

NHÓM 8.2 : PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

III. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM :

NHẬN BIẾT_THÔNG HIỂU

Câu 1. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu ?

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x = 0$.

B. $x^2 + y^2 - z^2 + 2x - y + 1 = 0$.

C. $2x^2 + 2y^2 = (x + y)^2 - z^2 + 2x - 1$.

D. $(x + y)^2 = 2xy - z^2 - 1$.

Hướng dẫn giải:

Phương trình mặt cầu (S) có hai dạng là:

$$(1) (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2;$$

$$(2) x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \text{ với } a^2 + b^2 + c^2 - d > 0.$$

Từ đây ta có dấu hiệu nhận biết nhanh chóng, hoặc thực hiện phép biến đổi đưa phương trình cho trước về một trong hai dạng trên.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 2. Phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình mặt cầu ?

A. $2x^2 + 2y^2 = (x + y)^2 - z^2 + 2x - 1$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 1 = 0$.

D. $(x + y)^2 = 2xy - z^2 + 1 - 4x$.

Hướng dẫn giải:

Phương trình mặt cầu (S) có hai dạng là :

$$(1) (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2;$$

$$(2) x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \text{ với } a^2 + b^2 + c^2 - d > 0.$$

Từ đây ta có dấu hiệu nhận biết nhanh chóng, hoặc thực hiện phép biến đổi đưa phương trình cho trước về một trong hai dạng trên.

Phương trình ở các đáp án B, C, D đều thỏa mãn điều kiện phương trình mặt cầu. Ví dụ :

$$(x + y)^2 = 2xy - z^2 + 1 - 4x \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 1 = 0.$$

Lựa chọn đáp án A.

Câu 3. Phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình mặt cầu ?

A. $(x-1)^2 + (2y-1)^2 + (z-1)^2 = 6$.

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 6$.

C. $(2x-1)^2 + (2y-1)^2 + (2z+1)^2 = 6$.

D. $(x + y)^2 = 2xy - z^2 + 3 - 6x$.

Group: <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathes/>

Hướng dẫn giải:

Phương trình mặt cầu (S) có hai dạng là:

$$(1) (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2;$$

$$(2) x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \text{ với } a^2 + b^2 + c^2 - d > 0.$$

Từ đây ta có dấu hiệu nhận biết nhanh chóng, hoặc thực hiện phép biến đổi đưa phương trình cho trước về một trong hai dạng trên.

Phương trình ở các đáp án B, C, D đều thỏa mãn điều kiện phương trình mặt cầu. Ví dụ :

$$C. (2x-1)^2 + (2y-1)^2 + (2z+1)^2 = 6 \Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(y-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(z+\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{2}.$$

$$D. (x+y)^2 = 2xy - z^2 + 3 - 6x \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 3 = 0.$$

Lựa chọn đáp án A.

Câu 4. Cho các phương trình sau:

$$(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 1$$

$$x^2 + (2y-1)^2 + z^2 = 4$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 1 = 0$$

$$(2x+1)^2 + (2y-1)^2 + 4z^2 = 16.$$

Số phương trình là phương trình mặt cầu là:

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Hướng dẫn giải:

$$\text{Ta có: } (2x+1)^2 + (2y-1)^2 + 4z^2 = 16 \Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(y-\frac{1}{2}\right)^2 + z^2 = 4$$

$$(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 1 \text{ là phương trình của một mặt cầu.}$$

Lựa chọn đáp án A.

Câu 5. Mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$ có tâm là:

A. $I(1; -2; 0)$.

B. $I(-1; 2; 0)$.

C. $I(1; 2; 0)$.

D. $I(-1; -2; 0)$.

Hướng dẫn giải:

Phương trình mặt cầu (S) có dạng $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ có tâm $I(a; b; c)$, bán kính R .

Lựa chọn đáp án A.

Câu 6. Mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 1 = 0$ có tâm là:

- A. $I(4; -1; 0)$. B. $I(-4; 1; 0)$. C. $I(-8; 2; 0)$. D. $I(8; -2; 0)$.

Hướng dẫn giải:

Phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$, có tâm $I(a; b; c)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 7. Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 1 = 0$ có tọa độ tâm và bán kính R là:

- A. $I(2; 0; 0)$, $R = \sqrt{3}$. B. $I(2; 0; 0)$, $R = 3$.
C. $I(0; 2; 0)$, $R = \sqrt{3}$. D. $I(-2; 0; 0)$, $R = \sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:

Phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$, có tâm $I(a; b; c)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 8. Phương trình mặt cầu có tâm $I(-1; 2; -3)$, bán kính $R = 3$ là:

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 3$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$.

Hướng dẫn giải:

Mặt cầu có tâm $I(-1; 2; -3)$, bán kính $R = 3$ có phương trình: $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 9. Mặt cầu $(S): (x+y)^2 = 2xy - z^2 + 1 - 4x$ có tâm là:

- A. $I(-2; 0; 0)$. B. $I(4; 0; 0)$. C. $I(-4; 0; 0)$. D. $I(2; 0; 0)$.

Hướng dẫn giải:

Biến đổi $(x+y)^2 = 2xy - z^2 + 1 - 4x \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 1 = 0$.

Vậy mặt cầu có tâm $I(-2; 0; 0)$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 10. Đường kính của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$ bằng:

- A. 4. B. 2. D. 8. D. 16.

Hướng dẫn giải:

Mặt cầu (S) có bán kính $R = 2$ suy ra đường kính có độ dài $2R = 4$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 11. Mặt cầu có phương trình nào sau đây có tâm là $I(-1;1;0)$?

- A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 1 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y = 0$.
C. $2x^2 + 2y^2 = (x + y)^2 - z^2 + 2x - 1 - 2xy$. D. $(x + y)^2 = 2xy - z^2 + 1 - 4x$.

Hướng dẫn giải:

Phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$, có tâm $I(a; b; c)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 12. Mặt cầu $(S): 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 12y + 2 = 0$ có bán kính bằng:

- A. $\sqrt{\frac{13}{3}}$. B. $\frac{2\sqrt{7}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{21}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{7}}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Biến đổi $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 12y + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + \frac{2}{3} = 0$ có tâm $I\left(1; -\frac{4}{3}; 0\right)$, bán kính

$$R = \sqrt{\frac{13}{3}}.$$

Lựa chọn đáp án A.

Câu 13. Gọi I là tâm mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4$. Độ dài $|\overline{OI}|$ (O là gốc tọa độ) bằng:

- A. 2. B. 4. C. 1. D. $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải:

Mặt cầu (S) có tâm $I(0; 0; 2) \Rightarrow \overline{OI} = (0; 0; 2) \Rightarrow |\overline{OI}| = 2$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 14. Phương trình mặt cầu có bán kính bằng 3 và tâm là giao điểm của ba trục tọa độ ?

- A. $x^2 + y^2 + z^2 = 9$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 6y = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 6z = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x = 0$.

Hướng dẫn giải:

Mặt cầu tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R=3$ có phương trình: $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 15. Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 10y + 3z + 1 = 0$ đi qua điểm có tọa độ nào sau đây ?

- A. $(2;1;9)$. B. $(3;-2;-4)$. C. $(4;-1;0)$. D. $(-1;3;-1)$.

Hướng dẫn giải:

Lần lượt thay tọa độ các điểm vào phương trình mặt cầu. Tọa độ điểm nào thỏa mãn phương trình thì điểm đó thuộc mặt cầu.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 16. Mặt cầu tâm $I(-1;2;-3)$ và đi qua điểm $A(2;0;0)$ có phương trình:

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 22$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 11$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 22$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 22$.

Hướng dẫn giải:

Ta có : $\overline{IA} = (3; -2; 3) \Rightarrow IA = \sqrt{22}$.

Vậy $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 22$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 17. Cho hai điểm $A(1;0;-3)$ và $B(3;2;1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - y + z - 6 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z + 6 = 0$.

Hướng dẫn giải:

Ta có $\overline{AB} = (2; 2; 4) \Rightarrow AB = 2\sqrt{6}$. Mặt cầu đường kính AB có tâm I là trung điểm AB nên $I(2;1;-1)$, bán kính $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{6}$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 18. Nếu mặt cầu (S) đi qua bốn điểm $M(2;2;2)$, $N(4;0;2)$, $P(4;2;0)$ và $Q(4;2;2)$ thì tâm I của (S) có tọa độ là:

- A. $(1;2;1)$. B. $(3;1;1)$. C. $(1;1;1)$. D. $(-1;-1;0)$.

Hướng dẫn giải:

Gọi phương trình mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0, (a^2 + b^2 + c^2 - d > 0)$.

$$\text{Do } M(2;2;2) \in (S) \Leftrightarrow -4a - 4b + 4c + d = -12 \quad (1)$$

$$N(4;0;2) \in (S) \Leftrightarrow -8a - 4c + d = -20 \quad (2)$$

$$P(4;2;0) \in (S) \Leftrightarrow -8a - 4b + d = -20 \quad (3)$$

$$Q(4;2;2) \in (S) \Leftrightarrow -8a - 4b - 4c + d = -24 \quad (4)$$

Giải hệ (1), (2), (3), (4) ta có $a = 1, b = 2, c = 1, d = -8$, suy ra mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;1)$

Lựa chọn đáp án A.

Câu 19. Bán kính mặt cầu đi qua bốn điểm $M(1;0;1), N(1;0;0), P(2;1;0)$ và $Q(1;1;1)$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. 1.

D. $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$. Do (S) đi qua bốn điểm M, N, P, Q nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -2a - 2c + d = -2 \\ -2a + d = -1 \\ -4a - 2b + d = -5 \\ -2a - 2b - 2c + d = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = \frac{1}{2} \\ c = \frac{1}{2} \\ d = 2 \end{cases} \text{ . Vậy } R = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} - 2 = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Lựa chọn đáp án A.

Câu 20. Cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 4 = 0$ và 4 điểm $M(1;2;0), N(0;1;0), P(1;1;1), Q(1;-1;2)$. Trong bốn điểm đó, có bao nhiêu điểm **không** nằm trên mặt cầu (S) ?

A. 4 điểm.

B. 2 điểm.

C. 1 điểm.

D. 3 điểm.

Hướng dẫn giải:

Lần lượt thay tọa độ các điểm M, N, P, Q vào phương trình mặt cầu (S) , ta thấy chỉ có tọa độ điểm Q thỏa mãn.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 21. Mặt cầu (S) tâm $I(-1;2;-3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x+2y+2z+1=0$ có phương trình:

- A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=\frac{4}{9}$. B. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=\frac{4}{9}$.
C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=\frac{4}{3}$. D. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=\frac{16}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Mặt cầu (S) tâm I , tiếp xúc với mặt phẳng $(P) \Leftrightarrow d(I;(P))=R \Leftrightarrow R=\frac{2}{3}$. Áp dụng công thức phương trình chính tắc của $(S): (x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=\frac{4}{9}$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 22. Phương trình mặt cầu nào dưới đây có tâm $I(2;1;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x+2y+2z+2=0$?

- A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=16$. B. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$.
C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$. D. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9$.

Hướng dẫn giải:

Do mặt cầu $S(I;R)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P) \Leftrightarrow d(I;(P))=R \Leftrightarrow R=4$. Áp dụng công thức phương trình chính tắc của $(S): (x-2)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=16$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 23. Mặt cầu (S) tâm $I(3;-3;1)$ và đi qua $A(5;-2;1)$ có phương trình:

- A. $(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=5$. B. $(x-5)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=5$.
C. $(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=\sqrt{5}$. D. $(x-5)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải:

- Bán kính mặt cầu là: $R=IA=\sqrt{2^2+1^2+0^2}=\sqrt{5}$
- Vậy phương trình của mặt cầu là: $(S): (x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=5$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 24. Phương trình mặt cầu có đường kính AB với $A(1;3;2), B(3;5;0)$ là:

- A. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=3$. B. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=2$.

C. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z+1)^2 = 2$.

D. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z+1)^2 = 3$.

Hướng dẫn giải:

• Trung điểm của đoạn thẳng AB là $I(2;4;1)$, $AB = \sqrt{2^2 + 2^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{3}$

• Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(2;4;1)$, bán kính $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{3}$

• Vậy phương trình của mặt cầu là $(S): (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9$

[Phương pháp trắc nghiệm]

• Ta có: $2R = AB = \sqrt{2^2 + 2^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow R = \sqrt{3}$.

\Rightarrow Các đáp án B và C bị loại.

• Với đáp án D thì: $(1+2)^2 + (3+4)^2 + (2+1)^2 = 3 \Leftrightarrow 67 = 3 \Rightarrow A \notin (S)$

\Rightarrow Đáp án D bị loại.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 25. Cho $I(1;2;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y+z-1=0$. Mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) , có phương trình là:

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 3$.

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+4)^2 = 1$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 4$.

Hướng dẫn giải:

• Bán kính mặt cầu là: $R = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 4 - 1|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 3$.

• Phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 3$.

Lựa chọn đáp án A.

HẾT

NHÓM 8.2 : PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

III. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM :

VẬN DỤNG

Câu 1. Cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}$ và điểm $A(5;4;-2)$. Phương trình mặt cầu đi qua điểm A và có tâm là giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) là:

- A. (S): $(x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 65$. B. (S): $(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$.
C. (S): $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 64$. D. (S): $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 65$.

Hướng dẫn giải:

- (Oxy): $z = 0$
- Tâm I là giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) $\Rightarrow I \in d \Rightarrow I(t; 1+2t; -1-t)$
- $I \in (Oxy) \Rightarrow -1-t = 0 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow I(-1; -1; 0) \Rightarrow \overline{IA} = (6; 5; -2)$
- Bán kính mặt cầu là: $R = IA = \sqrt{6^2 + 5^2 + (-2)^2} = \sqrt{65}$
- Vậy phương trình của mặt cầu là (S): $(x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 65$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 2. Cho ba điểm $A(6; -2; 3)$, $B(0; 1; 6)$, $C(2; 0; -1)$, $O(4; 1; 0)$. Khi đó mặt cầu ngoại tiếp tứ diện OABC có phương trình là:

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 3 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z - 3 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y - 3z - 3 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - y + 3z - 3 = 0$.

Hướng dẫn giải:

- Phương mặt cầu (S) có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2Ax - 2By - 2Cz + D = 0$, ta có :

$$\begin{cases} A(6; -2; 3) \in (S) \\ B(0; 1; 6) \in (S) \\ C(2; 0; -1) \in (S) \\ D(4; 1; 0) \in (S) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 49 - 12A + 4B - 6C + D = 0 \quad (1) \\ 37 - 2B - 12C + D = 0 \quad (2) \\ 5 - 4A + 2C + D = 0 \quad (3) \\ 17 - 8A - 2B + D = 0 \quad (4) \end{cases}$$

- Lấy (1)-(2); (2)-(3); (3)-(4) ta được hệ:

$$\begin{cases} -12A + 6B + 6C = -12 \\ 4A - 2B - 14C = -32 \\ 4A + 2B + 2C = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 2 \\ B = -1 \\ C = 3 \end{cases} \Rightarrow D = -3$$

- Vậy phương trình mặt cầu là: $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 3 = 0$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 3. Cho ba điểm $A(2; 0; 1)$, $B(1; 0; 0)$, $C(1; 1; 1)$ và mặt phẳng (P): $x + y + z - 2 = 0$. Phương trình mặt cầu đi qua ba điểm A, B, C và có tâm thuộc mặt phẳng (P) là:

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z + 1 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - x - 2y + 1 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 1 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - x + 2z + 1 = 0$.

Hướng dẫn giải:

- Phương mặt cầu (S) có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2Ax - 2By - 2Cz + D = 0$, ta có :

$$\begin{cases} A(2;0;1) \in (S) \\ B(1;0;0) \in (S) \\ C(1;1;1) \in (S) \\ I \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4A & -2C + D = -5 & (1) \\ -2A & & + D = -1 & (2) \\ -2A - 2B - 2C + D = -3 & (3) \\ A + B + C = 2 & (4) \end{cases}$$

- Lấy (1)-(2); (2)-(3); kết hợp (4) ta được hệ:

$$\begin{cases} -2A - 2C = -4 \\ 2B + 2C = 2 \\ A + B + C = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 1 \\ B = 0 \\ C = 1 \end{cases} \Rightarrow D = 1.$$

- Vậy phương trình mặt cầu là : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z + 1 = 0$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 4. Phương trình mặt cầu tâm $I(1; -2; 3)$ và tiếp xúc với trục Oy là:

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 8$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Hướng dẫn giải:

- Gọi M là hình chiếu của $I(1; -2; 3)$ lên Oy , ta có $M(0; -2; 0)$.
- $\overline{IM} = (-1; 0; -3) \Rightarrow R = IM = \sqrt{10}$ là bán kính mặt cầu cần tìm.
- Vậy phương trình mặt cầu là : $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 5. Cho các điểm $A(-2; 4; 1)$, $B(2; 0; 3)$ và đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$. Gọi (S) là mặt cầu đi qua

A, B và có tâm thuộc đường thẳng d . Bán kính mặt cầu (S) bằng:

A. $3\sqrt{3}$. B. $\sqrt{6}$. C. 3. D. $2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:

- Tâm $I \in d \Rightarrow I(1+t; 1+2t; -2+t)$.

• $\overline{AI} = (3+t; -3+2t; -3+t); \overline{BI} = (-1+t; 1+2t; -5+t)$

• Vì (S) đi qua A, B nên ta có

$$IA = IB \Leftrightarrow IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (3+t)^2 + (-3+2t)^2 + (-3+t)^2 = (-1+t)^2 + (1+2t)^2 + (-5+t)^2$$
$$\Leftrightarrow 4t = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow \overline{IA} = (3; -3; -3)$$

• Vậy bán kính mặt cầu (S) : $R = IA = \sqrt{3^2 + (-3)^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{3}$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 6. Cho điểm $A(1; -2; 3)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$. Phương trình mặt cầu tâm A , tiếp xúc với d là:

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 50$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 5$.
- C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{50}$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 50$.

Hướng dẫn giải:

• $d(A, d) = \frac{|\overline{BA}, \vec{a}|}{|\vec{a}|} = \frac{|\overline{BA}, \vec{a}|}{\sqrt{4+1+1}} = 5\sqrt{2}$. Trong đó $B(-1; 2; -3) \in d$

• Phương trình mặt cầu tâm $A(1; -2; 3)$, bán kính $R = 5\sqrt{2}$ là

$$(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 50.$$

Lựa chọn đáp án A.

Câu 7. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 2 = 0$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm nằm trên đường thẳng d có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với (P) và đi qua điểm $A(1; -1; 1)$ là:

- A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 1$. B. $(x-4)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$.
- C. $(x+2)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 1$. D. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$.

Hướng dẫn giải:

• Gọi I là tâm của (S) .

$$I \in d \Rightarrow I(1+3t; -1+t; t). \text{ Bán kính } R = IA = \sqrt{11t^2 - 2t + 1}.$$

• Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) nên $d(I, (P)) = \frac{|5t+3|}{3} = R$.

$$\Leftrightarrow 37t^2 - 24t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 & \Rightarrow R = 1 \\ t = \frac{24}{37} & \Rightarrow R = \frac{77}{37} \end{cases}$$

Vì (S) có bán kính nhỏ nhất nên chọn $t = 0, R = 1$. Suy ra $I(1; -1; 0)$.

• Vậy phương trình mặt cầu (S) : $(x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 1$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 8. Phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 2; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 10 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z - 10 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 10 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z - 10 = 0$.

Hướng dẫn giải:

• Gọi M là hình chiếu của $I(1; 2; 3)$ lên mặt phẳng (Oxz) , ta có: $M(1; 0; 3)$.

• $\overline{IM} = (0; -2; 0) \Rightarrow R = IM = 2$ là bán kính mặt cầu cần tìm.

• Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$

$$\text{Hay } x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 10 = 0.$$

Lựa chọn đáp án A.

Câu 9. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu tâm $I(1; -3; 2)$ tại điểm $M(7; -1; 5)$ có phương trình là:

A. $6x + 2y + 3z - 55 = 0$.

B. $3x + y + z - 22 = 0$.

C. $6x + 2y + 3z + 55 = 0$.

D. $3x + y + z + 22 = 0$.

Hướng dẫn giải:

• Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -3; 2)$

• Vì mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm M nên mặt phẳng (P) qua $M(7; -1; 5)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \overline{IM} = (6; 2; 3)$

• Vậy phương trình mặt phẳng (P) : $6x + 2y + 3z - 55 = 0$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 10. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với (α) có phương trình là:

A. $4x + 3y - 12z + 78 = 0$ hoặc $4x + 3y - 12z - 26 = 0$.

B. $4x + 3y - 12z - 78 = 0$ hoặc $4x + 3y - 12z + 26 = 0$.

Group: <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathes/>

C. $4x + 3y - 12z - 26 = 0$.

D. $4x + 3y - 12z + 78 = 0$.

Hướng dẫn giải:

• Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2 + 2} = 4$

• Gọi (β) là mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với (α) .

• Vì $(\beta) // (\alpha) \Rightarrow (\beta): 4x + 3y - 12z + D = 0$ ($D \neq 10$)

• Mặt phẳng (β) tiếp xúc với mặt cầu $(S) \Leftrightarrow d(I, (\beta)) = R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 - 12 \cdot 3 + D|}{\sqrt{4^2 + 3^2 + (-12)^2}} = 4$

$$\Leftrightarrow |D - 26| = 52 \Leftrightarrow \begin{cases} D = 78 \\ D = -26 \end{cases} \text{ (thỏa điều kiện)}$$

• Vậy phương trình mặt phẳng $(\beta): 4x + 3y - 12z + 78 = 0$ hoặc $(\beta): 4x + 3y - 12z - 26 = 0$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 11. Cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 14$. Mặt cầu (S) cắt trục Oz tại A và B ($z_A < 0$).

Phương trình nào sau đây là phương trình tiếp diện của (S) tại B :

A. $2x - y - 3z + 9 = 0$.

B. $2x - y - 3z - 9 = 0$.

C. $x - 2y - z - 3 = 0$.

D. $x - 2y + z + 3 = 0$.

Hướng dẫn giải:

• Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; 0)$

• Vì $A \in Oz \Rightarrow A(0; 0; z_A)$ ($z_A < 0$)

• $A \in (S) \Rightarrow (0-2)^2 + (0+1)^2 + z_A^2 = 14 \Rightarrow z_A^2 = 9 \Rightarrow z_A = -3$

Nên mặt cầu (S) cắt trục Oz tại $A(0; 0; -3)$ và $B(0; 0; 3)$

Gọi (α) là tiếp diện của mặt cầu (S) tại B .

• Mặt phẳng (α) qua $B(0; 0; 3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \vec{IB} = (-2; 1; 3)$

• Vậy phương trình mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - 3z + 9 = 0$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 12. Cho 4 điểm $A(3; -2; -2)$, $B(3; 2; 0)$, $C(0; 2; 1)$ và $D(-1; 1; 2)$. Mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là: