

Vậy chọn $\int_{-2}^2 f(x)dx = 0$.

Câu 32. Bài toán tính tích phân $I = \int_{-2}^1 (x+1)^2 dx$ được một học sinh giải theo ba bước sau:

I. Đặt ẩn phụ $t = (x+1)^2$, suy ra $dt = 2(x+1)dx$,

II. Từ đây suy ra $\frac{dt}{2(x+1)} = dx \Rightarrow \frac{dt}{2\sqrt{t}} = dx$. Đổi cận

x	-2	1
t	1	4

III. Vậy $I = \int_{-2}^1 (x+1)^2 dx = \int_1^4 \frac{t}{2\sqrt{t}} dt = \frac{1}{3} \sqrt{t^3} \Big|_1^4 = \frac{7}{3}$.

Học sinh này giải đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

A. Sai từ Bước II. B. Sai ở Bước III. C. Sai từ Bước I. D. Bài giải đúng.

Hướng dẫn giải

Khi đặt $t = (x+1)^2$ với $-2 \leq x \leq 1$ thì không suy ra $\sqrt{t} = x+1$ được, vì $x+1$ có thể bị âm khi $-2 \leq x \leq -1$.

Câu 33. Một học sinh được chỉ định lên bảng làm 4 bài toán tích phân. Mỗi bài giải đúng được 2,5 điểm, mỗi bài giải sai (sai kết quả hoặc sai bước tính nguyên hàm) được 0 điểm. Học sinh đã giải 4 bài toán đó như sau:

Bài	Đề bài	Bài giải của học sinh
1	$\int_0^1 e^{x^2} x dx$	$\int_0^1 e^{x^2} x dx = \frac{1}{2} \int_0^1 e^{x^2} d(x^2) = \frac{e^{x^2}}{2} \Big _0^1 = \frac{e-1}{2}$
2	$\int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx$	$\int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx = [\ln x^2 - x - 2]_0^1 = \ln 2 - \ln 2 = 0$
3	$\int_0^\pi \sin 2x \cos x dx$	Đặt $t = \cos x$, suy ra $dt = -\sin x dx$. Khi $x=0$ thì $t=1$; khi $x=\pi$ thì $t=-1$. Vậy $\int_0^\pi \sin 2x \cos x dx = 2 \int_0^\pi \sin x \cos^2 x dx = -2 \int_1^{-1} t^2 dt = \frac{2t^3}{3} \Big _{-1}^1 = \frac{4}{3}$
4	$\int_1^e \frac{1+(4-2e)\ln x}{x} dx$	$\int_1^e \frac{1+(4-2e)\ln x}{x} dx = \int_1^e [1+(4-2e)\ln x] d(\ln x) = [x + (4-2e)\ln^2 x]_1^e = 3 - e$

Số điểm mà học sinh này đạt được là bao nhiêu?

- A. 5,0 điểm. B. 2,5 điểm. C. 7,5 điểm. D. 10,0 điểm.

Hướng dẫn giải

Bài toán 2 giải sai. Cách giải đúng là

$$\int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx = \int_0^1 \frac{1}{(x+1)(x-2)} dx = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-2}{x+1} \right| \Big|_0^1 = -\frac{2}{3} \ln 2$$

Bài toán 4 ra kết quả đúng, nhưng cách tính nguyên hàm sai hoàn toàn. Lời giải đúng là:

$$\int_1^e \frac{1 + (4-2e) \ln x}{x} dx = \int_1^e [1 + (4-2e) \ln x] d(\ln x) = [\ln x + (2-e) \ln^2 x] \Big|_1^e = 3 - e$$

[Kinh nghiệm]

Kết quả đúng thì chưa chắc bài giải đúng.

Câu 34. Cho hai hàm số liên tục f và g liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi F và G lần lượt là một nguyên hàm của f và g trên đoạn $[a; b]$. Đẳng thức nào sau đây **luôn đúng**?

- A. $\int_a^b f(x)G(x)dx = [F(x)G(x)] \Big|_a^b - \int_a^b F(x)g(x)dx$.
- B. $\int_a^b f(x)G(x)dx = [F(x)g(x)] \Big|_a^b - \int_a^b F(x)G(x)dx$.
- C. $\int_a^b f(x)G(x)dx = [f(x)g(x)] \Big|_a^b - \int_a^b F(x)g(x)dx$.
- D. $\int_a^b f(x)G(x)dx = [F(x)G(x)] \Big|_a^b - \int_a^b f(x)g(x)dx$.

Câu 35. Tích phân $I = \int_{-2}^0 xe^{-x} dx$ có giá trị bằng

- A. $-e^2 - 1$. B. $3e^2 - 1$. C. $-e^2 + 1$. D. $-2e^2 + 1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

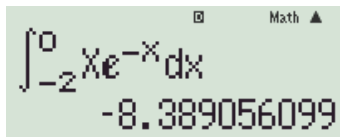
Sử dụng tích phân từng phần, ta được

$$I = \int_{-2}^0 xe^{-x} dx$$

$$= - \int_{-2}^0 x d(e^{-x}) = - \left[(xe^{-x}) \Big|_{-2}^0 - \int_{-2}^0 e^{-x} dx \right] = -(xe^{-x}) \Big|_{-2}^0 + \int_{-2}^0 e^{-x} dx = -(xe^{-x}) \Big|_{-2}^0 - (e^{-x}) \Big|_{-2}^0 = -e^2 - 1.$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Dùng máy tính tính $\int_{-2}^0 xe^{-x} dx$ như hình bên, thu được kết quả như hình bên. Loại được đáp án $3e^2 - 1$. Sau đó thử từng đáp án còn lại để tìm ra kết quả.



Câu 36. Ta đã biết công thức tích phân từng phần $\int_a^b F(x)g(x)dx = [F(x)G(x)]_a^b - \int_a^b f(x)G(x)dx$, trong đó F và G là các nguyên hàm của f và g . Trong các biến đổi sau đây, sử dụng công thức tích phân từng phần ở trên, biến đổi nào là **sai**?

- A. $\int_0^{\pi} x \sin x dx = (x \cos x) \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} \cos x dx$, trong đó $F(x) = x$, $g(x) = \sin x$.
- B. $\int_0^1 xe^x dx = (xe^x) \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx$, trong đó $F(x) = x$, $g(x) = e^x$.
- C. $\int_1^e (\ln x) x dx = \left(\frac{x^2}{2} \ln x \right) \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x dx$, trong đó $F(x) = \ln x$, $g(x) = x$.
- D. $\int_0^1 x 2^{x+1} dx = \left(x \frac{2^{x+1}}{\ln 2} \right) \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{2^{x+1}}{\ln 2} dx$, trong đó $F(x) = x$, $g(x) = 2^{x+1}$.

Câu 37. Tích phân $\int_0^{\pi} x \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) dx$ có giá trị bằng

- A. $-\frac{(\pi+2)\sqrt{2}}{2}$.
- B. $-\frac{(\pi-2)\sqrt{2}}{2}$.
- C. $\frac{(\pi+2)\sqrt{2}}{2}$.
- D. $\frac{(\pi-2)\sqrt{2}}{2}$.

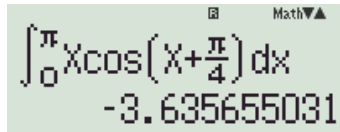
Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức tích phân từng phần, ta có

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi} x \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) dx &= \left[x \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right] \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) dx \\ &= \pi \sin \left(\frac{5\pi}{4} \right) + \left[\cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right] \Big|_0^{\pi} \\ &= -\frac{\pi\sqrt{2}}{2} + \cos \left(\frac{5\pi}{4} \right) - \cos \left(\frac{\pi}{4} \right) = -\frac{(\pi+2)\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Dùng máy tính tính $\int_0^{\pi} x \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) dx$ như hình bên, thu được kết quả như hình bên. Loại được các đáp án dương $\frac{(\pi+2)\sqrt{2}}{2}$ và $\frac{(\pi-2)\sqrt{2}}{2}$. Sau đó thử từng đáp án còn lại để tìm ra kết quả.



```
Math
\int_0^{\pi} x \cos(x + \frac{\pi}{4}) dx
-3.635655031
```

Câu 38. Cho hai hàm số liên tục f và g có nguyên hàm lần lượt là F và G trên đoạn $[0; 2]$. Biết rằng $F(0) = 0$, $F(2) = 1$, $G(0) = -2$, $G(2) = 1$ và $\int_0^2 F(x)g(x)dx = 3$. Tích phân $\int_0^2 f(x)G(x)dx$ có giá trị bằng

- A. -2 . B. 0 . C. 3 . D. -4 .

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức tích phân từng phần, ta có

$$\begin{aligned} \int_0^2 f(x)G(x)dx &= [F(x)G(x)]_0^2 - \int_0^2 F(x)g(x)dx \\ &= F(2)G(2) - F(0)G(0) - \int_0^2 F(x)g(x)dx \\ &= 1 \times 1 - 0 \times (-2) - 3 \\ &= -2. \end{aligned}$$

Câu 39. Cho hai hàm số liên tục f và g có nguyên hàm lần lượt là F và G trên đoạn $[1; 2]$. Biết rằng $F(1) = 1$, $F(2) = 4$, $G(1) = \frac{3}{2}$, $G(2) = 2$ và $\int_1^2 f(x)G(x)dx = \frac{67}{12}$. Tích phân $\int_1^2 F(x)g(x)dx$ có giá trị bằng

- A. $\frac{11}{12}$. B. $-\frac{145}{12}$. C. $-\frac{11}{12}$. D. $\frac{145}{12}$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức tích phân từng phần, ta có

$$\begin{aligned} \int_1^2 F(x)g(x)dx &= [F(x)G(x)]_1^2 - \int_1^2 f(x)G(x)dx \\ &= F(2)G(2) - F(1)G(1) - \int_1^2 f(x)G(x)dx \\ &= 4 \times 2 - 1 \times \frac{3}{2} - \frac{67}{12} \\ &= \frac{11}{12}. \end{aligned}$$

C. $3 + 5\ln 2 - 7\ln 3$.

D. $5\ln 2 - 6\ln 3$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Ta có $I = \int_1^2 \left(1 + \frac{16}{x-4} - \frac{9}{x-3} \right) dx = (x + 16\ln|x-4| - 9\ln|x-3|) \Big|_1^2 = 1 + 25\ln 2 - 16\ln 3$.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Bấm máy tính

$$\int_1^2 \frac{x^2}{x^2 - 7x + 12} dx - (1 + 25\ln 2 - 16\ln 3)$$

được đáp số là 0.

Câu 43. Tích phân $I = \int_1^2 x^5 dx$ có giá trị bằng

A. $\frac{21}{2}$.

B. $\frac{32}{3}$.

C. $\frac{16}{3}$.

D. $\frac{19}{3}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Ta có $I = \int_1^2 x^5 dx = \frac{x^6}{6} \Big|_1^2 = \frac{21}{2}$.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Dùng máy tính như hình bên, thu được giá trị $\frac{21}{2}$.



The image shows a calculator screen with the expression $\int_1^2 x^5 dx$ entered. The result $\frac{21}{2}$ is displayed on the right side of the screen.

Câu 44. Tích phân $I = \int_0^1 \frac{xdx}{(x+1)^3}$ có giá trị bằng

A. $\frac{1}{8}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $-\frac{1}{7}$.

D. 12.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Ta có $\frac{x}{(x+1)^3} = \frac{x+1-1}{(x+1)^3} = (x+1)^{-2} - (x+1)^{-3} \Rightarrow I = \int_0^1 [(x+1)^{-2} - (x+1)^{-3}] dx = \frac{1}{8}$.

[Phương pháp trắc nghiệm]