

Trong 1 giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ công việc, người thứ hai $\frac{1}{y}$ công việc, cả hai người cùng làm chung thì được $\frac{1}{16}$ công việc.

$$\text{Ta được } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16}.$$

Trong 3 giờ, người thứ nhất làm được $\frac{3}{x}$ công việc, trong 6 giờ người thứ hai làm được $\frac{6}{y}$ công việc, cả hai người làm được 25% công việc hay $\frac{1}{4}$ công việc.

$$\text{Ta được } \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4}$$

Ta có hệ phương trình: .

Giải ra ta được $x = 24$, $y = 48$.

Vậy người thứ nhất 24 giờ, người thứ hai 48 giờ.

Câu 20: Hai người thợ cùng sơn cửa cho một ngôi nhà thì 2 ngày xong việc. Nếu người thứ nhất làm trong 4 ngày rồi nghỉ người thứ hai làm tiếp trong 1 ngày nữa thì xong việc. Hỏi mỗi người làm một mình thì bao lâu xong công việc?

Đáp án:

Gọi thời gian để một mình người thứ nhất hoàn thành công việc là x ($x > 2$; ngày)

Gọi thời gian để một mình người thứ hai hoàn thành công việc là y ($x > 2$; ngày).

Trong một ngày người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ công việc

Trong một ngày người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ công việc

Cả hai người làm xong trong 2 ngày nên trong 1 ngày cả hai người làm được $\frac{1}{2}$

công việc. Từ đó ta có pt $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$ (1)

Người thứ nhất làm trong 4 ngày rồi người thứ hai làm trong 1 ngày thì xong công việc ta có pt:

$$\frac{4}{x} + \frac{1}{y} = 1 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ pt
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{4}{x} + \frac{1}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{3}{x} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy người thứ nhất làm một mình xong công việc trong 6 ngày. Người thứ hai làm một mình xong công việc trong 3 ngày.

Câu 21:

Giải bài toán cổ sau:

Quýt, cam mười bảy quả tươi

Đem chia cho một trăm người cùng vui.

Chia ba mỗi quả quýt rồi

Còn cam mỗi quả chia mười vừa xinh.

Trăm người, trăm miếng ngọt lành.

Quýt, cam mỗi loại tính rành là bao ?

Đáp án:

Gọi số cam là x , số quýt là y . Điều kiện x, y là số nguyên dương.

Theo đề bài ta có hệ:
$$\begin{cases} x + y = 17 \\ 10x + 3y = 100 \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow y = 17 - x \quad (3)$$

Thế (3) vào (2): $10x + 3(17 - x) = 100$

$$\Leftrightarrow 10x + 51 - 3x = 100 \Leftrightarrow 7x = 49 \Leftrightarrow x = 7$$

Từ đó $y = 17 - 7 = 10$

Vậy có 7 quả cam và 10 quả quýt.

Câu 22: Tìm hai số tự nhiên, biết rằng tổng của chúng bằng 1006 và nếu lấy số lớn chia cho số nhỏ thì được thương là 2 và số dư là 124.

Đáp án:

Gọi số lớn là x , số nhỏ là y .

Ta có: Tổng bằng 1006 nên được: $x + y = 1006$

Số lớn chia số nhỏ được thương là 2, số dư là 124 nên được:

Group: <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/>

$$x = 2y + 124$$

Điều kiện $y > 124$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có hệ phương trình: } & \begin{cases} x + y = 1006 \\ x = 2y + 124 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1006 \\ x - 2y = 124 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x + y = 1006 \\ 3y = 882 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1006 - 294 \\ y = 294 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 712 \\ y = 294 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy hai số tự nhiên phải tìm là 712 và 294.

Câu 23: Một ô tô đi từ A và dự định đến B lúc 12 giờ trưa. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì sẽ đến B chậm 2 giờ so với quy định. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì sẽ đến B sớm 1 giờ so với quy định. Tính độ dài quãng đường AB và thời điểm xuất phát của ô tô tại A.

Đáp án:

Gọi x (km) là độ dài quãng đường AB, y (giờ) là thời gian dự định đi để đến B đúng lúc 12 giờ trưa. Điều kiện $x > 0$, $y > 1$ (do ô tô đến B sớm hơn 1 giờ).

Thời gian đi từ A đến B với vận tốc 35km là $\frac{x}{35} = y + 2$.

Thời gian đi từ A và B với vận tốc 50km là $\frac{x}{50} = y - 1$.

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{x}{35} = y + 2 \\ \frac{x}{50} = y - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 35(y + 2) \\ y = 50(y - 1) \end{cases}$$

Giải ra ta được: $x = 350$, $y = 8$.

Vậy quãng đường AB là 350km.

Thời điểm xuất phát của ô tô tại A là: $12 - 8 = 4$ giờ.

Câu 24: Tìm một số tự nhiên có hai chữ số. Biết rằng chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 2 và nếu đổi chỗ chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị thì ta được số mới bằng $\frac{4}{7}$ số ban đầu.

Đáp án:

Gọi chữ số hàng chục là x chữ số hàng đơn vị là y

($0 < x \leq 9$, $0 \leq y \leq 9$ và $x, y \in \mathbb{N}$)

Số đã cho là: $\overline{xy} = 10x + y$

Theo đầu bài chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 2 nên ta có pt:

$$x - y = 2$$

Nếu đổi chỗ 2 chữ số cho nhau ta được số mới là: $\overline{yx} = 10y + x$

Theo đầu bài số mới bằng số $\frac{4}{7}$ ban đầu nên ta có pt:

$$10y + x = \frac{4}{7}(10x + y)$$

Từ lập luận trên ta có hệ pt:

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 10y + x = \frac{4}{7}(10x + y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 2 \\ 7 \cdot (10y + x) = 4 \cdot (10x + y) \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 2 \\ 70y + 7x = 40x + 4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 2 \\ 33x - 66y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow - \begin{cases} x - y = 2 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \begin{cases} y = 2 \\ x - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 4 \end{cases} \quad (\text{Thỏa mãn})$$

Vậy số cần tìm là: 42

Câu 25: Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do áp dụng kỹ thuật mới nên tổ I đã vượt mức 18% và tổ II đã vượt mức 21%. Vì vậy, trong thời gian qui định họ đã vượt mức 120 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch.

Đáp án: Gọi x, y là số sản phẩm của tổ I, II theo kế hoạch ($x, y \in \mathbb{N}^*$)

Theo đầu bài ta có pt:

$$x + y = 600$$

Số sản phẩm của tổ I làm vượt mức là: $18\%x = 0,18x$ (sp)

Số sản phẩm của tổ II làm vượt mức là: $21\%x = 0,21y$ (sp)

Theo đầu bài số sp của hai tổ làm vượt mức là: 120 (sp)

Nên ta có pt:

$$0,18x + 0,21y = 120$$

Từ lập luận trên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 600 \\ 0,18x + 0,21y = 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 \\ y = 400 \end{cases}$$

TL: Theo kế hoạch Tổ I được giao 200 (sp) ; Tổ II được giao 400 (sp)

Câu 26: Một xe máy đi từ A đến B trong một thời gian dự định. Nếu vận tốc tăng thêm 14km/h thì đến sớm hơn 2 giờ, nếu giảm vận tốc đi 4km/h thì đến muộn 1 giờ. Tính vận tốc dự định và thời gian dự định

Đáp án: Gọi vận tốc dự định và thời gian dự định lần lượt là x (km/giờ) y (giờ) ($x > 4, y > 2$).

Quãng đường $AB = xy$ (km)

Nếu tăng vận tốc thêm 14 km/h là: $x + 14$ (km/h) thì xe máy đến B sớm hơn 2 giờ nên thời gian thực tế đi là $y - 2$ giờ nên ta có pt:

$$(x + 14) \cdot (y - 2) = x \cdot y$$

Nếu giảm vận tốc đi 4 km/h là: $x - 4$ (km/h) thì xe máy đến B muộn 1 giờ thời gian thực tế đi là $y + 1$ giờ nên ta có pt:

$$(x - 4).(y + 1) = x.y$$

Từ lập luận trên ta có hệ pt:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} (x+14).(y-2) = x.y \\ (x-4).(y+1) = x.y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy - 2x + 14y - 28 = x.y \\ xy + x - 4y - 4 = x.y \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -2x + 14y = 28 \\ x - 4y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow + \begin{cases} -2x + 14y = 28 \\ 2x - 8y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6y = 36 \\ x - 4y = 4 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} y = 6 \\ x - 4.6 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x - 24 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = 28 \end{cases} \end{aligned}$$

TL: Vận tốc dự định là 28km/h. Thời gian dự định là 6 giờ

Câu 27: Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau 1 giờ 20 phút bể đầy. Nếu mở vòi thứ nhất chảy trong 10 phút và vòi thứ hai trong 12 phút thì được $\frac{2}{15}$ bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì bao lâu mới đầy bể.

Đáp án: Gọi thời gian vòi I và vòi II chảy một mình đầy bể lần lượt là x, y phút ($x, y > 80$)

Vì hai vòi cùng chảy thì sau 1 giờ 20 phút là đầy bể nên ta có pt:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{80}$$

Vì vòi thứ nhất chảy trong 10 phút và vòi thứ hai chảy trong 12 phút thì được $\frac{2}{5}$

bể nên ta có pt: $\frac{10}{x} + \frac{12}{y} = \frac{2}{15}$

$$\text{Ta có hệ: } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{80} \\ \frac{10}{x} + \frac{12}{y} = \frac{2}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 120 \\ y = 240 \end{cases} \text{ (TM)}$$

TL: Vậy nếu chảy một mình để đầy bể thì vòi 1 mất 120 phút, vòi 2 mất 240 phút

Câu 28: Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi là 44m. Biết hai lần chiều rộng lớn hơn chiều dài 8m. Tính kích thước của hình chữ nhật đó.

Đáp án:

Gọi chiều dài, chiều rộng lần lượt là : x, y ($0 < x, y < 22$)

Vì chu vi là 44m nên ta có pt: $x + y = 22$ (1)

Vì hai lần chiều rộng lớn hơn chiều dài 8m nên ta có pt: $2y - x = 8$ (2)

$$\text{Từ (1) và (2) ta có: } \begin{cases} x + y = 22 \\ 2y - x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 10 \end{cases}$$

Vậy chiều dài mảnh vườn là 12m, chiều rộng mảnh vườn là 10m.

4. Vận dụng cao

Câu 1: Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình : $7x + 4y = 23$

Đáp án :

Từ pt $7x + 4y = 23$ suy ra $y = \frac{23-7x}{4} = \frac{24-8x+x-1}{4} = 6 - 2x + \frac{x-1}{4}$

Để y nguyên thì $\frac{x-1}{4}$ nguyên . Đặt $t = \frac{x-1}{4}$ ($t \in \mathbb{Z}$) suy ra $x = 4t + 1$

Suy ra $y = 6 - 2.(4t+1) + t = 4 - 7t$

Vậy nghiệm nguyên của phương trình là
$$\begin{cases} x = 4t + 1 \\ y = 4 - 7t \\ t \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Để x, y nguyên dương thì $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4t + 1 > 0 \\ 4 - 7t > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-1}{4} < t < \frac{7}{4}$

Vì t nguyên nên $t = 0$. Vậy nghiệm nguyên dương của pt là $\begin{cases} x = 4.0 + 1 = 1 \\ y = 4 - 7.0 = 4 \end{cases}$

Câu 2: Tìm nghiệm nguyên dương của pt : $21x + 31y = 280$

Đáp án:

Từ pt $21x + 31y = 280 \rightarrow 31y = 280 - 21x$

Do $(280 - 21x) : 7 \rightarrow 31y : 7 \rightarrow y : 7$ (1)

Mặt khác $31y < 280 \rightarrow y < 10$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $y = 7$ thay vào pt ta được $x = 3$

Vậy nghiệm nguyên dương của pt là $(x; y) = (3; 7)$

Câu 3: Cần đặt một ống nước dài 21m bằng hai loại ống : Ống dài 2m và ống dài 3m .Hỏi mỗi loại cần mấy ống

Đáp án :

Gọi x là số ống loại 2m và y là số ống loại 3m

Điều kiện x, y là số nguyên không âm

Theo đề bài ta có phương trình : $2x + 3y = 21 \rightarrow x = \frac{21-3y}{2} = 10 - y + \frac{1-y}{2}$

$$\text{Đặt } t = \frac{1-y}{2} \ (t \in \mathbb{Z}) \rightarrow 1 - y = 2t \rightarrow y = 1 - 2t$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 9 + 3t \\ y = 1 - 2t \\ t \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \text{vì } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} 9 + 3t \geq 0 \\ 1 - 2t \geq 0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} t \geq -3 \\ t \leq \frac{1}{2} \end{cases} \leftrightarrow -3 \leq t \leq \frac{1}{2}$$

Vì t nguyên nên $t = \{-3; -2; -1; 0\}$

Vậy có 4 khả năng lựa chọn $(x; y) = \{(0; 7), (3; 5), (6; 3), (9; 1)\}$

Câu 4: Cho phương trình bậc nhất hai ẩn $ax + by = 10$. Tìm a và b để phương trình trên nhận $(x; y) = (2; 1)$ và $(x; y) = (-2; 4)$ là nghiệm.

Đáp án: a, b là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2a + b = 10 \\ -2a + 4b = 10 \end{cases} \Rightarrow a = 3; b = 4$

Câu 5: Cho phương trình $(m^2 - 2m - 10)x + (m + 3)y = 5$. Tìm m để phương trình có nghiệm là $(x; y) = (1; 3)$

Đáp án: $m = -3$ hoặc $m = 2$

Câu 6: Tìm các cặp số $(x; y)$ nguyên dương là nghiệm của phương trình $13x + 3y = 50$

Đáp án:

Với x và y nguyên dương $\Rightarrow 0 < 13x < 50 \Rightarrow 0 < x < 4 \Rightarrow x \in \{1; 2; 3\}$

- Với $x = 1 \Rightarrow y = 37/3$ (loại)
- Với $x = 2 \Rightarrow y = 8$
- Với $x = 3 \Rightarrow y = 11/3$ (loại)

Vậy $(x; y) = (2; 8)$

Câu 7: Cho hệ phương trình $\begin{cases} x - my = m \\ mx - 9y = m + 6 \end{cases}$

Xác định m để hệ trên vô nghiệm? Vô số

Đáp án : Hệ vô nghiệm khi $m = -3$

Hệ vô số nghiệm khi $m = 3$

Câu 8: Cho hệ phương trình hai ẩn x, y : $\begin{cases} ax - y = 2a \\ x - by = 1 - 2a \end{cases}$
