi màu trắng ở hộp thứ 2". Vậy $P(Y_2) = \dfrac{C_6^1}{C_9^1}$.

Ta có biến cố Y_1 và Y_2 độc lập với nhau nên $P(Y) = P(Y_1).P(Y_2) = \dfrac{C_4^1}{C_9^1}.\dfrac{C_6^1}{C_9^1} = \dfrac{8}{27}$.

Gọi biến cố A: " Lấy được 2 viên bi cùng màu".

$\Rightarrow P(A) = P(X) + P(Y) = \dfrac{5}{27} + \dfrac{8}{27} = \dfrac{13}{27}$.

c) Gọi biến cố Z: " Mỗi hộp chọn 1 viên bi và hai bi lấy ra khác màu".

Có 2 trường hợp sau xảy ra thuận lợi cho biến cố Z.

Z_1 : " Hộp thứ nhất lấy được 1 viên bi đỏ và hộp thứ 2 lấy được 1 viên bi màu trắng".

$P\left(Z_1\right)=\frac{C_5^1}{C_9^1}.\frac{C_6^1}{C_9^1}=\frac{10}{27}.$

Biến cố Z_2 : " Hộp thứ nhất lấy được 1 viên bi trắng và hộp thứ hai lấy được 1 viên bi màu đỏ".

$\Rightarrow P\left(Z_2\right)=\frac{C_4^1}{C_9^1}.\frac{C_3^1}{C_9^1}=\frac{4}{27}.$

Vậy $P(Z)=P\left(Z_1\right)+P\left(Z_2\right)=\frac{10}{27}+\frac{4}{27}=\frac{14}{27}.$

2)

a: Gọi biến cố A: " Chọn được 3 bi trắng".

Gọi biến cố A_1 : " Chọn 2 bi trắng hộp 1 và 1 bi trắng ở hộp thứ hai".

Ta có: $P\left(A_1\right)=\frac{C_4^2}{C_9^2}.\frac{C_6^1.C_3^1}{C_9^2}=\frac{1}{12}.$

Gọi biến cố A_2 : " Chọn được 1 bi trắng ở hộp 1 và 2 bi trắng ở hộp thứ hai".

Vậy $P\left(A_2\right)=\frac{C_4^1.C_5^1}{C_9^2}.\frac{C_6^2}{C_9^2}=\frac{25}{108}.$

Vì A_1 và A_2 là 2 biến cố xung khắc nên: $P(A)=P\left(A_1\right)+P\left(A_2\right)=\frac{1}{12}+\frac{25}{108}=\frac{17}{54}.$

b) Gọi biến cố B: " Chọn được 2 bi trắng".

Gọi biến cố B_1 : " ở hộp 1 chọn được 2 bi trắng, hộp thứ hai chọn được 2 bi đỏ".

$\Rightarrow P\left(B_1\right)=\frac{C_4^2}{C_9^2}.\frac{C_3^2}{C_9^2}=\frac{1}{72}.$

Gọi biến cố B_2 : " ở hộp thứ nhất chọn được 2 bi màu đỏ, hộp thứ hai chọn được 2 bi màu trắng".

$\Rightarrow P\left(B_2\right)=\frac{C_5^2}{C_9^2}.\frac{C_6^2}{C_9^2}=\frac{25}{216}.$

Gọi biến cố B_3 : " ở hộp thứ nhất chọn được 1 bi trắng và hộp thứ 2 chọn được 1 bi trắng".

$\Rightarrow P(B)=P\left(B_1\right)+P\left(B_2\right)+P\left(B_3\right)=\frac{11}{27}.$

c) Gọi biến cố C: " Có ít nhất 1 viên bi màu đỏ".

Gọi biến cố D: " Cả bốn viên bi được chọn đều màu trắng". $P(D)=\frac{C_4^2}{C_9^2}.\frac{C_6^2}{C_9^2}=\frac{5}{72}.$

Dễ dàng thấy D là biến cố đối của C. Nên $P(C)=1-P(D)=1-\frac{5}{72}=\frac{67}{72}.$

3) Xác suất chọn hộp : $P=\frac{1}{2}.$

Xác suất chọn được 1 bi đỏ ở hộp 1: $P_1=\frac{C_5^1}{C_9^1}=\frac{5}{9}.$

Xác suất chọn được 1 bi đỏ ở hộp thứ 2: $P_2=\frac{C_3^1}{C_9^1}=\frac{3}{9}.$

Xác suất chọn được 1 bi trắng ở hộp thứ 1: $P_3=\frac{C_4^1}{C_9^1}=\frac{4}{9}.$

Xác suất chọn được 1 bi trắng ở hộp 2: $P_4 = \frac{C_6^1}{C_9^1} = \frac{6}{9}$.

Gọi X là biến cố " Chọn 1 hộp sau đó lấy ra 1 bi, và được bi đỏ". $P(X) = \frac{1}{2}.\frac{5}{9} + \frac{1}{2}.\frac{3}{9} = \frac{4}{9}$.

Gọi Y là biến cố: " Chọn một hộp sau đó lấy ra, 1 bi từ hộp đã chọn và bi được lấy ra có màu trắng".

$P(Y) = \frac{1}{2}.\frac{4}{9} + \frac{1}{2}.\frac{6}{9} = \frac{5}{9}$.

4)

a: Xác suất chọn 2 bi ở hộp thứ nhất và 2 bi được chọn phải khác màu:

$P_1 = \frac{C_5^1.C_4^1}{C_9^2} = \frac{5}{9}$.

Xác suất chọn 2 bi ở hộp thứ 2 và 2 bi được chọn phải khác màu:

$P_2 = \frac{C_3^1.C_6^1}{C_9^2} = \frac{1}{2}$.

Gọi A là biến cố: " Chọn một hộp và từ hộp đó lấy ra được hai viên bi khác màu"

$P(A) = \frac{1}{2}.\frac{5}{9} + \frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{19}{36}$.

b) Xác suất chọn 2 viên bi ở hộp thứ nhất và hai viên bi được chọn đều màu trắng:

$P_1 = \frac{C_4^2}{C_9^2} = \frac{1}{6}$.

Xác suất chọn 2 viên bi ở hộp thứ hai và hai viên bi được chọn đều màu trắng:

$P_2 = \frac{C_6^2}{C_9^2} = \frac{5}{12}$.

Gọi B là biến cố : " Chọn một hộp và từ hộp đó lấy ra được hai viên bi màu trắng".

$P(B) = \frac{1}{2}.\frac{1}{6} + \frac{1}{2}.\frac{5}{12} = \frac{7}{24}$.