

$$(1) \Leftrightarrow 5^x + \frac{25}{25^x} - 6 = 0 \Leftrightarrow 5^x + \frac{25}{(5^2)^x} - 6 = 0 \Leftrightarrow 5^x + \frac{25}{(5^x)^2} - 6 = 0 \quad (6'). \quad \text{Đặt}$$

$$t = 5^x > 0.$$

Khi đó:

$$(6') \Leftrightarrow t + \frac{25}{t^2} - 6 = 0 \Leftrightarrow t^3 - 6t + 25 = 0 \Leftrightarrow (t-5)(t^2 - t - 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 & (N) \\ t = \frac{1+\sqrt{21}}{2} & (N) \\ t = \frac{1-\sqrt{21}}{2} & (L) \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 5 \Rightarrow 5^x = 5 \Leftrightarrow \boxed{x=1}.$$

$$\text{Với } t = \frac{1+\sqrt{21}}{2} \Rightarrow 5^x = \frac{1+\sqrt{21}}{2} \Leftrightarrow \boxed{x = \log_5 \left(\frac{1+\sqrt{21}}{2} \right)}.$$

$$\text{Suy ra: } 1. \log_5 \left(\frac{1+\sqrt{21}}{2} \right) = \log_5 \left(\frac{1+\sqrt{21}}{2} \right)$$

Câu 18. Phương trình $(7+4\sqrt{3})^x + (2+\sqrt{3})^x = 6$ có nghiệm là:

A. $x = \log_{(2+\sqrt{3})} 2$ B. $x = \log_2 3$ C. $x = \log_2 (2+\sqrt{3})$ D. $x = 1$

Hướng dẫn giải

Đặt $t = (2+\sqrt{3})^x$ ($t > 0$), khi đó phương trình đã cho tương đương với

$$t^2 + t - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -3(L) \end{cases} \Leftrightarrow x = \log_{(2+\sqrt{3})} 2$$

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 32$ là:

A. $x \in (-\infty; -5)$ B. $x \in (-\infty; 5)$ C. $x \in (-5; +\infty)$ D. $x \in (5; +\infty)$

Hướng dẫn giải

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x > 32 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} \Leftrightarrow x < -5$$

Câu 20. Cho hàm số $f(x) = 2^{2x} \cdot 3^{\sin^2 x}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

- A. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \ln 4 + \sin^2 x \ln 3 < 0$. B. $f(x) < 1 \Leftrightarrow 2x + 2 \sin x \log_2 3 < 0$
C. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \log_3 2 + \sin^2 x < 0$. D. $f(x) < 1 \Leftrightarrow 2 + x^2 \log_2 3 < 0$.

Hướng dẫn giải

$$f(x) < 1 \Leftrightarrow \ln(2^{2x} \cdot 3^{\sin^2 x}) < \ln 1 \Leftrightarrow x \ln 4 + \sin^2 x \ln 3 < 0$$

Chọn đáp án A

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x + 2^{x+1} \leq 3^x + 3^{x-1}$

- A. $x \in [2; +\infty)$ B. $x \in (2; +\infty)$ C. $x \in (-\infty; 2)$ D. $(2; +\infty)$

Hướng dẫn giải

$$2^x + 2^{x+1} \leq 3^x + 3^{x-1} \Leftrightarrow 3 \cdot 2^x \leq \frac{4}{3} \cdot 3^x \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x \geq \frac{9}{4} \Leftrightarrow x \geq 2$$

Câu 22. Nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{9}\right)^x > 3^{\frac{2x}{x+1}}$ là :

- A. $\begin{cases} x < -2 \\ -1 < x < 0 \end{cases}$ B. $x < -2$ C. $-1 < x < 0$ D. $-1 \leq x < 0$

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x \neq -1$

$$p \Leftrightarrow 3^{-2x} > 3^{\frac{2x}{x+1}} \Leftrightarrow -2x > \frac{2x}{x+1} \Leftrightarrow \frac{2x}{x+1} + 2x < 0 \Leftrightarrow 2x \left(\frac{1}{x+1} + 1\right) < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x(x+2)}{x+1} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ -1 < x < 0 \end{cases}. \text{ Kết hợp với điều kiện } \Rightarrow \begin{cases} x < -2 \\ -1 < x < 0 \end{cases}$$

Câu 23. Nghiệm của bất phương trình $16^x - 4^x - 6 \leq 0$ là

- A. $x \leq \log_4 3$. B. $x > \log_4 3$. C. $x \geq 1$. D. $x \geq 3$

Hướng dẫn giải

Đặt $t = 4^x$ ($t > 0$), khi đó bất phương trình đã cho tương đương với

$$t^2 - t - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq t \leq 3 \Leftrightarrow 0 < t \leq 3 \Leftrightarrow x \leq \log_4 3.$$

Câu 24. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{3^x}{3^x - 2} < 3$ là:

- A. $\begin{cases} x > 1 \\ x < \log_3 2 \end{cases}$ B. $x > \log_3 2$ C. $x < 1$ D. $\log_3 2 < x < 1$

Hướng dẫn giải

$$\frac{3^x}{3^x - 2} < 3 \Leftrightarrow \frac{3^x - 3}{3^x - 2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x > 3 \\ 3^x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < \log_3 2 \end{cases}$$

Câu 25. Tập nghiệm của bất phương trình $11^{\sqrt{x+6}} \geq 11^x$ là:

- A. $-6 \leq x \leq 3$ B. $x < -6$ C. $x > 3$ D. \emptyset

Hướng dẫn giải

$$11^{\sqrt{x+6}} \geq 11^x \Leftrightarrow \sqrt{x+6} \geq x \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x+6 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ x+6 \geq x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq x < 0 \\ x \geq 0 \\ -2 \leq x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow -6 \leq x \leq 3$$

Câu 26. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{3^x + 5} \leq \frac{1}{3^{x+1} - 1}$ là:

- A. $-1 < x \leq 1$ B. $x \leq -1$ C. $x > 1$ D. $1 < x < 2$

Hướng dẫn giải

Đặt $t = 3^x$ ($t > 0$), khi đó bất phương trình đã cho tương đương với

$$\frac{1}{t+5} \leq \frac{1}{3t-1} \Leftrightarrow \begin{cases} 3t-1 > 0 \\ 3t-1 \leq t+5 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{3} < t \leq 3 \Leftrightarrow -1 < x \leq 1.$$

Câu 27. Cho bất phương trình $\left(\frac{5}{7}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{5}{7}\right)^{2x-1}$, Tập nghiệm của bất phương trình

có dạng $S = (a; b)$. Giá trị của biểu thức $A = b - a$ nhận giá trị nào sau đây?

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

Hướng dẫn giải

$$\left(\frac{5}{7}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{5}{7}\right)^{2x-1} \Leftrightarrow x^2 - x + 1 < 2x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1; 2)$. Chọn đáp án A

Câu 28. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 > 0$ là:

- A. $x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$ B. $x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$
C. $x \in (0; 1)$ D. $x \in (1; 2)$

Hướng dẫn giải

$$4^x - 3 \cdot 2^x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x > 2 \\ 2^x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$$

Câu 29. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \cdot 2^{x+1} \geq 72$ là

- A. $x \in [2; +\infty)$ B. $x \in (2; +\infty)$ C. $x \in (-\infty; 2)$ D. $x \in (-\infty; 2]$

Hướng dẫn giải

$$3^x \cdot 2^{x+1} \geq 72 \Leftrightarrow 2 \cdot 6^x \geq 72 \Leftrightarrow x \geq 2$$

Câu 30. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+1} - 2^{2x+1} - 12^{\frac{x}{2}} < 0$ là:

- A. $x \in (0; +\infty)$ B. $x \in (1; +\infty)$ C. $x \in (-\infty; 0)$ D. $x \in (-\infty; 1)$

Hướng dẫn giải

$$3^{x+1} - 2^{2x+1} - 12^{\frac{x}{2}} < 0 \Leftrightarrow 3 \cdot 9^{\frac{x}{2}} - 2 \cdot 16^{\frac{x}{2}} - 12^{\frac{x}{2}} < 0 \Leftrightarrow 3 \cdot 2 \cdot \left(\frac{16}{9}\right)^{\frac{x}{2}} - \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{x}{2}} < 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{x}{2}} > 1 \Leftrightarrow x > 0$$

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2 \cdot 3^x - 2^{x+2}}{3^x - 2^x} \leq 1$ là:

- A. $x \in \left[0; \log_{\frac{3}{2}} 3\right]$ B. $x \in (1; 3)$ C. $x \in (1; 3]$ D. $x \in \left[0; \log_{\frac{3}{2}} 3\right]$

Hướng dẫn giải

$$\frac{2 \cdot 3^x - 2^{x+2}}{3^x - 2^x} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x - 4}{\left(\frac{3}{2}\right)^x - 1} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x - 4}{\left(\frac{3}{2}\right)^x - 1} - 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^x - 3}{\left(\frac{3}{2}\right)^x - 1} \leq 0 \Leftrightarrow 1 < \left(\frac{3}{2}\right)^x \leq 3 \Leftrightarrow 0 < x \leq \log_{\frac{3}{2}} 3$$

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{\frac{1}{x}} \leq \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^3$ là:

- A. $\left(0; \frac{1}{3}\right]$ B. $\left(0; \frac{1}{3}\right)$ C. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right]$ D. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (0; +\infty)$

Hướng dẫn giải

Vì $\frac{2}{\sqrt{5}} < 1$ nên bất phương trình tương đương với

$$\frac{1}{x} \geq 3 \Leftrightarrow \frac{1-3x}{x} \geq 0 \Leftrightarrow 0 < x \leq \frac{1}{3}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(0; \frac{1}{3}\right]$.

Câu 33. Nghiệm của bất phương trình $2^x + 4 \cdot 5^x - 4 < 10^x$ là :

- A. $\begin{cases} x < 0 \\ x > 2 \end{cases}$ B. $x < 0$ C. $x > 2$ D. $0 < x < 2$

Hướng dẫn giải

$$2^x + 4 \cdot 5^x - 4 < 10^x$$

$$\Leftrightarrow 2^x - 10^x + 4 \cdot 5^x - 4 < 0 \Leftrightarrow 2^x(1-5^x) - 4(1-5^x) < 0 \Leftrightarrow (1-5^x)(2^x - 4) < 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-5^x < 0 \\ 2^x - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x > 1 \\ 2^x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$$