A. $m=-1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=1; m=-1$. **D.** $m=2; m=-2$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;5;3), B(3;7;4), C(x;y;6)$. Giá trị của x,y để ba điểm A,B,C thẳng hàng là

A. $x=5; y=11$. **B.** $x=-5; y=11$. **C.** $x=-11; y=-5$. **D.** $x=11; y=5$.

Hướng dẫn giải

$\overrightarrow{AB}=(1;2;1), \overrightarrow{AC}=(x-2;y-5;3)$

A,B,C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-5}{2}=\dfrac{3}{1} \Leftrightarrow x=5; y=11$

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;0;0), B(0;0;1), C(2;1;1)$. Tam giác ABC là tam giác

A. Tam giác vuông tại C . **B.** Tam giác cân tại C.

C. Tam giác vuông cân tại C. **D.** Tam giác đều.

Hướng dẫn giải

$\overrightarrow{BA}=(5;0;10), \overrightarrow{CA}=(-3;0;6), \overrightarrow{CB}=(-8;0;-4)$

$\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}=0 \Rightarrow$ tam giác vuông tại C , $CA \neq CB$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC có $A(1;0;0), B(0;0;1), C(2;1;1)$. Tam giác ABC có diện tích bằng

A. 30. **B.** 40. **C.** 50. **D.** 60.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$\overrightarrow{AB}=(-5;0;-10), \overrightarrow{AC}=(3;0;-6)$. $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}\left\|\left[\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}\right]\right\|=30$

Câu 18. Ba đỉnh của một hình bình hành có tọa độ là $(1;1;1),(2;3;4),(7;7;5)$. Diện tích của hình bình hành đó bằng

A. $2\sqrt{83}$. **B.** $\sqrt{83}$. **C.** 83. **D.** $\dfrac{\sqrt{83}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Gọi 3 đỉnh theo thứ tự là A,B,C

$\overrightarrow{AB}=(1;2;3), \overrightarrow{AC}=(6;6;4)$

$S_{hbh}=\left\|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right\|=\sqrt{(-10)^2+14^2+(-6)^2}=2\sqrt{83}$

Câu 19. Cho 3 vectơ $\vec{a}=(1;2;1)$; $\vec{b}=(-1;1;2)$ và $\vec{c}=(x;3x;x+2)$. Tìm x để 3 vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng

A. 1. B. -1. C. -2. D. 2.

Hướng dẫn giải

$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng thì $\left[\overrightarrow{\vec{a},\vec{b}}\right].\vec{c}=0 \Rightarrow x=1$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$ cho ba vectơ $\vec{a}=(3;-2;4)$, $\vec{b}=(5;1;6)$, $\vec{c}=(-3;0;2)$. Tìm vectơ $\vec{x}$ sao cho vectơ $\vec{x}$ đồng thời vuông góc với $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$

A. $(0;0;0)$. B. $(0;0;1)$. C. $(0;1;0)$. D. $(1;0;0)$.

Hướng dẫn giải

Dễ thấy chỉ có $\vec{x}=(0;0;0)$ thỏa mãn $\vec{x}.\vec{a}=\vec{x}.\vec{b}=\vec{x}.\vec{c}=0$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $B(1;2;-3)$, $C(7;4;-2)$. Nếu E là điểm thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{CE}=2\overrightarrow{EB}$ thì tọa độ điểm E là

A. $\left(\frac{8}{3};3;-\frac{8}{3}\right)$. B. $\left(3;\frac{8}{3};\frac{8}{3}\right)$. C. $\left(3;3;-\frac{8}{3}\right)$. D. $\left(1;2;\frac{1}{3}\right)$.

Hướng dẫn giải

$E(x;y;z)$, từ $\overrightarrow{CE}=2\overrightarrow{EB} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{8}{3} \\ y=3 \\ z=-\frac{8}{3} \end{cases}$.

Câu 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-2;3;3)$. Điểm $M(a;b;c)$ là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCM$, khi đó $P=a^2+b^2-c^2$ có giá trị bằng

A. 44.. B. 43.. C. 42.. D. 45.

Hướng dẫn giải

$M(x;y;z)$, $ABCM$ là hình bình hành thì

$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{cases} x-1=-2-2 \\ y-2=3+1 \\ z+1=3-3 \end{cases} \Rightarrow M(-3;6;-1) \Rightarrow \mathrm{P}=44$..

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-2;3;3)$. Tìm tọa độ điểm D là chân đường phân giác trong góc A của tam giác ABC

A. $D(0;1;3)$. B. $D(0;3;1)$. C. $D(0;-3;1)$. D. $D(0;3;-1)$.

Hướng dẫn giải

Ta có $AB=\sqrt{26}, AC=\sqrt{26}\Rightarrow$ tam giác ABC cân ở A nên D là trung điểm BC
$\Rightarrow \overrightarrow{DB}=-\overrightarrow{DC}\Rightarrow D(0;1;3)$.

Câu 24. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;3;5)$, $B(-4;3;2)$, $C(0;2;1)$. Tìm tọa độ điểm I tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

A. $I(-\frac{5}{3};\frac{8}{3};\frac{8}{3})$. B. $I(\frac{5}{3};\frac{8}{3};\frac{8}{3})$. C. $I(\frac{8}{3};\frac{5}{3};\frac{8}{3})$. D. $I(\frac{8}{3};\frac{8}{3};\frac{5}{3})$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $AB=BC=CA=3\sqrt{2}\Rightarrow \Delta ABC$ đều. Do đó tâm I của đường tròn ngoại tiếp ΔABC là trọng tâm của nó. Kết luận: $I\left(-\frac{5}{3};\frac{8}{3};\frac{8}{3}\right)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 vectơ $\vec{a}=(-1;1;0),\vec{b}=(1;1;0),\vec{c}=(1;1;1)$. Cho hình hộp $OABC.O'A'B'C'$ thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{OA}=\vec{a},\overrightarrow{OB}=\vec{b},\overrightarrow{OC'}=\vec{c}$. Thể tích của hình hộp nói trên bằng:

A. 2 B. 4 C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

Hướng dẫn giải

$\overrightarrow{OA}=\vec{a},\Rightarrow A(-1;1;0),\overrightarrow{OB}=\vec{b}\Rightarrow B(1;1;0),\overrightarrow{OC'}=\vec{c}\Rightarrow C'(1;1;1)$

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OC}\Rightarrow C(2;0;0)\Rightarrow \overrightarrow{CC'}=(-1;1;1)=\overrightarrow{OO'}\ \Rightarrow V_{OABC.O'A'B'C'}=\left|\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]\overrightarrow{OO'}\right|$

Câu 26. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho tọa độ 4 điểm $A(2;-1;1),B(1;0;0)$, $C(3;1;0),D(0;2;1)$. Cho các mệnh đề sau:

1) Độ dài $AB=\sqrt{2}$.
2) Tam giác BCD vuông tại B.
3) Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng 6.
Các mệnh đề đúng là:
A. 2). B. 3). C. 1); 3). D. 2), 1)

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}=(-1,1,0);\vec{b}=(1,1,0);\vec{c}=(1,1,1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng:

A. $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng. B. $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$.

C. $\cos\left(\vec{b},\vec{c}\right)=\frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $\vec{a}.\vec{b}=1$.

Hướng dẫn giải

$\left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=0$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$, biết $A(1;0;1)$, $B(-1;1;2)$, $C(-1;1;0)$, $D(2;-1;-2)$. Độ dài đường cao AH của tứ diện $ABCD$ bằng:

A. $\frac{1}{\sqrt{13}}$. B. $\frac{2}{\sqrt{13}}$. C. $\frac{\sqrt{13}}{2}$. D. $\frac{3\sqrt{13}}{13}$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng công thức $h = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}\right|} = \dfrac{1}{\sqrt{13}}$.

Câu 29. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ với I là trọng tâm của đáy ABC. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức đúng

A. $\overrightarrow{SI} = \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}\right)$. B. $\overrightarrow{SI} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}\right)$.

C. $\overrightarrow{SI} = \overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}$. D. $\overrightarrow{SI}+\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC} = \vec{0}$.

Hướng dẫn giải

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{SI} = \overrightarrow{SA}+\overrightarrow{AI}\\ \overrightarrow{SI} = \overrightarrow{SB}+\overrightarrow{BI}\\ \overrightarrow{SI} = \overrightarrow{SC}+\overrightarrow{CI}\end{array}\right\} \Rightarrow 3\overrightarrow{SI} = \overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SB}+\left(\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{CI}\right)$$

Vì I là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow \overrightarrow{AI}+\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{CI} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{SI} = \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}\right)$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1;0;0), B(0;1;0), C(0;0;1), D(-2;1;-1)$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. B. 3. C. 1. D. $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Thể tích tứ diện: $V_{ABCD} = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|$

VẬN DỤNG CAO

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = a, SC = 3a, \widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^0, \widehat{CSA} = 90^0$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Khi đó khoảng cách SG bằng

A. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$. D. $a\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức tổng quát: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a, SB = b, SC = c$ và có $\widehat{ASB} = \alpha, \widehat{BSC} = \beta, \widehat{CSA} = \gamma$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, khi đó

$$SG = \frac{1}{3}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 2ab\cos\alpha + 2ac\cos\gamma + 2bc\beta}$$

Chứng minh:

Ta có: $\overrightarrow{SG} = \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}\right)$

$$\left(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}\right)^2 = \overrightarrow{SA}^2 + \overrightarrow{SB}^2 + \overrightarrow{SC}^2 + 2\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SB} + 2\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SC} + 2\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{SC}$$

Khi đó $SG = \frac{1}{3}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 2ab\cos\alpha + 2ac\cos\gamma + 2bc\beta}$

Áp dụng công thức trên ta tính được $SG = \frac{a\sqrt{15}}{3}$

Câu 2. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;5;1), B(-2;-6;2), C(1;2;-1)$ và điểm $M(m;m;m)$, để $\left|\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{AC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì m bằng

A. 2. B. 3 . C. 1. D. 4.

Hướng dẫn giải

$\overrightarrow{AC}(-1;-3;-2), \overrightarrow{MB}(-2-m;-6-m;2-m)$

$$\left|\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{AC}\right| = \sqrt{m^2 + m^2 + (m-6)^2} = \sqrt{3m^2 - 12m + 36} = \sqrt{3(m-2)^2 + 24}$$

Để $\left|\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{AC}\right|$ nhỏ nhất thì $m = 2$

Câu 3. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;5;1), B(-2;-6;2), C(1;2;-1)$ và điểm $M(m;m;m)$, để $MA^2 - MB^2 - MC^2$ đạt giá trị lớn nhất thì m bằng

A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Hướng dẫn giải

$\overrightarrow{MA}(2-m;5-m;1-m), \overrightarrow{MB}(-2-m;-6-m;2-m), \overrightarrow{MC}(1-m;2-m;-1-m)$

$$MA^2 - MB^2 - MC^2 = -3m^2 - 24m - 20 = 28 - 3(m-4)^2 \le 28$$

Để $MA^2 - MB^2 - MC^2$ đạt giá trị lớn nhất thì $m = 4$