

a) $x^2 - 6x + 8 = 0$

$\Delta = (-6)^2 - 4.1.8 = 4 > 0$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Áp dụng định lý Vi-ét ta có.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 \cdot x_2 = 8 \end{cases} \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 6^2 - 2.8 = 20$$

b) $x^2 + 3x - 10 = 0$

$\Delta = 3^2 + 4.10 = 49 > 0$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Áp dụng định lý Vi-ét ta có.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -3 \\ x_1 \cdot x_2 = -10 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{-3}{-10} = \frac{3}{10}$$

Câu 19: Dùng hệ thức Vi-ét để tính nghiệm x_2 của phương trình rồi tìm giá trị của m trong mỗi trường hợp sau:

a) Phương trình $x^2 + mx - 35 = 0$, biết nghiệm $x_1 = 7$

b) Phương trình $x^2 - 13x + m = 0$, biết nghiệm $x_1 = 12,5$

Đáp án:

a) Phương trình $x^2 + mx - 35 = 0$, biết nghiệm $x_1 = 7$

Theo hệ thức Vi-ét ta có: $x_1 \cdot x_2 = 7 \cdot x_2 = -35 \Rightarrow x_2 = -5$

Lại theo Vi-ét: $x_1 + x_2 = -m \Rightarrow -m = 7 + (-5) = 2$

Vậy $m = -2$

b) Phương trình $x^2 - 13x + m = 0$, biết nghiệm $x_1 = 12,5$

Tương tự: $x_2 = 0,5$ và $m = 6,25$

Câu 20: Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ (1)

a) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt:

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ mà $x_1^2 + x_2^2 = 20$

Đáp án:

a) Ta có $\Delta' = m^2 - (m^2 - 1) = 1 > 0$. Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

- b) Từ câu a ta có phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m. Theo hệ thức Vi-ét ta có $x_1 + x_2 = 2m$, $x_1 \cdot x_2 = m^2 - 1$

$$\text{Nên ta có } x_1^2 + x_2^2 = 20$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 20$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 2(m^2 - 1) = 20 \text{ (định lý Vi-ét)}$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 = 18 \Leftrightarrow m^2 = 9 \Leftrightarrow m = \pm 3$$

Câu 21: Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ (1)

- a) Giải phương trình khi $m = 2$

- b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 mà $x_2 = 3x_1$

Đáp án:

- a) Với $m = 2$ thì (1) $\Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$

Ta có $\Delta = 16 - 4 \cdot 3 = 4 > 0$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = 1 \text{ và } x_2 = 3$$

- b) Ta có $\Delta' = m^2 - (m^2 - 1) = 1 > 0$. Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

$$\text{V? } x_1 + x_2 = 2m \text{ mà } x_2 = 3x_1 \text{ nên } 4x_1 = 2m \Rightarrow x_1 = \frac{m}{2} \text{ và } x_2 = \frac{3m}{2}$$

$$\text{Do đó } x_2 \cdot x_1 = m^2 - 1 \Leftrightarrow \frac{m}{2} \cdot \frac{3m}{2} = m^2 - 1 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$$

Câu 22: Cho phương trình $x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2 = 0$. Phương trình có 4 nghiệm phân biệt khi:

- A. $m > -1$ B. $m < -1$
C. $m > -1$ và $m \neq 0$ D. Cả A, B, C đều sai

Đáp án: C

Câu 23: Giải phương trình $5x^4 + 2x^2 - 16 = 10 - x^2$

Đáp án:

$$5x^4 + 2x^2 - 16 = 10 - x^2 \Rightarrow 5x^4 + 3x^2 - 26 = 0 \text{ (1)}$$

$$\text{Đặt } x^2 = t \text{ (} t \geq 0 \text{)} \quad (1) \quad 5t^2 + 3t - 26 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-26) = 529 > 0$$

PT có 2 nghiệm phân biệt $t_1 = 2 \Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{2}$

$$t_2 = \frac{-13}{5} \text{ (loại)}$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm $x_{1,2} = \mp\sqrt{2}$

Câu 24: Giải phương trình $(x - 1)^3 + 0,5x^2 = x(x^2 + 1,5)$

Đáp án: $(x - 1)^3 + 0,5x^2 = x(x^2 + 1,5)$

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 0,5x^2 = x^3 + 1,5x$$

$$-2,5x^2 + 1,5x - 1 = 0$$

$$5x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4.5.2 = 9 - 40 = -31 < 0$$

PT vô nghiệm.

Câu 25: Tìm hai số hơn kém nhau 5 đơn vị và có tích bằng 150

Đáp án: Gọi ẩn và lập được phương trình: $x(x+5)=150 \Leftrightarrow x^2+5x-150=0$

Số thứ nhất là 10 và số thứ hai là 15 hoặc -10 và -15

Câu 26: Bác Hiệp và cô Liên đi xe đạp từ làng lên tỉnh trên quãng đường dài 30km, khởi hành cùng một lúc. Vận tốc xe của bác Hiệp lớn hơn vận tốc xe của cô Liên là 3km/h nên bác Hiệp đi đến tỉnh trước cô Liên nửa giờ. Tính vận tốc xe của mỗi người.

Đáp án: Gọi ẩn và lập được phương trình là: $\frac{30}{y-3} - \frac{30}{y} = \frac{1}{2}$

Giải phương trình ta được $y=15$

Vậy: Vận tốc của bác Hiệp là 15km/h

Vận tốc của cô Liên là 12km/h

Câu 27: Hai đội thợ quét sơn một ngôi nhà. Nếu họ cùng làm thì sau 4 ngày xong việc. Nếu họ làm riêng thì đội I hoàn thành công việc nhanh hơn đội II là 6 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội phải làm trong bao nhiêu ngày để xong công việc?

Đáp án: Gọi ẩn và lập được phương trình là: $\frac{1}{n} + \frac{1}{n+6} = \frac{1}{4}$

Giải phương trình ta được $n=6$

Vậy: Đội I làm một mình xong công việc mất 6 ngày

Đội II làm một mình xong công việc mất 12 ngày

Câu 28: Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích là $240m^2$. Nếu tăng chiều rộng 3m và giảm chiều dài 4m thì diện tích mảnh đất không đổi. Tìm chiều dài và chiều rộng của mảnh đất.

Đáp án: Phương trình lập được là $(n+3)\left(\frac{240}{n}-4\right) = 240$

Giải phương trình ta được $n=12$

Vậy: Chiều rộng mảnh đất là 12m

Chiều dài mảnh đất là $240:12=20m$

Câu 29: Miếng kim loại thứ nhất nặng 880g, miếng kim loại thứ hai nặng 858g. Thể tích của miếng thứ nhất nhỏ hơn thể tích của miếng thứ hai là 10cm^3 , nhưng khối lượng riêng của miếng thứ nhất lớn hơn khối lượng riêng của miếng thứ hai là 1g/cm^3 . Tính khối lượng riêng của mỗi miếng kim loại.

Đáp án:

Gọi khối lượng riêng của miếng kim loại thứ nhất là n ($n > 1$)

$$\text{Ta có phương trình: } \frac{858}{n-1} - \frac{880}{n} = 10$$

Giải phương trình ta được $n = 8,8$

Vậy: Khối lượng riêng của miếng thứ nhất là $8,8\text{g/cm}^3$

Khối lượng riêng của miếng thứ hai là $7,8\text{g/cm}^3$

IV/ Vận dụng cao.

Câu 1: Cho hàm số $y = (m^2 + 4m + 5)x^2$

a/ Chứng tỏ rằng hàm số trên nghịch biến với mọi $x < 0$, đồng biến với mọi $x > 0$.

b/ Biết rằng khi $x = \pm 1$, thì $y = 4$. Tìm m ?

Đáp án

a/ Hàm số để cho có dạng $y = ax^2$, trong đó:

$$a = m^2 + 4m + 5 = (m + 2)^2 + 1 > 0 \text{ với mọi } m$$

Do đó hàm số trên nghịch biến với mọi $x < 0$, đồng biến với mọi $x > 0$

b/ Khi $x = \pm 1$, thì $y = 4$, ta có

$$(m + 2)^2 + 1 = 4$$

$$\Rightarrow (m + 2)^2 = 3$$

$$\Rightarrow m = \sqrt{3} - 2 \text{ hoặc } m = -\sqrt{3} - 2$$

$$\text{Vậy } m \in \{\sqrt{3} - 2; -\sqrt{3} - 2\}$$

Câu 2: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 4x + 4$

Đáp án

$$\text{Ta có } y = (x - 2)^2$$

Đặt $y = Y$; $x - 2 = X \Rightarrow Y = X^2$ vì $a = 1 > 0$ nên giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$Y = X^2 \text{ là } Y = Y(0) = 0 \text{ suy ra } x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

Vậy GTNN của $y = 0$ khi $x = 2$

Câu 3: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = -9x^2 + 6x - 1$

Đáp án

$$\text{Ta có } y = -(3x - 1)^2$$

Đặt $y = Y$; $3x - 1 = X \Rightarrow Y = -X^2$ vì $a = -1 < 0$ nên giá trị lớn nhất của hàm số

$$Y = -X^2 \text{ là } Y = Y(0) = 0 \text{ suy ra } 3x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1/3$$

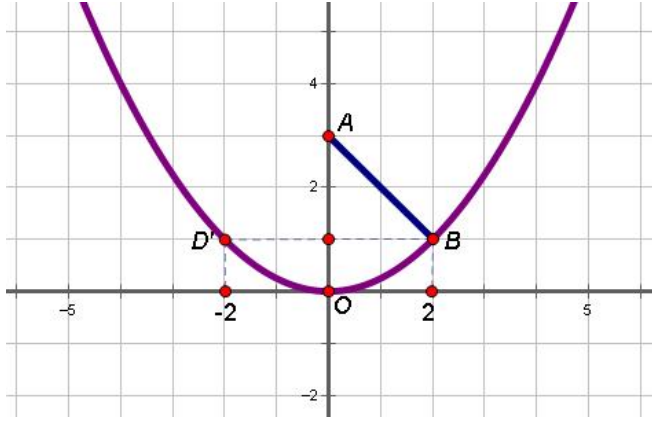
Vậy GTLN của $y = 0$ khi $x = 1/3$

Câu 4:

Cho Parabol (P) $y = \frac{1}{4}x^2$ và A(0 ;3). Gọi B là điểm thuộc (P)

Tìm độ dài nhỏ nhất của AB .

Đáp án:



Gọi $B(x_0, y_0)$, vì $B \in (P)$ nên $y_0 = \frac{1}{4}x_0^2$

$$\text{Ta có } AB^2 = (x_0 - 0)^2 + \left(\frac{1}{4}x_0^2 - 3\right)^2 = \frac{1}{16}(x_0^2 - 4)^2 + 8$$

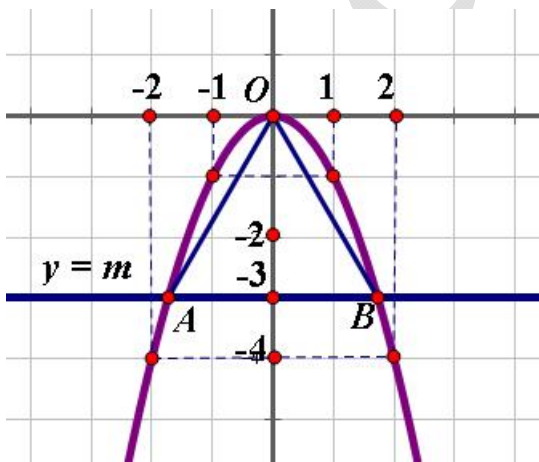
$$AB^2 \geq 8 \text{ (Dấu '=' xảy ra } \Leftrightarrow x_0^2 = 4 \Leftrightarrow x_0 = \pm 2)$$

Vậy $\min AB^2 = 8$, do đó $\min AB = 2\sqrt{2}$ (khi và chỉ khi $x_0 = \pm 2$)

Câu 5:

Cho Parabol(P) $y = -x^2$. Đường thẳng $y = m$ cắt (P) tại hai điểm A và B. Tìm giá trị của m để tam giác AOB là tam giác đều.

Đáp án:



Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) với đường thẳng $y = m$ là:

$$-x^2 = m$$