

## VẤN ĐỀ 5: BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

**Bất phương trình mũ cơ bản:**

Là bất phương trình có một trong các dạng sau:  $\begin{cases} a^x > m \\ a^x \geq m \\ a^x < m \\ a^x \leq m \end{cases}$  với  $0 < a \neq 1$ .

**Trong vấn đề này cần lưu ý:**

**Định lí:** Cho  $0 < a \neq 1$  và  $b, c > 0$ :

- + Khi  $a > 1$  thì  $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$ .
- + Khi  $0 < a < 1$  thì  $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$ .

**Hệ quả:** Cho  $0 < a \neq 1$  và  $b, c > 0$ :

- + Khi  $a > 1$  thì  $\log_a b > 0 \Leftrightarrow b > 1$ .
- + Khi  $0 < a < 1$  thì  $\log_a b > 0 \Leftrightarrow b < 1$ .

**Chú ý:** Sử dụng kiến thức sau để xử lí các bài toán chứa tham số.

- $A(m) \leq f(x)$  có nghiệm trên  $D \Leftrightarrow A(m) \leq \max_{x \in D} f(x)$ .
- $A(m) \leq f(x)$  nghiệm đúng  $\forall x \in D \Leftrightarrow A(m) \leq \min_{x \in D} f(x)$ .
- $A(m) \geq f(x)$  có nghiệm trên  $D \Leftrightarrow A(m) \geq \min_{x \in D} f(x)$ .
- $A(m) \geq f(x)$  nghiệm đúng  $\forall x \in D \Leftrightarrow A(m) \geq \max_{x \in D} f(x)$ .

**DANG 1: BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ DẠNG CƠ BẢN**

1. Phương pháp

Xét bất phương trình  $a^x > m$  (\*).

+ Nếu  $m \leq 0$  thì tập nghiệm là  $S = \mathbb{R}$  (vì  $a^x > 0$  với  $\forall x \in \mathbb{R}$ ).

+ Nếu  $m > 0$  thì: (\*)  $\Leftrightarrow \begin{cases} x > \log_a m & \text{nếu } a > 1 \\ x < \log_a m & \text{nếu } 0 < a < 1 \end{cases}$

2. Bài tập trắc nghiệm

**Câu 107.** Tập nghiệm của bất phương trình  $5^{|2x-2|} > 25$  là

A.  $x > 2$ .

B.  $\begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases}$ .

C.  $x < 0$ .

D.  $0 < x < 2$ .

**Câu 108.** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^x + 2^{x+1} < 6$  là

A.  $(-\infty; 0)$ .

B.  $(-\infty; 2)$ .

C.  $(-\infty; 3)$ .

D.  $(-\infty; 1)$ .

**Câu 109.** Nghiệm của bất phương trình  $5^{\log_3 \frac{2}{x+2}} < 1$  là

A.  $x > -2$ .

B.  $x \neq 0$ .

C.  $x > 0$ .

D.  $x < 0$ .

**Câu 110.** Nghiệm của bất phương trình  $5^{x^2-7x+12} > 1$  là

A.  $\begin{cases} x < 3 \\ x > 5 \end{cases}$ .

B.  $\begin{cases} x < 2 \\ x > 4 \end{cases}$ .

C.  $\begin{cases} x < 3 \\ x > 4 \end{cases}$ .

D.  $3 < x < 4$ .

**Câu 111.** Bất phương trình  $2^{x^2-x} \leq 4$  có nghiệm

A.  $-2 \leq x \leq 1$ .

B.  $x \leq 1$ .

C.  $x \leq 2$ .

D.  $-1 \leq x \leq 2$ .

**Câu 112.** Bất phương trình  $2^{x-1} \cdot 3^{x+2} \geq 36$  có nghiệm

A.  $x \geq \log_6 4$ .

B.  $x \geq \log_{\frac{3}{2}} 8$ .

C.  $x \geq 2$ .

D.  $x \geq \log_6 8$ .

**DANG 2: ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỐ**

1. Phương pháp

Dùng các công thức mũ và lũy thừa đưa về dạng  $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ .

**TH1:** Cơ số  $a$  là hằng số thỏa mãn  $0 < a \neq 1$ :

+ Nếu  $a > 1$  thì  $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$ .

+ Nếu  $0 < a < 1$  thì  $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$ .

TH2: Cơ số  $a$  có chứa ẩn:  $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow (a-1)[f(x)-g(x)] > 0$ .

## 2. Bài tập trắc nghiệm

**Câu 113.** Tập hợp các số  $x$  thỏa mãn  $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x}$  là

- A.  $\left(-\infty; \frac{2}{5}\right]$ .      B.  $\left[-\frac{2}{3}; +\infty\right)$ .      C.  $\left[\frac{2}{5}; +\infty\right)$ .      D.  $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right]$ .

**Câu 114.** Bất phương trình  $(\sqrt{2})^{x-2} > 2^{x+3}$  có tập nghiệm là

- A.  $(1; +\infty)$ .      B.  $(-\infty; 0)$ .      C.  $(-\infty; -8)$ .      D.  $(6; +\infty)$ .

**Câu 115.** Nếu  $(\sqrt{6}-\sqrt{5})^x > \sqrt{6}+\sqrt{5}$  thì

- A.  $x > -1$ .      B.  $x > 1$ .      C.  $x < -1$ .      D.  $x < 1$ .

**Câu 116.** Tập nghiệm của bất phương trình  $(2-\sqrt{3})^x > (2+\sqrt{3})^{x+2}$  là

- A.  $(-2; +\infty)$ .      B.  $(-\infty; -1)$ .      C.  $(-1; +\infty)$ .      D.  $(-\infty; -2)$ .

**Câu 117.** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $(\sqrt{10}-3)^{\frac{3-x}{x-1}} < (\sqrt{10}+3)^{\frac{x+1}{x+3}}$  là

- A. 1.      B. 3.      C. 0.      D. 2.

**Câu 118.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{2}{5}\right)^{\sqrt{2-x}} > \left(\frac{2}{5}\right)^x$  là

- A.  $(1; 2]$ .      B.  $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$ .  
C.  $(1; +\infty)$ .      D. đáp án khác.

**Câu 119.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\frac{1}{2^{\sqrt{x^2-2x}}} - \frac{2^x}{2} \leq 0$  là

- A.  $(-\infty; 0]$ .      B.  $(-\infty; 1]$ .      C.  $[2; +\infty)$ .      D.  $[0; 2]$ .

**Câu 120.** Bất phương trình  $(x+2)^{x^2+4x-8} > (x+2)^{2x}$  có tập nghiệm bằng

- A.  $(-2; -1) \cup (2; +\infty)$ .      B.  $(-4; -1) \cup (2; +\infty)$ .  
C.  $(-4; -1) \cup (4; +\infty)$ .      D.  $(-2; -1) \cup (4; +\infty)$ .

**DANG 3: PHƯƠNG PHÁP LÔGARIT HÓA**

**Câu 121.** Bất phương trình  $2^{x+2} + 5^{x+1} < 2^x + 5^{x+2}$  có nghiệm.

- A.  $x > \log_{\frac{5}{2}}\left(\frac{20}{3}\right)$ .    B.  $x < \log_{\frac{2}{5}}\left(\frac{20}{3}\right)$ .    **C.  $x > \log_{\frac{2}{5}}\left(\frac{20}{3}\right)$ .**    D.  $x < \log_{\frac{5}{2}}\left(\frac{20}{3}\right)$ .

**Câu 122.** Bất phương trình  $2^{3^x} > 3^{2^x}$  có nghiệm

- A.  $x < \log_{\frac{3}{2}}(\log_2 3)$ .    B.  $x > \log_{\frac{2}{3}}(\log_2 3)$ .    C.  $x < \log_{\frac{2}{3}}(\log_2 3)$ .    **D.  $x > \log_{\frac{3}{2}}(\log_2 3)$ .**

**Câu 123.** Bất phương trình  $2^{x^2-2x-3} \leq 3^{x^2-2x-3}$  có nghiệm

- A.  $\begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 1 \end{cases}$ .    B.  $-1 \leq x \leq 3$ .    C.  $-3 \leq x \leq 1$ .    **D.  $\begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 3 \end{cases}$ .**

**Câu 124.** Bất phương trình  $3^{x^2-1} \geq 2^{x-1}$  có nghiệm

- A.  $\log_3 2 - 1 \leq x \leq 1$ .    B.  $\begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 1 + \log_3 2 \end{cases}$ .    C.  $1 \leq x \leq 1 + \log_3 2$ .    **D.  $\begin{cases} x \leq \log_3 2 - 1 \\ x \geq 1 \end{cases}$ .**

**DANG 4: PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ**

**Câu 125.** Đặt  $t = 5^x$  thì bất phương trình  $5^{2x} - 3 \cdot 5^{x+2} + 32 < 0$  trở thành bất phương trình nào sau đây?

- A.  $t^2 - 75t + 32 < 0$ .**    B.  $t^2 - 6t + 32 < 0$ .    C.  $t^2 - 3t + 32 < 0$ .    D.  $t^2 - 16t + 32 < 0$ .

**Câu 126.** Nghiệm của bất phương trình  $32 \cdot 4^x - 18 \cdot 2^x + 1 < 0$  là

- A.  $1 < x < 4$ .    B.  $\frac{1}{16} < x < \frac{1}{2}$ .    C.  $2 < x < 4$ .    **D.  $-4 < x < -1$ .**

**Câu 127.** Tập nghiệm của bất phương trình  $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$  là

- A.  $[-1; 1]$ .**    B.  $[-1; 0)$ .    C.  $(0; 1]$ .    D.  $(-1; 1)$ .

**Câu 128.** Tập nghiệm của bất phương trình  $32 \cdot 4^x - 18 \cdot 2^x + 1 < 0$  là tập con của tập

- A.  $(-5; -2)$ .    **B.  $(-4; 0)$ .**    C.  $(1; 4)$ .    D.  $(-3; 1)$ .

**Câu 129.** Bất phương trình  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{x}} + \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}} - 12 > 0$  có tập nghiệm là

- A.  $(0; +\infty)$ .    B.  $(-\infty; -1)$ .    **C.  $(-1; 0)$ .**    D.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

**Câu 130.** Bất phương trình  $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x \leq 14$  có nghiệm

- A.  $-1 \leq x \leq 1$ .    **B.  $-2 \leq x \leq 2$ .**    C.  $\begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 1 \end{cases}$ .    D.  $\begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 2 \end{cases}$ .

**Câu 131.** Bất phương trình  $4^{x+\sqrt{x-1}} - 5 \cdot 2^{x+\sqrt{x-1}+1} + 16 \geq 0$  có nghiệm

- A.  $\begin{cases} x = 1 \\ 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = 1 \\ x \geq 2 \end{cases}$       C.  $1 \leq x \leq 2$ .      D.  $\begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$ .

**Câu 132.** Bất phương trình  $64 \cdot 9^x - 84 \cdot 12^x + 27 \cdot 16^x < 0$  có nghiệm là

- A.  $\frac{9}{16} < x < \frac{3}{4}$ .      B.  $1 < x < 2$ .      C.  $\begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$ .      D. vô nghiệm.

**Câu 133.** Bất phương trình  $5 \cdot 4^x + 2 \cdot 25^x - 7 \cdot 10^x \leq 0$  có nghiệm là

- A.  $0 \leq x \leq 1$ .      B.  $1 \leq x \leq 2$ .      C.  $-2 \leq x \leq -1$ .      D.  $-1 \leq x \leq 0$ .

**Câu 134.** Bất phương trình  $3^{2x+1} - (m+3)3^x - 2(m+3) < 0$  có nghiệm khi

- A.  $m = -3$ .      B.  $m < -3$ .      C.  $m > 0$ .      D.  $m > -3$ .

**Câu 135.** Bất phương trình  $4^x - (m+2)2^{x+1} + m^2 + 2m + 2 > 0$  có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$  khi

- A.  $m > 1$ .      B.  $m > -2$ .      C.  $m < 2$ .      D.  $m < -1$ .

**Câu 136.** Số giá trị nguyên âm của  $m$  để  $m \cdot 9^x - (2m+1)6^x + m \cdot 4^x \geq 0$  với  $\forall x \in [0; 1]$  là

- A. 6.      B. 4.      C. 5.      D. 3.

**Câu 137.** Bất phương trình  $(2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x + 4) \cdot \sqrt{x^2 + 2x - 3} \geq 0$  có nghiệm

- A.  $\begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 3 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x \leq -2 \\ x = 1 \\ x \geq 3 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x \leq -3 \\ x = 1 \\ x \geq 2 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 2 \end{cases}$ .

**Câu 138.** Bất phương trình  $\frac{4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8}{2^{x+1} - 1} \geq 0$  có nghiệm

- A.  $\begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ x \geq 2 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} -1 < x \leq 1 \\ x \geq 2 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} \frac{1}{2} < x \leq 1 \\ x \geq 4 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x < -1 \\ 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ .

**Câu 139.** Bất phương trình  $\frac{2 \cdot 9^x + 4 \cdot 6^x - 4^x}{3^{x+2} - 2^{x+2}} < 2^x$  có nghiệm

- A.  $\begin{cases} x < -2 \\ 0 < x < 1 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} -2 < x < 0 \\ x > 1 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x < 0 \\ 1 < x < 2 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} -1 < x < 0 \\ x > 2 \end{cases}$ .

**Câu 140.** Bất phương trình  $(2^x + 1)^2 > (\sqrt{2^x + 2} - 1)^2 \cdot (2^{x+1} + 5)$  có nghiệm

- A.  $x > 2$ .      B.  $x < 1$ .      C.  $x < 2$ .      D.  $x > 1$ .

**Câu 141.** Bất phương trình  $\sqrt{3^x + 1} + \sqrt{3^x - 2} \geq 3$  có nghiệm

- A.  $\log_3 2 \leq x \leq 3$ .      B.  $x \geq 1$ .      C.  $\log_3 2 \leq x \leq 1$ .      D.  $x \geq 3$ .

**Câu 142.** Với điều kiện nào của tham số  $m$  thì bất phương trình  $\sqrt{3^x+3} + \sqrt{5-3^x} \leq m$  nghiệm đúng  $\forall x \in \mathbb{R}$ ?

- A.  $m \leq 2\sqrt{2}$ .      B.  $m \geq 2\sqrt{2}$ .      **D.  $m \geq 4$ .**      D.  $m \leq 4$ .

**Câu 143.** Với điều kiện nào của tham số  $m$  thì bất phương trình  $\sqrt{2^x+7} + \sqrt{2^x-2} \leq m$  có nghiệm?

- A.  $0 \leq m \leq 3$ .      B.  $3 \leq m \leq 5$ .      D.  $m \leq 3$ .      **D.  $m \geq 3$ .**

### DẠNG 5: SỬ DỤNG TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

#### 1. Phương pháp

- + Nếu  $f(x)$  đồng biến trên  $D$  và  $\forall u, v \in D$  thì  $f(u) > f(v) \Leftrightarrow u > v$ .
- + Nếu  $f(x)$  nghịch biến trên  $D$  và  $\forall u, v \in D$  thì  $f(u) > f(v) \Leftrightarrow u < v$ .

#### 2. Bài tập trắc nghiệm

**Câu 144.** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^x > 3-x$  là

- A.  $(-\infty; 3)$ .      **B.  $(1; +\infty)$ .**      C.  $(-\infty; 1)$ .      D.  $[1; +\infty)$ .

**Câu 145.** Bất phương trình  $5^x + 3^x > 8^x$  có nghiệm

- A.  $x < 1$ .**      B.  $x > 2$ .      C.  $x < 2$ .      D.  $x > 1$ .

**Câu 146.** Bất phương trình  $6^x + 4 < 2^{x+1} + 2.3^x$  có nghiệm

- A.  $\log_2 3 < x < 1$ .      B.  $1 < x < \log_2 3$ .      **C.  $\log_3 2 < x < 1$ .**      D.  $1 < x < \log_3 2$ .

**Câu 147.** Nghiệm của bất phương trình  $2.2^x + 3.3^x - 6^x + 1 > 0$  là

- A.  $x < 3$ .      B.  $x \geq 2$ .      C.  $x \in \mathbb{R}$ .      **D.  $x < 2$ .**

**Câu 148.** Tập nghiệm của bất phương trình  $4.3^x - 9.2^x < 5.6^{\frac{x}{2}}$  là

- A.  $(-\infty; 4)$ .**      B.  $(4; +\infty)$ .      C.  $(-\infty; 5)$ .      D.  $(5; +\infty)$ .

**Câu 149.** Nghiệm của bất phương trình  $\frac{3^{2-x} + 3 - 2x}{4^x - 2} \geq 0$  là

- A.  $x \leq 0$ .      B.  $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ .      C.  $x \geq 2$ .      **D.  $\frac{1}{2} < x \leq 2$ .**

**Câu 150.** Bất phương trình  $\frac{3^x + x - 4}{x^2 - x - 6} > 0$  có nghiệm

- A.  $\begin{cases} -3 < x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$ .      B.  $\begin{cases} x < -3 \\ 1 < x < 2 \end{cases}$ .      C.  $\begin{cases} x < -2 \\ 1 < x < 3 \end{cases}$ .      **D.  $\begin{cases} -2 < x < 1 \\ x > 3 \end{cases}$ .**