

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

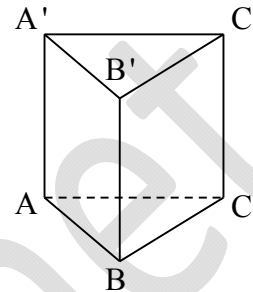
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

$$\begin{cases} h = a \\ S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \end{cases} \Rightarrow V = h.S = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$$



Câu 23. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình chữ nhật, $A'A = A'B = A'D$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $AA' = 2a$.

A. $3a^3$.

B. a^3 .

C. $a^3\sqrt{3}$.

D. $3a^3\sqrt{3}$.

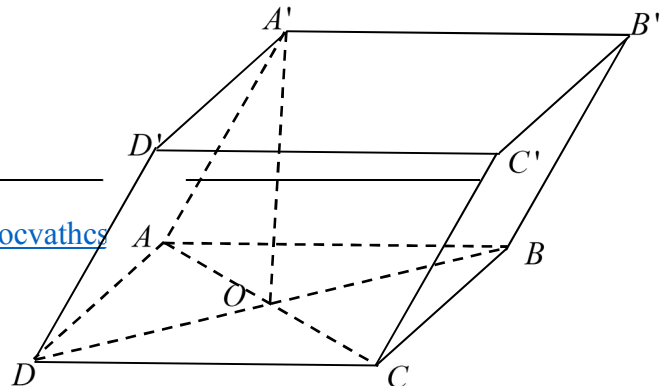
Hướng dẫn giải:

Gọi O là giao điểm của AC và BD .

$ABCD$ là hình chữ nhật $\Rightarrow OA = OB = OD$

Mà $A'A = A'B = A'D$

nên $A'O \perp (ABD)$ (vì $A'O$ là trục tam giác ABD)



ΔABD vuông tại A

$$\Rightarrow BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2a$$

$$\Rightarrow OA = OB = OD = a$$

$\Delta AA'O$ vuông tại O

$$\Rightarrow A'O = \sqrt{AA'^2 - AO^2} = a\sqrt{3}$$

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD = a^2\sqrt{3}$$

$$V_{ABCD A'B'C'D'} = A'O \cdot S_{ABCD} = 3a^3.$$

Câu 24. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có ABC là tam giác vuông tại A . Hình chiếu của A' lên (ABC) là trung điểm của BC . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $AA' = 2a$.

A. $\frac{3a^3}{2}$.

B. $\frac{a^3}{2}$.

C. $a^3\sqrt{3}$.

D. $3a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi H là trung điểm của BC

$$\Rightarrow A'H \perp (ABC).$$

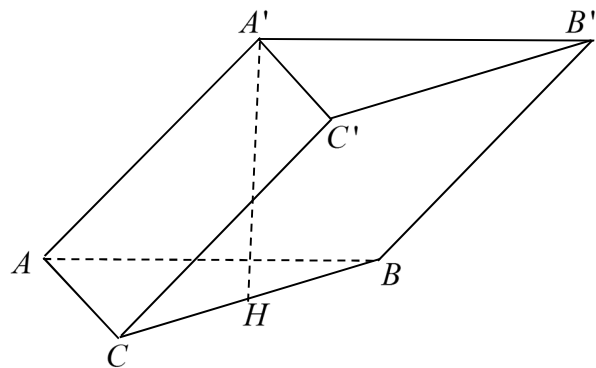
ABC là tam giác vuông tại A

$$\Rightarrow BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a$$

$$\Rightarrow AH = \frac{1}{2}BC = a$$

$\Delta A'AH$ vuông tại H

$$\Rightarrow A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = a\sqrt{3}$$



$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$$

$$V_{ABCA'B'C'} = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{3a^3}{2}.$$

- Câu 25.** Cho lăng trụ $ABCD A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình thoi. Hình chiếu của A' lên $(ABCD)$ là trọng tâm của tam giác ABD . Tính thể tích khối lăng trụ $ABCA'B'C'$ biết $AB = a$, $\widehat{ABC} = 120^\circ$, $AA' = a$.
- A. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$. D. $a^3 \sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi H là trọng tâm của tam giác ABD

$$\Rightarrow A'H \perp (ABCD).$$

Ta có: $\widehat{BAD} = 180^\circ - \widehat{ABC} = 60^\circ$.

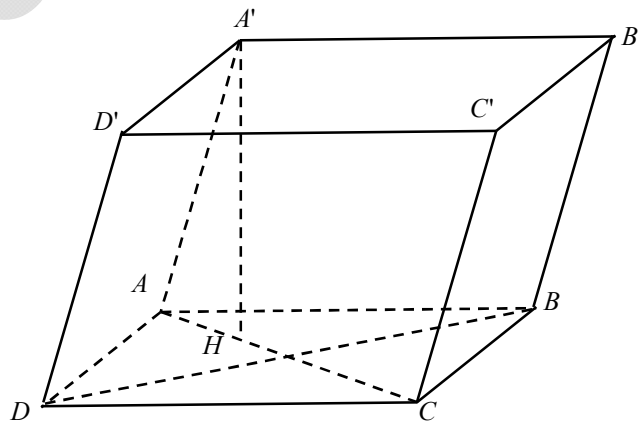
Tam giác ABD cân có $\widehat{BAD} = 60^\circ$

nên tam giác ABD đều.

ABD là tam giác đều cạnh a

$$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$\Delta A'AH$ vuông tại H



$$\Rightarrow A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$S_{ABCD} = 2S_{ABD} = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$V_{ABCD A'B'C'D'} = A'H \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$$

Câu 26. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Tính tỉ số $\frac{V_{ABB'C'}}{V_{ABCA'B'C'}}$.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $BB'C'C$ là hình bình hành

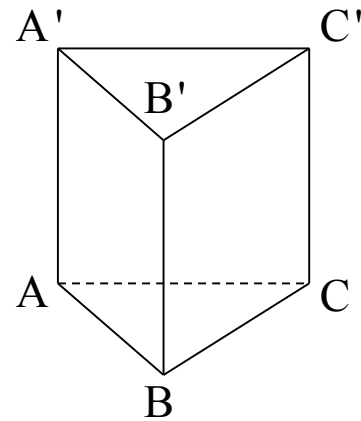
$$\Rightarrow S_{BB'C'} = \frac{1}{2}S_{BB'C'C}$$

$$\Rightarrow V_{A.BB'C'} = \frac{1}{2}V_{A.BB'C'C}$$

Ta có: $V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}V_{ABCA'B'C'}$

$$\Rightarrow V_{A.BB'C'C} = V_{ABCA'B'C'} - V_{A.A'B'C'} = \frac{2}{3}V_{ABCA'B'C'}$$

$$\Rightarrow V_{ABB'C'} = \frac{1}{3}V_{ABCA'B'C'} \Rightarrow \frac{V_{ABB'C'}}{V_{ABCA'B'C'}} = \frac{1}{3}$$



Câu 27. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Thể tích khối tứ diện $A'BB'C'$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

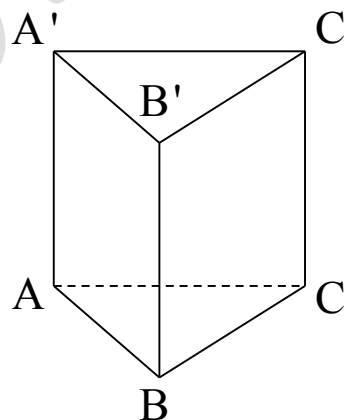
C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3}{12}$.

Hướng dẫn giải:

$$\begin{cases} h = BB' = a \\ S_{A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{A'BB'C'} = \frac{1}{3} BB' \cdot S_{A'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$



Câu 28. Lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy tam giác đều cạnh a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 30° . Hình chiếu A' lên (ABC) là trung điểm I của BC . Thể tích khối lăng trụ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

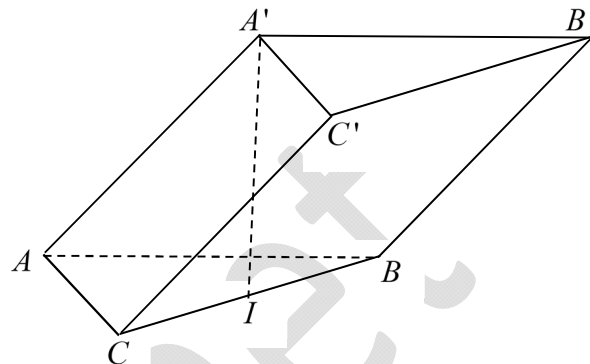
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải:

$$\begin{cases} A'I = AI \cdot \tan(30^\circ) = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a}{2} \\ S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$
$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = A'I \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$$

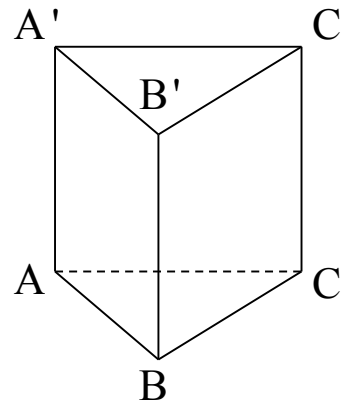


Câu 29. Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $BC = 2a$, $AB = a$. Mặt bên $(BB'C'C)$ là hình vuông. Khi đó thể tích lăng trụ là:

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $a^3\sqrt{2}$. C. $2a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải:

$$\begin{cases} h = BB' = 2a \\ AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a\sqrt{3} \end{cases}$$
$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$
$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = BB' \cdot S_{ABC} = a^3\sqrt{3}$$



Câu 30. Cho lăng trụ $ABCA'B'C'$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của CC' và BB' . Tính tỉ số

$$\frac{V_{ABCMN}}{V_{ABCA'B'C'}}$$

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Ta có: $BB'C'C$ là hình bình hành

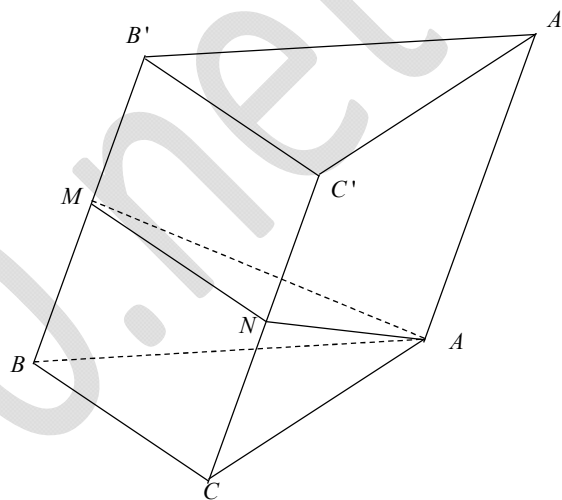
$$\Rightarrow S_{BCMN} = \frac{1}{2} S_{BB'C'C}$$

$$\Rightarrow V_{A.BCMN} = \frac{1}{2} V_{A.BB'C'C}$$

Ta có: $V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3} V_{ABCA'B'C'}$

$$\Rightarrow V_{A.BB'C'C} = V_{ABCA'B'C'} - V_{A.A'B'C'} = \frac{2}{3} V_{ABCA'B'C'}$$

$$\Rightarrow V_{A.BCMN} = \frac{1}{3} V_{ABCA'B'C'} \Rightarrow \frac{V_{A.BCMN}}{V_{ABCA'B'C'}} = \frac{1}{3}$$



Câu 31. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Tỉ số thể tích giữa khối chóp $A'.ABC$ và khối lăng trụ đó là:

A. $\frac{1}{3}$.

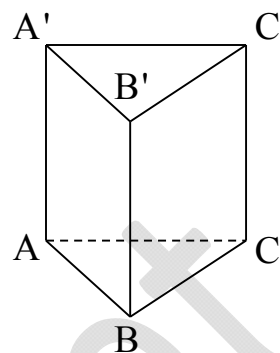
B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải:

$$V_{A'ABC} = \frac{1}{3} AA' \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'}$$
$$\Rightarrow \frac{V_{A'ABC}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{3}$$



Câu 32. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tỉ số thể tích giữa khối $A'.ABD$ và khối lập phương là:

A. $\frac{1}{6}$.

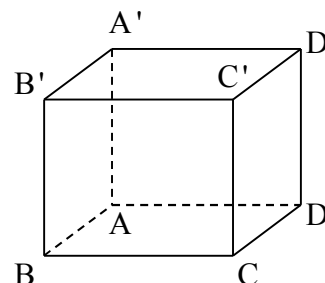
B. $\frac{1}{8}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải:

$$V_{A'.ABD} = \frac{1}{3} AA' \cdot S_{ABD}$$
$$= \frac{1}{3} AA' \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AD = \frac{1}{6} AA' \cdot S_{ABCD}$$
$$= \frac{1}{6} V_{ABCD.A'B'C'D'}$$
$$\Rightarrow \frac{V_{A'.ABD}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{1}{6}$$



Chủ đề 7.4. KHỐI ĐA DIỆN VÀ THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

B. BÀI TẬP

VẬN DỤNG THẤP

Câu 1. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng h , góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng α . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo h và α .

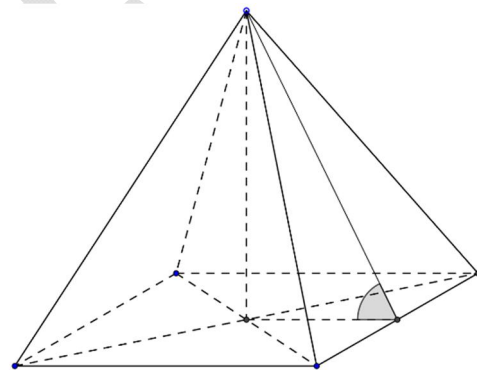
- A. $\frac{4h^3}{3 \tan^2 \alpha}$. B. $\frac{3h^3}{4 \tan^2 \alpha}$. C. $\frac{8h^3}{3 \tan^2 \alpha}$. D. $\frac{3h^3}{8 \tan^2 \alpha}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi O là tâm của mặt đáy thì $SO \perp mp(ABCD)$. Từ đó, SO là đường cao của hình chóp. Gọi M là trung điểm đoạn CD .

Ta có:

$$\begin{cases} CD \perp SM \subset (SCD) \\ CD \perp OM \subset (ABCD) \Rightarrow \widehat{SMO} = \alpha. \\ CD = (SCD) \cap (ABCD) \end{cases}$$



$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO.$$

$$B = S_{ABCD} = AB^2$$

$$\text{Tìm } AB: AB = 2OM$$

$$\text{Tam giác } SOM \text{ vuông tại } O, \text{ ta có: } \tan \alpha = \frac{SO}{OM} = \frac{h}{OM} \Rightarrow OM = \frac{h}{\tan \alpha}.$$

$$\Rightarrow AB = \frac{2h}{\tan \alpha}. \text{ Suy ra: } B = S_{ABCD} = \frac{4h^2}{\tan^2 \alpha}. SO = h.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4h^2}{\tan^2 \alpha} \cdot h = \frac{4h^3}{3 \tan^2 \alpha}.$$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh SB vuông góc với đáy và mặt phẳng (SAD) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AD \perp AB \\ AD \perp SB \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB)$$

$$\Rightarrow AD \perp SA.$$

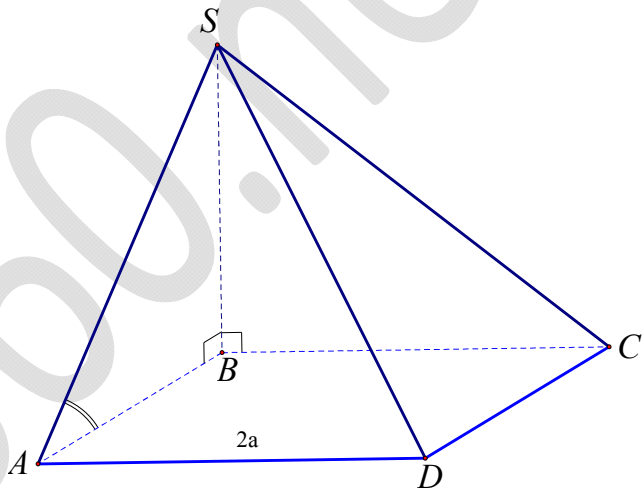
$$\Rightarrow \widehat{SAB} = 60^\circ.$$

$$S_{ABCD} = 4a^2.$$

Xét tam giác SAB tại vuông tại B , ta có:

$$SB = AB \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot 4a^2 \cdot 2a\sqrt{3} = \frac{8a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Câu 3. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = a$, mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy một góc 30° và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng $a^2\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Hướng dẫn giải: