

A. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I – ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	C	B	D	B	C	A	B	C	C	A	A	A	D	C	D	D	D	A	B

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	D	C	A	A	A	A	B	C	D	B	D	B	A	C	C	C	D	D	B

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A	D	A	B	A	D	B	C	B	A	D	C	D	C	A	D	B	C	B	C

61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
C	B	B	C	B	C	D	D	D	D	B	A	A	C	D	B	A	A	C	A

81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
C	A	A	A	B	D	D	D	C	B	B	C	A	B	C	D	B	D	C	A

101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116
B	C	B	D	B	C	A	B	C	C	A	A	A	D	C	D

II – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Chọn B.

Nhận xét: Hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;2]$

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1); y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in (0;2) \\ x = -1 \notin (0;2) \end{cases}$$

$$y(1) = 3; y(0) = 5; y(2) = 7. \text{ Do đó } \min_{[0;2]} y = y(1) = 3$$

Câu 2. Chọn C.

Nhận xét: Hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-4;4]$

$$\text{Ta có } f'(x) = 3x^2 - 6x - 9; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in (-4;4) \\ x = 3 \in (-4;4) \end{cases}$$

$$f(-4) = -41; f(-1) = 40; f(3) = 8; f(4) = 15. \text{ Do đó } \min_{x \in [-4;4]} f(x) = f(-4) = -41$$

Câu 3. Chọn B.

Nhận xét: Hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1;3]$

$$\text{Ta có } f'(x) = 3x^2 - 16x + 16; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 & \notin (1;3) \\ x = \frac{4}{3} & \in (1;3) \end{cases}$$

$$f(1) = 0; f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{13}{27}; f(3) = -6. \text{ Do đó } \max_{x \in [1;3]} f(x) = f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{13}{27}$$

Câu 4. Chọn D.

Nhận xét: Hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;2]$

$$\text{Ta có } f'(x) = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1).$$

Xét trên $(0; 2)$. Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$; Khi đó $f(1) = 0; f(0) = 1; f(2) = 9$

$$\text{Do đó } \max_{[0;2]} f(x) = f(2) = 9$$

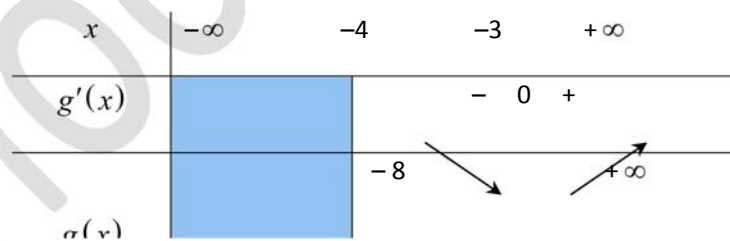
Câu 5. Chọn B.

Nhận xét: Hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-4; +\infty)$

Ta có: $y = (x^2 + 6x)(x^2 + 6x + 8) + 5$. Đặt $t = x^2 + 6x$. Khi đó $y = t^2 + 8t + 5$

Xét hàm số $g(x) = x^2 + 6x$ với $x \geq -4$. Ta có $g'(x) = 2x + 6; g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$$



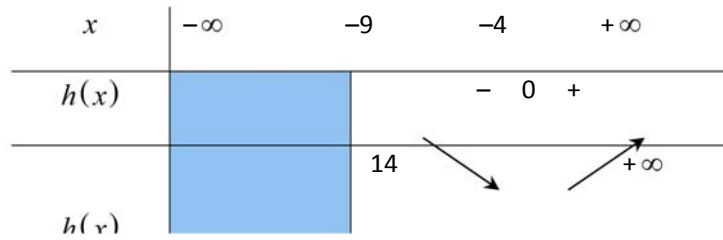
Suy ra $t \in [-9; +\infty)$

-9

Yêu cầu bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = h(t) = t^2 + 8t + 5$ với $t \in [-9; +\infty)$. Ta có $h'(t) = 2t + 8; h'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -4$;

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} h(t) = +\infty$$

Bảng biến thiên



Vậy $\min_{x \in [-4; +\infty)} y = -11$

Câu 6. Chọn C.

Nhận xét: Hàm số đã cho liên tục trên $[0;3]$

Ta có $y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0$ với $\forall x \in [0;3]$. $y(0) = -1$; $y(3) = \frac{1}{2}$. Do đó $\min_{x \in [0;3]} y = y(0) = -1$

Câu 7. Chọn A.

Nhận xét: Hàm số đã cho liên tục trên $[2;4]$

Ta có $y' = 1 - \frac{9}{x^2} = \frac{x^2 - 9}{x^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \notin (2;4) \\ x = 3 \in (2;4) \end{cases}$

Ta có $y(2) = \frac{13}{2}$; $y(3) = 6$; $y(4) = \frac{25}{4}$. Do đó $\min_{x \in [2;4]} y = y(3) = 6$

Câu 8. Chọn B.

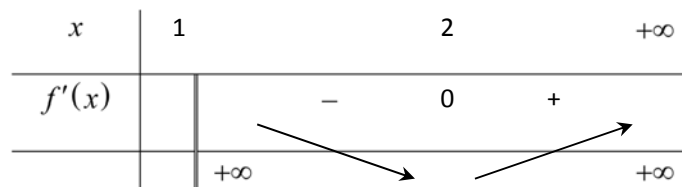
Hàm số xác định với $\forall x \in (1; +\infty)$

Nhận xét: Hàm số $f(x)$ liên tục trên $(1; +\infty)$

Ta có $f(x) = x + \frac{1}{x-1}$; $f'(x) = 1 - \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên ta có: $\min_{x \in (1; +\infty)} f(x) = f(2) = 3$

3

Câu 9. Chọn C.

Hàm số xác định với $\forall x \in \mathbb{R}$

Nhận xét: Hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R}

Ta có $y' = \frac{8x^2 - 12x - 8}{(x^2 + 1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 2$; $x = -\frac{1}{2}$. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	1		9		-1	1

Vậy $\max_R y = 9 = y(-\frac{1}{2})$

Câu 10. Chọn C.

Điều kiện xác định: $5 - 4x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{5}{4}$. Suy ra hàm số xác định với $\forall x \in [-1; 1]$

Nhận xét: Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 1]$

Ta có $y' = \frac{-2}{\sqrt{5-4x}} < 0, \forall x \in [-1; 1]$. Do đó $\max_{[-1; 1]} y = y(-1) = 3$; $\min_{[-1; 1]} y = y(1) = 1$

Câu 11. Chọn A.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y' = x^2 - 4x + 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 3$.

Khi đó: $y(1) = -\frac{8}{3}$; $y(3) = -4$; $y(5) = \frac{8}{3} \Rightarrow$ giá trị lớn nhất của hàm số bằng $\frac{8}{3}$

Câu 12. Chọn A.

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x$; $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ hoặc $x = 0$

Khi đó: $y(0) = 1$; $y(1) = 0$; $y(2) = 9 \Rightarrow$ Hàm số có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất lần lượt là $9; 0$

Câu 13. Chọn A.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$. Ta có: $y' = \frac{3}{(x+2)^2} > 0, \forall x \in D$.

Khi đó: $y(0) = -\frac{1}{2}$; $y(2) = \frac{1}{4} \Rightarrow$ Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{4}$.

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Câu 14. Chọn D.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Ta có: $y' = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x-2)^2} > 0; \forall x \in [3; 4] \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên đoạn

$[3; 4]$. Vậy $\min_{[3;4]} y = y(3) = 6$ và $\max_{[3;4]} y = y(4) = \frac{13}{2}$.

Câu 15. Chọn C.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$y' = 2x + 2; y' = 0 \Leftrightarrow 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \notin [0; 1]$. $y(0) = 1; y(1) = 4$ suy ra $y_1 \cdot y_2 = 4$

Câu 16. Chọn D.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y' = x^2 - 5x + 6; y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ hoặc $x = 3$

Khi đó: $y(1) = \frac{29}{6}; y(2) = \frac{17}{3}; y(3) = \frac{11}{2} \Rightarrow x_1 = 2; x_2 = 1 \Rightarrow x_1 + x_2 = 3$

Câu 17. Chọn D.

TXĐ: $D = [-2; 2]$. Ta có: $y' = \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}; y' = 0 \Leftrightarrow \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}} = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Khi đó: $y(-2) = 0; y(0) = 2; y(2) = 0$

\Rightarrow Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm có hoành độ $x = \pm 2$

Câu 18. Chọn D.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y = (x-1)^2 + (x+3)^2 = 2x^2 + 4x + 10$.

Ta có: $y' = 4x + 4; y' = 0 \Leftrightarrow x = -1$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		8		$+\infty$

Từ BBT ta thấy hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 8.

Câu 19. Chọn A.

TXĐ: $D = (0; +\infty)$. Ta có: $y' = \frac{1 - \ln x}{x^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \frac{1 - \ln x}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 1 - \ln x = 0 \Leftrightarrow x = e$

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Khi đó: $y(1) = 0; y(e) = \frac{1}{e} \Rightarrow$ Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0.

Câu 20. Chọn B.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y' = \frac{x+2}{(x^2+2)\sqrt{x^2+2}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = -2$

Khi đó: $y(-3) = -\frac{4\sqrt{11}}{11}; y(-1) = -\frac{2\sqrt{3}}{3}; y(0) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -3 \end{cases} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 0$

Câu 21. Chọn B.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} + 2x$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} + 2x = 0 \Leftrightarrow x \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+1}} + 2 \right) = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Khi đó: $y(-1) = \sqrt{2} + 1; y(0) = 1; y(1) = \sqrt{2} + 1$.

Câu 22. Chọn D.

Ta có $y' = 2 \cos x - 4 \sin^2 x \cdot \cos x = 2 \cos x (1 - 2 \sin^2 x) = 2 \cos x \cdot \cos 2x$

Nên $y' = 0 \Leftrightarrow 2 \cos x \cdot \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos 2x = 0 \end{cases}$

Trên $(0; \pi)$, $y' = 0 \Leftrightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \right\}$

$y(0) = 0; y(\pi) = 0; y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2}{3}; y\left(\frac{\pi}{4}\right) = y\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\max_{[0;\pi]} y = y\left(\frac{\pi}{4}\right) = y\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

Câu 23. Chọn C.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y = -2\sqrt{2} \sin^2 x + 4 \sin x + \sqrt{2}$

Đặt $t = \sin x$, $x \in \left[0; \frac{\pi}{2} \right] \Rightarrow t \in [0; 1]$

Khi đó, bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số

$y = g(t) = -2\sqrt{2} t^2 + 4t + \sqrt{2}$ trên đoạn $[0; 1]$

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$g'(t) = -4\sqrt{2}t + 4 = 4(1 - \sqrt{2}t); g'(t) = 0 \Leftrightarrow 4(1 - \sqrt{2}t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{\sqrt{2}} \in (0; 1)$$

$$g(0) = \sqrt{2}; g(1) = 4 - \sqrt{2}; g\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 2\sqrt{2}$$

$$\text{Do đó } \min_{x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]} y = \sqrt{2}; (y = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sin x = 0, \sin 0 = 0)$$

Câu 24. Chọn A.

Ta có $y = 5 \cos x - \cos 5x$ nên $y' = -5 \sin x + 5 \sin 5x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \sin 5x = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = x + k2\pi \\ 5x = \pi - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \end{cases}$$

$$\text{Trên } \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right], y' = 0 \Leftrightarrow x \in \left\{0; -\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}\right\}$$

$$y(0) = 4; y\left(-\frac{\pi}{6}\right) = y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3\sqrt{3}; y\left(-\frac{\pi}{4}\right) = y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } \min_{x \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]} y = 4 = y(0)$$

Câu 25. Chọn A.

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}. \text{ Ta có } y' = \cos x; y' = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Vì } x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2} \text{ hoặc } x = \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{Khi đó: } y\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0; y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \Rightarrow \text{giá trị lớn nhất của hàm số bằng } 2.$$

Câu 26. Chọn A.

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}. \text{ Ta có: } y' = -2 \sin 2x; y' = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}; (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Vì } x \in [0; \pi] \Rightarrow x \in \left\{0; \frac{\pi}{2}; \pi\right\}. \text{ Do đó: } y(0) = -2; y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -4 \Rightarrow \min y = -4$$

Câu 27. Chọn A.

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi\right\}. \text{ Ta có: } y' = \frac{1}{\cos^2 x} + 1 > 0; \forall x \in D$$

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

\Rightarrow Hàm số đồng biến trên $D \Rightarrow \min y = 0$.

Câu 28. Chọn B.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

Vì $-1 \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2} \Rightarrow \min y = -\sqrt{2}; \max y = \sqrt{2}$

Câu 29. Chọn C.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y = 3 \sin x - 4 \sin^3 x = \sin 3x \Rightarrow \min y = -1; \max y = 1$.

Câu 30. Chọn D.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $0 \leq \sin^2 x \leq 1 \Leftrightarrow 2 \leq \sin^2 x + 2 \leq 3 \Rightarrow \min y = 2; \max y = 3$.

Câu 31. Chọn B.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = -9 \cos x - 3 \cos 3x = -9 \cos x - 12 \cos^3 x + 9 \cos x = -12 \cos^3 x$

$y' = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. Vì: $x \in [0; \pi] \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$.

Do đó: $y(0) = 0; y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -8; y(\pi) = 0 \Rightarrow \min y = -8; \max y = 0$

Câu 32. Chọn D.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y = \sqrt{3} \sin x + \cos x = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

Mà $-1 \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \leq 2 \Rightarrow \min y = -2; \max y = 2$

Câu 33. Chọn B.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y' = -2 \sin x \cos x + 2 \sin x = -2 \sin x (\cos x - 1)$

$y' = 0 \Leftrightarrow -2 \sin x (\cos x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Vì $x \in [0; \pi] \Rightarrow x = 0$ hoặc $x = \pi$.

Khi đó: $y(0) = -2; y(\pi) = 2 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = -2 \\ y_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow y_1 \cdot y_2 = -4$.

Câu 34. Chọn A.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y' = -2 \sin 2x + 2 \cos x = -2 \cos x(2 \sin x - 1)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -2 \cos x(2 \sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

$$\text{Vì } x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \\ y\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = \frac{3}{2} \\ y_2 = 1 \end{cases}$$

Câu 35. Chọn C.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y' = -2 \sin 2x - 4 \cos x = -4 \cos x(\sin x + 1)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$$

$$\text{Vì } x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}. \text{ Khi đó } y(0) = 5; y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1.$$

Câu 36. Chọn C.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}\right\}$. Ta có: $y' = \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x} = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} = \frac{-\cos 2x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{-\cos 2x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}. \text{ Vì } x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right] \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}.$$

$$\text{Khi đó: } y\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}; y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2; y\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Câu 37. Chọn C.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = -\sin x(\sin x + 1) + \cos^2 x = -2 \sin^2 x - \sin x + 1$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \text{ hoặc } x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \text{ hoặc } x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$$

$$\text{Vì } x \in [0; \pi] \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} \text{ hoặc } x = \frac{5\pi}{6}$$

$$\text{Khi đó: } y(0) = 1; y\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{4}; y\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{3\sqrt{3}}{4}; y(\pi) = -1$$

Câu 38. Chọn D.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$\text{Ta có: } y' = 3 \cos x \sin^2 x - 3 \sin x \cos^2 x = 3 \sin x \cos x (\sin x - \cos x)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3 \sin x \cos x (\sin x - \cos x) = 0 \Leftrightarrow \sin 2x \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \\ \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{\pi}{4} \\ x = \frac{\pi}{2} \\ x = \pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y(0) = 1 \\ y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \\ y(\pi) = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y_1 = 1; y_2 = -1 \Rightarrow y_1 - y_2 = 2$$

Câu 39. Chọn D.

Hàm số $y = e^x(x^2 - x - 1)$ liên tục trên đoạn $[0; 2]$

Ta có

$$y' = (e^x)'(x^2 - x - 1) + e^x(x^2 - x - 1)' = e^x(x^2 - x - 1) + e^x(2x - 1) = e^x(x^2 + x - 2)$$

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow e^x(x^2 + x - 2) = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in (0; 2) \\ x = -2 \notin (0; 2) \end{cases}$$

Ta có, $f(1) = -e$; $f(0) = -1$; $f(2) = e^2$. Vậy: $\min_{x \in [0; 2]} y = y(1) = -e$

Câu 40. Chọn B.

Hàm số $y = e^x(x^2 - 3)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$

$$\text{Ta có } y' = (e^x)'(x^2 - 3) + e^x(x^2 - 3)' = e^x(x^2 - 3) + e^x \cdot 2x = e^x(x^2 + 2x - 3)$$

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow e^x(x^2 + 2x - 3) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in (-2; 2) \\ x = -3 \notin (-2; 2) \end{cases}$$

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Ta có, $f(1) = -2e$; $f(-2) = e^{-2}$; $f(2) = e^2$. Vậy, $\min_{x \in [-2; 2]} y = y(1) = -2e$

Câu 41. Chọn A.

Hàm số $y = e^x + 4e^{-x} + 3x$ liên tục trên đoạn $[1; 2]$

Ta có: $y' = e^x - 4e^{-x} + 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow e^x - 4e^{-x} + 3 = 0 \Leftrightarrow e^x - \frac{4}{e^x} + 3 = 0$

$$\Leftrightarrow e^{2x} + 3e^x - 4 = 0 \Leftrightarrow e^x = 1 \Leftrightarrow x = 0 \notin [1; 2]$$

Ta có, $y(1) = e + \frac{4}{e} + 3$; $y(2) = e^2 + \frac{4}{e^2} + 6$. Vậy: $\max_{x \in [1; 2]} y = y(2) = e^2 + \frac{4}{e^2} + 6$

Câu 42. Chọn D.

Hàm số $f(x) = x.e^{-2x}$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$

Ta có: $f'(x) = e^{-2x}(1 - 2x)$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \in (0; 1)$

$f(0) = 0$; $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2e}$; $f(1) = \frac{1}{e^2}$. Vậy $\max_{x \in [0; 1]} f(x) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2e}$

Câu 43. Chọn A.

Hàm số $f(x) = x^2 - \ln(1 - 2x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 0]$

Ta có $f'(x) = 2x + \frac{2}{1 - 2x} = \frac{-2(2x + 1)(x - 1)}{1 - 2x}$

Suy ra trên khoảng $(-2; 0)$: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

Có $f(0) = 0$; $f(-2) = 4 - \ln 5$; $f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - \ln 2$

$M = \max_{x \in [-2; 0]} f(x) = f(-2) = 4 - \ln 5$; $m = \min_{x \in [-2; 0]} f(x) = f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - \ln 2$

Vậy: $M + m = \frac{17}{4} - \ln 10$

Câu 44. Chọn B.

• $f'(x) = -\frac{\cos x}{\sin^2 x}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} \left(x \in \left[\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{6} \right] \right)$

• $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$, $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{2}{\sqrt{3}}$, $f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 2$. Vậy $\max_{\left[\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}\right]} f(x) = 2$, $\min_{\left[\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}\right]} f(x) = 1$.

Câu 45. Chọn A.

- $f'(x) = 2 \cos x + 2 \cos 2x = 4 \cos \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{3x}{2}$
- $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \frac{x}{2} = 0 \\ \cos \frac{3x}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi \\ x = \frac{\pi}{3} \end{cases} \left(x \in \left[0; \frac{3\pi}{2} \right] \right)$
- $f(0) = 0, f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}, f(\pi) = 0, f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -2$

Vậy $\max_{\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]} f(x) = \frac{3\sqrt{3}}{2}, \min_{\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]} f(x) = -2.$

Câu 46. Chọn D.

- $y' = \frac{\sin x}{\cos^2 x}, y' = 0 \Leftrightarrow x = \pi \left(x \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right) \right)$
- Bảng biến thiên:

x	$\frac{\pi}{2}$		π		$\frac{3\pi}{2}$
y'		+	0	-	
y			-1		

- Vậy $\max_{\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)} y = -1$ và $\min_{\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)} y$ không tồn tại.

Câu 47. Chọn B.

- $y' = \frac{-\cos x}{\sin^2 x}; y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} \left(x \in (0; \pi) \right)$
- Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
y'		-	0	+	
y		$+\infty$			$+\infty$

1

- Vậy $\min_{(0; \pi)} y = 1$ và $\max_{(0; \pi)} y$ không tồn tại.

Câu 48. Chọn C.

TXĐ: $D = [-1; 1]$. Nhận xét: Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 1]$

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$y' = \frac{1-2x^2}{\sqrt{1-x^2}}; \text{ với } -1 < x < 1. \quad y' = 0 \Leftrightarrow 1-2x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$y(\pm 1) = 0; \quad y\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{1}{2}; \quad y\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\text{Do đó } M = \max_{[-1;1]} y = y\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{1}{2}; \quad m = \min_{[-1;1]} y = y\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{1}{2} \Rightarrow M + m = 0$$

Câu 49. Chọn B.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Nhận xét: Hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R}

$$\text{Ta có } y' = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+5}}; \quad y' = 0 \Leftrightarrow x-1 = 0 \Leftrightarrow x = 1; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-	0	+	
y	$+\infty$	↘ ↗			$+\infty$
			5		

$$\text{Do đó } \min_{\mathbb{R}} y = y(1) = 5$$

Câu 50. Chọn A.

TXĐ $D = \mathbb{R}$. Nhận xét: Hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R}

$$\text{Ta có } y' = 1 + \frac{2x}{\sqrt{2x^2+1}}; \quad y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2x^2+1} = -2x \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ 2x^2+1 = 4x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\frac{1}{\sqrt{2}}$		$+\infty$
y'		-	0	+	
y	$+\infty$	↘ ↗			$+\infty$
			$\frac{1}{\sqrt{2}}$		

$$\text{Vậy } \min_{x \in \mathbb{R}} y = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ khi } x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Câu 51. Chọn D.

Điều kiện $-4 \leq x \leq 4$. Nhận xét: Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4; 4]$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x+4} + \sqrt{4-x} \Rightarrow t^2 = x+4+4-x+2\sqrt{(x+4)(4-x)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x+4)(4-x)} = \frac{t^2 - 8}{2}$$

$$\text{Ta có } y = t - 4\left(\frac{t^2 - 8}{2}\right) + 5 = -2t^2 + t + 21 = f(t)$$

Tìm điều kiện của t : Xét hàm số $g(x) = \sqrt{x+4} + \sqrt{4-x}$ với $x \in [-4; 4]$

$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+4}} - \frac{1}{2\sqrt{4-x}}; \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0;$$

$$g(-4) = 2\sqrt{2}; \quad g(0) = 4; \quad g(4) = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \min_{x \in [-4; 4]} g(x) = 2\sqrt{2}; \quad \max_{x \in [-4; 4]} g(x) = 4 \Rightarrow t \in [2\sqrt{2}; 4]$$

$f'(t) = -4t + 1 < 0 \forall t \in [2\sqrt{2}; 4] \Rightarrow f(t)$ là hàm nghịch biến trên $[2\sqrt{2}; 4]$

$$\max_{[-4; 4]} y = f(2\sqrt{2}) = 5 + 2\sqrt{2}$$

Câu 52. Chọn C.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Đặt $t = \sin x$, $-1 \leq t \leq 1$. Khi đó $y = f(t) = 2t^2 + 2t - 1$

Ta tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(t)$ trên đoạn $[-1; 1]$. Đó cũng là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên \mathbb{R} .

$$\text{Ta có: } f'(t) = 4t + 2; \quad f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2} \in (-1; 1);$$

$$f(-1) = -1; \quad f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2}; \quad f(1) = 3$$

$$\max_{t \in [-1; 1]} f(t) = f(1) = 3. \text{ Do đó } \max_{x \in \mathbb{R}} y = 3$$

Câu 53. Chọn D.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Biến đổi $y = 2\sin^4 x - \sin^2 x + 4$. Đặt $t = \sin^2 x$, $0 \leq t \leq 1$

Xét hàm số $f(t) = 2t^2 - t^2 + 4$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$.

$$f'(t) = 8t^3 - 2t = 2t(4t^2 - 1)$$

Trên khoảng $(0; 1)$ phương trình $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$

$$\text{Ta có: } f(0) = 4; \quad f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{31}{8}; \quad f(1) = 5$$

$$\text{Vậy } \min_{t \in [0; 1]} f(t) = \frac{31}{8} \quad \text{tại } t = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \min_R y = \frac{31}{8} \text{ khi } \sin^2 x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$$

Câu 54. Chọn C.

Do $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$ nên ta có

$$S = y = 2 \left(\frac{1 - \cos 2x}{2} \right)^4 + \cos^4 2x = \frac{1}{8} (1 - \cos 2x)^4 + \cos^4 2x$$

Đặt $t = \cos 2x$, $-1 \leq t \leq 1$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$S = g(t) = \frac{1}{8} (1-t)^4 + t^4, \text{ với } -1 \leq t \leq 1$$

Ta có $g'(t) = -\frac{1}{2} (1-t)^3 + 4t^3$; $g'(t) = 0 \Leftrightarrow (1-t)^3 = 8t^3 \Leftrightarrow 1-t = 2t \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}$

$$g(1) = 1; g(-1) = 3; g\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{27}$$

Vậy $m = \min S = \frac{1}{27}$; $M = \max S = 3$ nên $M + m = 3 + \frac{1}{27} = \frac{82}{27}$

Câu 55. Chọn A.

Nhận xét: Ta quy về hết $\sin^2 x$

Đặt $t = \sin^2 x$ ($0 \leq t \leq 1$). Yêu cầu bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(t) = t^{10} + (1-t)^{10}$ với $t \in [0; 1]$

$$f'(t) = 10t^9 - 10(1-t)^9; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t^9 = (1-t)^9 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$$

$$f(0) = 1; f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{512}; f(1) = 1.$$

Vậy $m = \min y = \frac{1}{512}$; $M = \max y = 1$ nên $M.m = \frac{1}{512}$

Câu 56. Chọn D.

TXĐ: $D = [-1; +\infty)$. Ta có: $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} > 0, \forall x \in (-1; +\infty)$

Bảng biến thiên:

x	-1		$+\infty$
y'		+	
y	0	↗	

Từ BBT ta thấy: Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0 tại $x = -1$

Câu 57. Chọn B.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y' = \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x+1}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x+1}} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	
y'		-	0	+
y	$+\infty$		$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$+\infty$

Từ BBT ta thấy hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và hàm số không có giá trị lớn nhất.

Câu 58. Chọn C.

TXĐ: $D = [-1; 1]$. Ta có: $y' = \frac{1}{2\sqrt{1+x}} - \frac{1}{2\sqrt{1-x}}$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2\sqrt{1+x}} - \frac{1}{2\sqrt{1-x}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{1-x} = \sqrt{1+x} \Leftrightarrow x = 0$$

Khi đó: $y(-1) = \sqrt{2}$; $y(0) = 2$; $y(1) = \sqrt{2}$

\Rightarrow Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2, giá trị nhỏ nhất bằng $\sqrt{2}$