

**VẤN ĐỀ 2: TÍNH CHẤT CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC**  
**DẠNG 1: XÉT TÍNH CHẴN, LẼ CỦA HÀM SỐ**

Ví dụ: Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số lượng giác sau :

- a).  $y = f(x) = \tan x + \cot x$                       b).  $y = f(x) = \sin\left(2x + \frac{9\pi}{2}\right)$   
c).  $y = -2\cos^3\left(3x + \frac{\pi}{2}\right)$                       d).  $y = \tan^7 2x \cdot \sin 5x$   
e).  $y = \sin^3(3x + 5\pi) + \cot(2x - 7\pi)$                       f).  $y = \cot(4x + 5\pi) \tan(2x - 3\pi)$   
g).  $y = \sin\sqrt{x^2 - 16}$                       h).  $y = \sin^2 2x + \cos 3x$

**LỜI GIẢI**

a). Để hàm số có nghĩa  $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq l\pi \end{cases}$  (với  $k, l \in \mathbb{Z}$ ). Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, l\pi \mid k, l \in \mathbb{Z} \right\}$

, là một tập đối xứng. Do đó  $\forall x \in D$  thì  $-x \in D$

Ta có  $f(-x) = \tan(-x) + \cot(-x) = -\tan x - \cot x = -(\tan x + \cot x) = -f(x)$ . Vậy hàm số  $f(x)$  là hàm số lẻ. Đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

b). Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ , là một tập đối xứng. Do đó  $\forall x \in D$  thì  $-x \in D$ .

Ta có  $f(x) = \sin\left(2x + \frac{9\pi}{2}\right) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{2} + 4\pi\right) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos 2x$ .

Có  $f(-x) = \cos(-2x) = \cos 2x = f(x)$ . Vậy hàm số  $f(x)$  là hàm số chẵn. Đồ thị hàm số nhận trục tung Oy làm trục đối xứng.

d).  $y = f(x) = \tan^7 2x \cdot \sin 5x$ . Hàm số có nghĩa khi  $\cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ . Tập xác

định  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ , là một tập đối xứng. Do đó  $\forall x \in D$  thì  $-x \in D$ . Ta có

$f(-x) = \tan^7(-2x) \cdot \sin(-5x) = \tan^7 2x \cdot \sin 5x = f(x)$ . Vậy hàm số  $f(x)$  là hàm số chẵn. Đồ thị hàm số nhận trục tung Oy làm trục đối xứng.

e).  $y = f(x) = \sin^3(3x + 5\pi) + \cot(2x - 7\pi) = -\sin^3 3x + \cot 2x$ . Hàm số có nghĩa khi

$\sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ . Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ , là một tập đối xứng. Do đó

$\forall x \in D$  thì  $-x \in D$ . Ta có  $f(-x) = -\sin^3(-3x) + \cot(-2x) = \sin^3 3x - \cot 2x = -(-\sin^3 3x + \cot 2x) = -f(x)$ .

Vậy hàm số  $f(x)$  là hàm số lẻ. Đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

f).  $y = f(x) = \cot(4x + 5\pi) \tan(2x - 3\pi) = \cot 4x \cdot \tan 2x$ . Hàm số có nghĩa khi

$\begin{cases} \sin 4x \neq 0 \\ \cos 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x \neq k\pi \\ 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{k\pi}{4} \\ x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{4}$ . Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ , là một tập đối

xứng. Do đó  $\forall x \in D$  thì  $-x \in D$ .

Ta có  $f(-x) = \cot(-4x) \cdot \tan(-2x) = \cot 4x \cdot \tan 2x = f(x)$ . Vậy hàm số  $f(x)$  là hàm số chẵn. Đồ thị hàm số nhận trục tung Oy làm trục đối xứng.

Ta xét đẳng thức  $f(x+T) = f(x) \Leftrightarrow \frac{1}{\sin(x+T)} = \frac{1}{\sin x} \Leftrightarrow \sin(x+T) = \sin x$

chọn  $x = \frac{\pi}{2}$  thì  $\sin x = 1$  và do đó  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + T\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} + T = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow T = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ . Số dương nhỏ nhất trong các số  $T$  là  $2\pi$ .

Rõ ràng  $\forall x \in D, (x \pm k2\pi) \in D$  và  $f(x+k2\pi) = \frac{1}{\sin(x+k2\pi)} = \frac{1}{\sin x} = f(x)$ . Do đó  $f$  là hàm số tuần hoàn với chu kì  $T = 2\pi$ .

hoc360.net