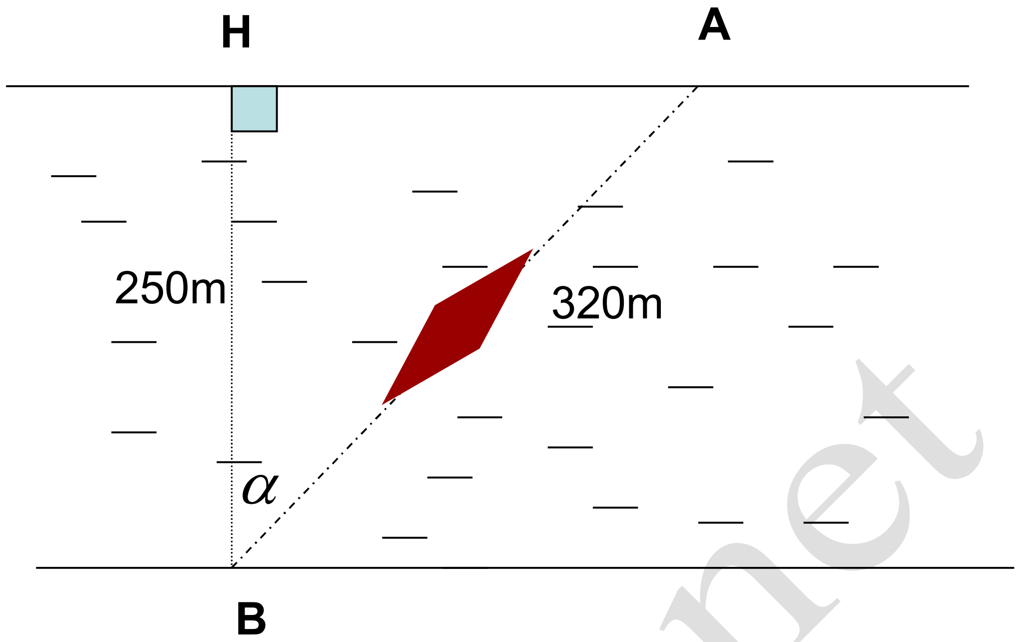


Đáp án: $\quad \text{Cos}\,\alpha = \dfrac{250}{350} \approx 0,7813 \Rightarrow \alpha \approx 38^0 37'$

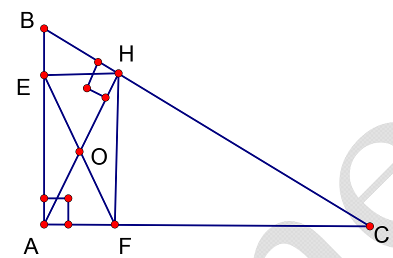
BÀI TẬP VẬN DỤNG CAO

Câu 1: Cho tam giác ABC vuông ở A, đường cao AH. Từ H kẻ HF vuông góc với AC và HE vuông góc với AB ($F \in AC$ và $E \in AB$).

a/ Chứng minh : AE.AB = AF.AC

b/ Gọi O là giao điểm của EF và AH chứng minh : BH.HC = 4EO.OF.

Đáp án:



a/ Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông ta có AE.AB = AH^2 và AF.AC = AH^2 suy ra AE.AB = AF.AC

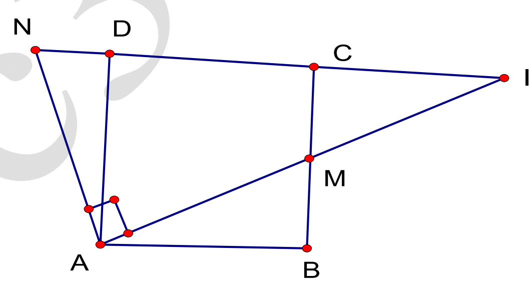
b/ Chứng minh tứ giác AEHF là hình chữ nhật nên AH = EF

chứng minh AH^2 = 4 OE.OF và AH^2 = HB.HC

Nên BH.HC = 4EO.OF

Câu 2: Qua đỉnh hình vuông cạnh a, vẽ một đường thẳng cắt cạnh BC ở M và cắt đường thẳng DC ở I. Chứng minh rằng $\frac{1}{AM^2}+\frac{1}{AI^2}=\frac{1}{a^2}$

Đáp án:



Vẽ AN vuông góc với AM tại A và AN cắt DC tại N

Ta có $\frac{1}{AD^2}=\frac{1}{AN^2}+\frac{1}{AI^2}$

Chứng minh ΔAND =ΔAMB (CGV-GN)

Suy ra AN =AM

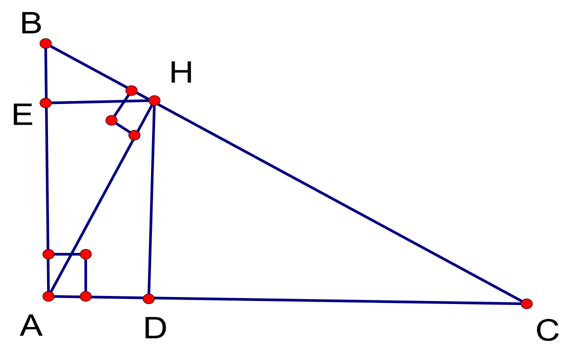
Thay vào đẳng thức trên ta được $\frac{1}{AM^2}+\frac{1}{AI^2}=\frac{1}{a^2}$

Câu 3: Cho tam giác vuông ABC có cạnh huyền BC = 2a . Gọi AH là đường cao của tam giác , D và E là hình chiếu của H trên AC và AB. Tìm giá trị lớn nhất của :

a/ DE

b/ Diện tích tứ giác ADHE

Đáp án:

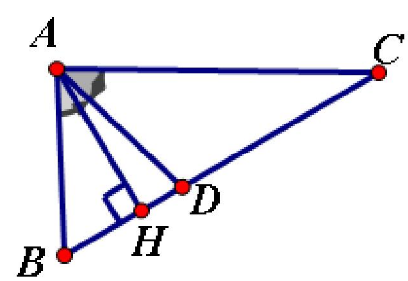


a/ Tứ giác AEHD là hình chữ nhật nên DE = AH mà AH lớn nhất khi H là trung điểm của BC hay AH = a Khi tam giác vuông ABC cân

b/S_{ADHE}= AD.AE=$\frac{AH^2}{AB}.\frac{AH^2}{AC}=\frac{AH^4}{AC.AB}=\frac{AH^4}{BC.AH}=\frac{AH^3}{BC}\le\frac{AO^3}{BC}=\frac{a^2}{2}$ (O là trung điểm của BC)

Câu 4: Cho tam giác ABC vuông tại A,đường phân giác AD chia cạnh BC thành hai đoạn BD = 36cm và CD = 60cm. Kẻ đường cao AH của tam giác đó.Tính AH.

Đáp án:



+Áp dụng tính chất đường phân giác của tam giác suy ra $\frac{AB}{AC}=\frac{3}{5}\Rightarrow\frac{AB^2}{AC^2}=\frac{9}{25}$

+ Tam giác ABC vuông suy ra $\begin{cases}AB^2=BH.BC\\AC^2=CH.BC\end{cases}$

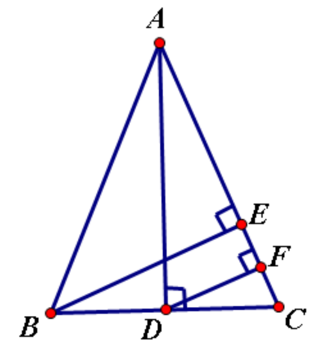
$\Rightarrow\frac{BH}{CH}=\frac{9}{25}$

$\Rightarrow\frac{BH}{9}=\frac{CH}{25}=\frac{BH+CH}{9+25}=\frac{36+60}{34}=\frac{48}{17}$

$\Rightarrow BH=\frac{9.48}{17};CH=\frac{25.48}{17}$ Từ đó tính được AH $\approx 42,35cm$

Câu 5: Cho tam giác ABC cân tại A với hai đường cao AD, BE .

Chứng minh rằng: $\frac{1}{BE^2}=\frac{1}{BC^2}+\frac{1}{4AD^2}$



Đáp án: Kẻ $DF\perp AC$ $(F\in AC)$

$\Rightarrow$ DF là đường trung bình của ΔBCE $\Rightarrow$ $DF=\frac{BE}{2}$

Δ ABC cân tại A nên đường cao AD

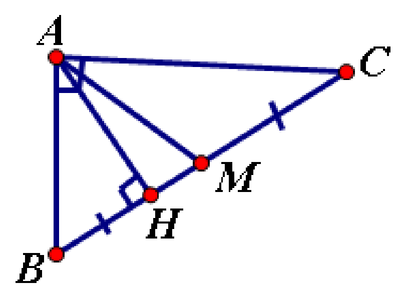
đồng thời là trung tuyến $\Rightarrow DC=\frac{BC}{2}$

ΔADC vuông suy ra:

$$\frac{1}{DF^2}=\frac{1}{DC^2}+\frac{1}{AD^2}\Rightarrow\frac{1}{\left(\frac{BE}{2}\right)^2}=\frac{1}{\left(\frac{BC}{2}\right)^2}+\frac{1}{AD^2}\Leftrightarrow\frac{1}{BE^2}=\frac{1}{BC^2}+\frac{1}{4AD^2}$$

Câu 6: Cho tam giác ABC vuông tại A, tỉ số giữa đường cao AH và đường trung tuyến AM là 40:41.Tính độ dài cạnh AB, AC.Biết độ dài cạnh BC = $\sqrt{41}$

Đáp án:



gt$\Rightarrow$ $\frac{AH}{40}=\frac{AM}{41}=k>0\Rightarrow\begin{cases}AH=40k\\AM=41k\end{cases}$

V? AM là đường trung tuyến của tam giác vuông

$\Rightarrow AM=BM=CM=41k$

Theo định lý PITAGO tính được $HM=9k$

$BH=BM-HM=32k$

$CH=CM+HM=50k$

Chứng minh $\frac{AB^2}{AC^2}=\frac{BH}{CH}=\frac{16}{25}\Rightarrow\frac{AB^2+AC^2}{AC^2}=\frac{16+25}{25}$

$\Rightarrow\frac{BC^2}{AC^2}=\frac{41}{25}$ hay $\frac{(\sqrt{41})^2}{AC^2}=\frac{41}{25}$ $\Rightarrow AC^2=25$

$AB=\sqrt{BC^2-AC^2}=\sqrt{41-25}=4$

Câu 7: Biết sin 48º≈ 0,7431. Tìm sin 42º.
Đáp án sin 42º≈0,6692.

Câu 8. Biết sin $\alpha=\frac{2}{3}$.Tìm cos α.

Đáp án: cos $\alpha=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 9. Cho ΔABC vuông tại B. $\hat{A}=\alpha$, BO là trung tuyến thuộc cạnh huyền. Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với BO cắt AC tại D. Biết cạnh huyền AC= a. Tính AD.

Đáp án: AD $=\dfrac{a.(cos\alpha+1)}{2cos\alpha}$

Câu 10: Chứng minh tanα $=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, cotα $=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$, $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

Đáp án:

$$\tan\alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{AB.BC}{AC.BC}$$

$$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{AB}{BC} : \frac{AC}{BC} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\tan\alpha.\cot\alpha = \frac{AB}{AC}.\frac{AC}{AB} = 1$$

$$\cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha} = \frac{1}{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$sin^2\alpha + cos^2\alpha = \frac{AB^2}{BC^2} + \frac{AC^2}{BC^2} = \frac{BC^2}{BC^2} = 1$$

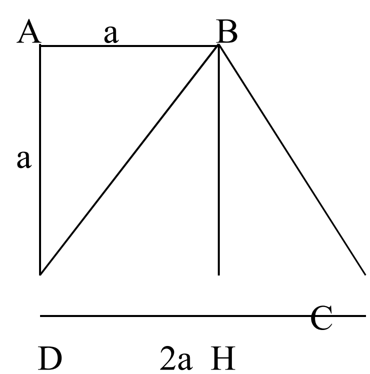
Câu 11: Cho hình thang ABCD, biết đáy AB = a và CD = 2a ; cạnh bên AD = a,
góc A = 90°

a) Chứng minh tan C = 1 ;
b) Tính tỉ số diện tích tam giác DBC và diện tích hình thang ABCD ;

Đáp án:

a,ta có HC = a, BH = a

nên $\tan C = \dfrac{BH}{HC} = \dfrac{a}{a} = 1$



$$S_{DBC} = \frac{1}{2}BH.CD = a^2$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB + CD)BH = \frac{3}{2}a^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{DBC}}{S_{ABCD}} = \frac{2}{3}$$

Câu 12:

Hãy viết các tỉ số lượng giác sau thành tỉ số lượng giác của các góc nhỏ hơn 45°:

$\sin 60^0$; $\cos 75^0$; $\sin 52^0 30'$; $\cot 82^0$; $\tan 80^0$.

Đáp án:

Vận dụng định lý về tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau ta có:

$sin60^\circ = cos(90^\circ - 60^\circ) = cos30^\circ$.

Tương tự: $cos75^\circ = sin15^\circ$; $sin52^\circ 30' = cos37^\circ 30'$

$\cot 82^0 = \tan 8^0; \tan 80^0 = \cot 10^0$

Câu 13:

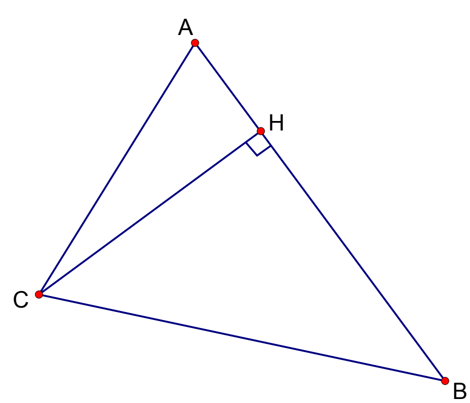
a. Chứng minh rằng: Diện tích của một tam giác bằng nửa tích của hai cạnh nhân với sin của góc nhọn tạo bởi các đường thẳng chứa hai cạnh ấy.

b. Chứng minh rằng: Diện tích hình bình hành bằng tích của hai cạnh kề nhân với sin của góc nhọn tạo bởi các đường thẳng chứa hai cạnh ấy.

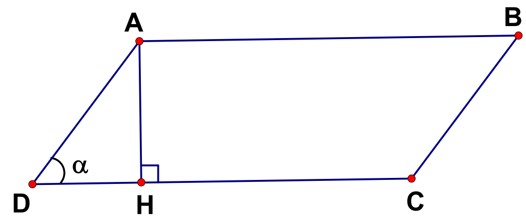
Đáp án

a. Gọi α là góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng AB, AC của tam giác ABC. Vẽ đường cao CH. Xét tam giác vuông ACH ta có CH = AC $\sin\alpha$.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.CH = \frac{1}{2}AB.AC.\sin\alpha$$



b.



b) Giả ABCD là hình bình hành có góc D bằng $\alpha < 90^0$.
Vẽ đường cao AH. Ta có HA = AD.sinα

S_{ABCD} = CD.AH = CD.AD. sinα

Câu 14: Cho tam giác ABC vuông tại A, phân giác trong AD.

Chứng minh: $\frac{1}{AB}+\frac{1}{AC}=\frac{\sqrt{2}}{AD}$

Đápán:

a/ Chứng minh bài toán: *Diện tích tam giác bằng nửa tích của độ dài hai cạnh với sin của góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng chứa hai cạnh ấy.*

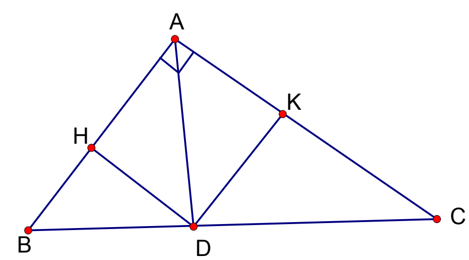
Sau đó áp dụng vào bài toán ta có:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = S_{ABD} + S_{ACD} = \frac{1}{2}AB.AD\sin45^0 + \frac{1}{2}AC.AD\sin45^0$$

$$\Rightarrow AB.AC=\frac{\sqrt{2}}{2}(AB+AC)AD \Rightarrow \frac{AB.AC}{AB+AC}=\frac{\sqrt{2}AD}{2} \Leftrightarrow \frac{AB+AC}{AB.AC}=\frac{\sqrt{2}}{AD} \Leftrightarrow \frac{1}{AB}+\frac{1}{AC}=\frac{\sqrt{2}}{AD}$$

*<u>Cách khác</u>:

Vẽ DH $\perp$ AB, DK $\perp$ AC $\Rightarrow$ DH = DK = $\frac{AD}{\sqrt{2}}$



Áp dụng định l? Talét cho ΔABC ta có:

$$\frac{DK}{AB}=\frac{CD}{CB} \Leftrightarrow \frac{AD}{\sqrt{2}AB}=\frac{CD}{CB}(1)\ \frac{HD}{AC}=\frac{BD}{CB} \Leftrightarrow \frac{AD}{\sqrt{2}AC}=\frac{BD}{CB}(2)$$

Từ (1), (2)$\Rightarrow \frac{AD}{\sqrt{2}}(\frac{1}{AB}+\frac{1}{AC})=1 => \frac{1}{AB}+\frac{1}{AC}=\frac{\sqrt{2}}{AD}$.(đpcm)

Câu 15: Cho tam giác ABC có BC=a; CA= b; AB= c.

Chứng minh $\sin\frac{A}{2} \le \frac{a}{2\sqrt{bc}}$

Dấu bằng trên xảy ra thì tam giác ABC là tam giác gì?

Đáp án:

Vẽ tia phân giác Ax của góc BAC , Ax cắt BC tại D. Vẽ BM và CN cùng vuông góc với Ax.

Ta có: sinMAB= $\sin\frac{A}{2}=\frac{BM}{AB}$