

4.1.2. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC.

Câu 58. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^2 x \cdot \sin x$.

A. $\int f(x)dx = -\frac{\cos^3 x}{3} + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{\cos^3 x}{3} + C$.

C. $\int f(x)dx = -\frac{\sin^2 x}{2} + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{\sin^2 x}{2} + C$.

Hướng dẫn giải: $\int \cos^2 x \sin x dx = -\int \cos^2 x d(\cos x) = -\frac{\cos^3 x}{3} + C$

Câu 59. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin 2x}{\cos 2x - 1}$.

A. $\int f(x)dx = -\ln|\sin x| + C$.

B. $\int f(x)dx = \ln|\cos 2x - 1| + C$.

C. $\int f(x)dx = \ln|\sin 2x| + C$.

D. $\int f(x)dx = \ln|\sin x| + C$.

Hướng dẫn giải

$$\int \frac{\sin 2x dx}{\cos 2x - 1} = \int \frac{2 \sin x \cos x}{1 - 2 \sin^2 x + 1} dx = -\int \frac{\cos x}{\sin x} dx = -\int \frac{d(\sin x)}{\sin x} = -\ln|\sin x| + C$$

Câu 60. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x \cdot \cos 2x$.

A. $\int f(x)dx = \frac{-2\cos^3 x}{3} + \cos x + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{1}{6}\cos 3x + \frac{1}{2}\sin x + C$

C. $\int f(x)dx = \frac{\cos^3 x}{3} + \cos x + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{1}{6}\cos 3x - \frac{1}{2}\sin x + C$

Hướng dẫn giải

$$\int \sin x \cdot \cos 2x dx = \int (2 \cos^2 x - 1) \sin x dx = -\int (2 \cos^2 x - 1) d(\cos x) = \frac{-2 \cos^3 x}{3} + \cos x + C$$

Câu 61. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x \cdot \cos 3x$.

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\cos 2x - \frac{1}{4}\cos 4x + C$.

B.

$\int f(x)dx = \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{1}{4}\cos 4x + C$.

C. $\int f(x)dx = 2 \cos^4 x + 3 \cos^2 x + C$. D.

$\int f(x)dx = 3 \cos^4 x - 3 \cos^2 x + C$.

Hướng dẫn giải: $\int 2 \sin x \cdot \cos 3x dx = \int (\sin 4x - \sin 2x) dx = \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{1}{4} \cos 4x + C$.

Câu 62. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^3 x \cdot \sin 3x$.

A. $\int f(x)dx = \frac{3}{8} \left(\frac{\sin 2x}{2} - \frac{\sin 4x}{4} \right) - \frac{1}{8} \left(x - \frac{\sin 6x}{6} \right) + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{3}{8} \left(\frac{\sin 2x}{2} - \frac{\sin 4x}{4} \right) + \frac{1}{8} \left(x - \frac{\sin 6x}{6} \right) + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{8} \left(\frac{\sin 2x}{2} - \frac{\sin 4x}{4} \right) - \frac{3}{8} \left(x - \frac{\sin 6x}{6} \right) + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{3}{8} \left(\frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 4x}{4} \right) - \frac{1}{8} \left(x + \frac{\sin 6x}{6} \right) + C$.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} \int \sin^3 x \cdot \sin 3x dx &= \int \frac{3 \sin x - \sin 3x}{4} \cdot \sin 3x dx \\ &= \frac{3}{8} \int 2 \sin x \cdot \sin 3x dx - \frac{1}{8} \int 2 \sin^2 3x dx = \frac{3}{8} \int (\cos 2x - \cos 4x) dx - \frac{1}{8} \int (1 - \cos 6x) dx \\ &= \frac{3}{8} \left(\frac{\sin 2x}{2} - \frac{\sin 4x}{4} \right) - \frac{1}{8} \left(x - \frac{\sin 6x}{6} \right) + C \end{aligned}$$

Câu 63. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^3 x \cdot \cos 3x + \cos^3 x \cdot \sin 3x$.

A. $\int f(x)dx = \frac{-3}{16} \cos 4x + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{3}{16} \cos 4x + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{-3}{16} \sin 4x + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{3}{16} \sin 4x + C$.

Hướng dẫn giải:

$$\begin{aligned} &\int (\sin^3 x \cdot \cos 3x + \cos^3 x \cdot \sin 3x) dx \\ &= \int \left(\frac{3 \sin x - \sin 3x}{4} \cdot \cos 3x + \frac{\cos 3x + 3 \cos x}{4} \cdot \sin 3x \right) dx \\ &= \int \left(\frac{3}{4} \sin x \cdot \cos 3x - \sin 3x \cdot \cos 3x + \frac{3}{4} \sin 3x \cdot \cos x + \sin 3x \cdot \cos 3x \right) dx \\ &= \frac{3}{4} \int (\sin x \cdot \cos 3x + \sin 3x \cdot \cos x) dx = \frac{3}{4} \int \sin 4x dx = \frac{-3}{16} \cos 4x + C \end{aligned}$$

Câu 64. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin^2 \frac{x}{2}$ biết $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$.

A. $F(x) = \frac{x}{2} - \frac{\sin x}{2} + \frac{1}{2}$.

B. $F(x) = \frac{x}{2} + \frac{\sin x}{2} + \frac{3}{2}$.

C. $F(x) = \frac{x}{2} + \frac{\sin x}{2} + \frac{1}{2}$.

D. $F(x) = \frac{x}{2} + \frac{\sin x}{2} + \frac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải

• $F(x) = \int \sin^2 \frac{x}{2} dx = \frac{1}{2} \int (1 - \cos x) dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \sin x + C$

• $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{2} + C = \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow C = \frac{1}{2}$