

$$\int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx = \tan x - \cot x + C$$

Câu 41. Hàm số $F(x) = 3x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2} - 1$ có một nguyên hàm là:

A. $f(x) = x^3 - 2\sqrt{x} - \frac{1}{x} - x.$

B. $f(x) = x^3 - \sqrt{x} - \frac{1}{x} - x.$

C. $f(x) = x^3 - 2\sqrt{x} + \frac{1}{x}.$

D. $f(x) = x^3 - \frac{1}{2}\sqrt{x} - \frac{1}{x} - x.$

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \int F(x) dx = \int \left(3x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2} - 1 \right) dx = x^3 - 2\sqrt{x} - \frac{1}{x^2} - x$$

Câu 42. Hàm số $f(x) = \frac{\cos x}{\sin^5 x}$ có một nguyên hàm $F(x)$ bằng:

A. $-\frac{1}{4\sin^4 x}.$

B. $\frac{1}{4\sin^4 x}.$

C. $\frac{4}{\sin^4 x}.$

D. $\frac{-4}{\sin^4 x}.$

Hướng dẫn giải

$$\int f(x) dx = \int \frac{\cos x}{\sin^5 x} dx = \int \frac{1}{\sin^5 x} d(\sin x) = -\frac{1}{4\sin^4 x}$$

Câu 43. Kết quả của $\int 2x\sqrt{5-4x^2} dx$ bằng:

A. $-\frac{1}{6}\sqrt{(5-4x^2)^3} + C.$

B. $-\frac{3}{8}\sqrt{(5-4x^2)} + C.$

C. $\frac{1}{6}\sqrt{(5-4x^2)^3} + C.$

D. $-\frac{1}{12}\sqrt{(5-4x^2)^3} + C.$

Hướng dẫn giải

$$\text{Đặt } t = \sqrt{5-4x^2} \Rightarrow t dt = -4x dx$$

$$\text{Ta có } \int 2x\sqrt{5-4x^2} dx = -\frac{1}{2} \int t^2 dt = -\frac{1}{6} t^3 + C = -\frac{1}{6} \sqrt{(5-4x^2)^3} + C$$

Câu 44. Kết quả $\int e^{\sin x} \cos x dx$ bằng:

A. $e^{\sin x} + C.$

B. $\cos x \cdot e^{\sin x} + C.$

C. $e^{\cos x} + C.$

D.

$e^{-\sin x} + C.$

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \int e^{\sin x} \cos x dx = \int e^{\sin x} d(\sin x) = e^{\sin x} + C$$

Câu 45. Tính $\int \tan x dx$ bằng:

- A. $-\ln|\cos x| + C$. B. $\ln|\cos x| + C$. C. $\frac{1}{\cos^2 x} + C$. D. $\frac{-1}{\cos^2 x} + C$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \int \tan x dx = -\int \frac{1}{\cos x} d(\cos x) = -\ln|\cos x| + C$$

Câu 46. Tính $\int \cot x dx$ bằng:

- A. $\ln|\sin x| + C$. B. $-\ln|\sin x| + C$. C. $\frac{-1}{\sin^2 x} + C$. D. $\frac{1}{\sin^2 x} - C$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \int \cot x dx = \int \frac{1}{\sin x} d(\sin x) = \ln|\sin x| + C$$

[CHỦ ĐỀ 4.1 NGUYÊN HÀM]

VẬN DỤNG THẤP

4.1.1. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ ĐA THỨC, PHÂN THỨC.

Câu 47. Nguyên hàm của hàm số: $y = \frac{x^3}{x-1}$.

- A. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + \ln|x-1| + C$. B. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + \ln|x+1| + C$.
C. $\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + \ln|x-1| + C$. D. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + x + \ln|x-1| + C$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\frac{x^3}{x-1} = x^2 + x + 1 + \frac{1}{x-1}$

Sử dụng bảng nguyên hàm suy ra đáp án.

Câu 48. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x+1}$ là:

A. $\frac{x^2}{2} - 3x + 6 \ln|x+1|$.

B. $\frac{x^2}{2} + 3x + 6 \ln|x+1|$.

C. $\frac{x^2}{2} + 3x - 6 \ln|x+1|$.

D. $\frac{x^2}{2} - 3x + 6 \ln(x+1)$.

Hướng dẫn giải

$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x+1} = x - 3 + \frac{6}{x+1}$. Sử dụng bảng nguyên hàm.

Câu 49. Tìm nguyên hàm: $\int \frac{1}{x(x+3)} dx$

A. $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x}{x+3} \right| + C$.

B. $-\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x}{x+3} \right| + C$.

C. $\frac{2}{3} \ln \left| \frac{x+3}{x} \right| + C$.

D. $\frac{2}{3} \ln \left| \frac{x}{x+3} \right| + C$.

Hướng dẫn giải

$\frac{1}{x(x+3)} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} \right)$. Sử dụng bảng nguyên hàm.

Câu 50. Tìm nguyên hàm: $\int \frac{1}{x(x-3)} dx$

A. $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-3}{x} \right| + C$.

B. $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x+3}{x} \right| + C$.

C. $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x}{x+3} \right| + C$.

D. $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x}{x-3} \right| + C$.

Hướng dẫn giải

$\frac{1}{x(x-3)} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x} \right)$. Sử dụng bảng nguyên hàm.

Câu 51. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 + x - 2}$ là:

A. $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-1}{x+2} \right| + C$.

B. $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x+2}{x-1} \right| + C$.

C. $\ln \left| \frac{x-1}{x+2} \right| + C$.

D. $\ln |x^2 + x - 2| + C$.

Hướng dẫn giải

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + x - 2} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+2} \right). \text{ Sử dụng bảng nguyên hàm.}$$

Câu 52. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \left(\frac{1-x}{x} \right)^2$ là:

A. $-\frac{1}{x} - 2 \ln |x| + x + C$.

B. $-\frac{1}{x} - 2 \ln x + x + C$.

C. $\frac{1}{x} - 2 \ln |x| + x + C$.

D. $-\frac{1}{x} - 2 \ln |x| - x + C$.

Hướng dẫn giải

$$f(x) = \left(\frac{1-x}{x} \right)^2 = \frac{1-2x+x^2}{x^2} = \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x} + 1. \text{ Sử dụng bảng nguyên hàm.}$$

Câu 53. Nguyên hàm của hàm số: $f(x) = \frac{1}{x^2 - a^2}$ là:

A. $\frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$.

B. $\frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x+a}{x-a} \right| + C$.

C. $\frac{1}{a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$.

D. $\frac{1}{a} \ln \left| \frac{x+a}{x-a} \right| + C$.

Hướng dẫn giải

$$\frac{1}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \left(\frac{1}{x-a} - \frac{1}{x+a} \right). \text{ Sử dụng bảng nguyên hàm.}$$

Câu 54. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{8-x^2}}$ thoả mãn $F(2) = 0$.

Khi đó phương trình $F(x) = x$ có nghiệm là

A. $x = 1 - \sqrt{3}$.

B. $x = 1$.

C. $x = -1$.

D. $x = 0$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Đặt } t = \sqrt{8-x^2} \Rightarrow t^2 = 8-x^2 \Rightarrow -tdt = xdx$$

$$\int \frac{x}{\sqrt{8-x^2}} dx = -\int \frac{tdt}{t} = -t + C = -\sqrt{8-x^2} + C.$$

$$\text{Vì } F(2) = 0 \text{ nên } C = 2. \text{ Ta có phương trình } -\sqrt{8-x^2} + 2 = x \Leftrightarrow x = 1 - \sqrt{3}$$

Câu 55. Nếu $F(x)$ là một họ nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x-1}$ và $F(2) = 1$ thì $F(3)$ bằng:

- A. $\ln 2 + 1$. B. $\ln \frac{3}{2}$. C. $\ln 2$ D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

$\int \frac{1}{x-1} dx = \ln|x-1| + C$, vì $F(2) = 1$ nên $C = 1$. $F(x) = \ln|x-1| + 1$, thay $x = 3$ ta có đáp án.

Câu 56. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{\ln^2 x + 1} \cdot \frac{\ln x}{x}$ thỏa mãn $F(1) = \frac{1}{3}$. Giá trị của $F^2(e)$ là:

- A. $\frac{8}{9}$. B. $\frac{1}{9}$. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = \sqrt{\ln^2 x + 1} \Rightarrow t dt = \frac{\ln x}{x} dx$

$\int \sqrt{\ln^2 x + 1} \cdot \frac{\ln x}{x} dx = \int t^2 dt = \frac{t^3}{3} + C = \frac{(\sqrt{\ln^2 x + 1})^3}{3} + C$. Vì $F(1) = \frac{1}{3}$ nên $C = 0$

Vậy $F^2(e) = \frac{8}{9}$.

Câu 57. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x + \frac{1}{\sin^2 x}$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1$ là:

- A. $-\cot x + x^2 - \frac{\pi^2}{16}$. B. $\cot x - x^2 + \frac{\pi^2}{16}$.
C. $-\cot x + x^2$. D. $\cot x - x^2 - \frac{\pi^2}{16}$.

Hướng dẫn giải

$\int \left(2x + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx = x^2 - \cot x + C$

$F\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1$ nên $C = -\frac{\pi^2}{16}$.

4.1.2. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC.

Câu 58. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^2 x \cdot \sin x$.

A. $\int f(x)dx = -\frac{\cos^3 x}{3} + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{\cos^3 x}{3} + C$.

C. $\int f(x)dx = -\frac{\sin^2 x}{2} + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{\sin^2 x}{2} + C$.

Hướng dẫn giải

$$\int \cos^2 x \sin x dx = -\int \cos^2 x d(\cos x) = -\frac{\cos^3 x}{3} + C$$

Câu 59. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin 2x}{\cos 2x - 1}$.

A. $\int f(x)dx = -\ln|\sin x| + C$.

B. $\int f(x)dx = \ln|\cos 2x - 1| + C$.

C. $\int f(x)dx = \ln|\sin 2x| + C$.

D. $\int f(x)dx = \ln|\sin x| + C$.

Hướng dẫn giải

$$\int \frac{\sin 2x dx}{\cos 2x - 1} = \int \frac{2 \sin x \cos x}{1 - 2 \sin^2 x + 1} dx = -\int \frac{\cos x}{\sin x} dx = -\int \frac{d(\sin x)}{\sin x} = -\ln|\sin x| + C$$

Câu 60. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x \cdot \cos 2x$.

A. $\int f(x)dx = \frac{-2 \cos^3 x}{3} + \cos x + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{1}{6} \cos 3x + \frac{1}{2} \sin x + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{\cos^3 x}{3} + \cos x + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{1}{6} \cos 3x - \frac{1}{2} \sin x + C$.

Hướng dẫn giải

$$\int \sin x \cdot \cos 2x dx = \int (2 \cos^2 x - 1) \sin x dx = -\int (2 \cos^2 x - 1) d(\cos x) = \frac{-2 \cos^3 x}{3} + \cos x + C$$

Câu 61. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x \cdot \cos 3x$.

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{1}{4} \cos 4x + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} \cos 4x + C$.

C. $\int f(x)dx = 2 \cos^4 x + 3 \cos^2 x + C$.

D. $\int f(x)dx = 3 \cos^4 x - 3 \cos^2 x + C$.

Hướng dẫn giải

$$\int 2 \sin x \cdot \cos 3x dx = \int (\sin 4x - \sin 2x) dx = \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{1}{4} \cos 4x + C.$$

Câu 62. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^3 x \cdot \sin 3x$.

A. $\int f(x) dx = \frac{3}{8} \left(\frac{\sin 2x}{2} - \frac{\sin 4x}{4} \right) - \frac{1}{8} \left(x - \frac{\sin 6x}{6} \right) + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{3}{8} \left(\frac{\sin 2x}{2} - \frac{\sin 4x}{4} \right) + \frac{1}{8} \left(x - \frac{\sin 6x}{6} \right) + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{8} \left(\frac{\sin 2x}{2} - \frac{\sin 4x}{4} \right) - \frac{3}{8} \left(x - \frac{\sin 6x}{6} \right) + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{3}{8} \left(\frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 4x}{4} \right) - \frac{1}{8} \left(x + \frac{\sin 6x}{6} \right) + C.$

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} \int \sin^3 x \cdot \sin 3x dx &= \int \frac{3 \sin x - \sin 3x}{4} \cdot \sin 3x dx \\ &= \frac{3}{8} \int 2 \sin x \cdot \sin 3x dx - \frac{1}{8} \int 2 \sin^2 3x dx = \frac{3}{8} \int (\cos 2x - \cos 4x) dx - \frac{1}{8} \int (1 - \cos 6x) dx \\ &= \frac{3}{8} \left(\frac{\sin 2x}{2} - \frac{\sin 4x}{4} \right) - \frac{1}{8} \left(x - \frac{\sin 6x}{6} \right) + C \end{aligned}$$

Câu 63. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^3 x \cdot \cos 3x + \cos^3 x \cdot \sin 3x$.

A. $\int f(x) dx = \frac{-3}{16} \cos 4x + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{3}{16} \cos 4x + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{-3}{16} \sin 4x + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{3}{16} \sin 4x + C.$

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} &\int (\sin^3 x \cdot \cos 3x + \cos^3 x \cdot \sin 3x) dx \\ &= \int \left(\frac{3 \sin x - \sin 3x}{4} \cdot \cos 3x + \frac{\cos 3x + 3 \cos x}{4} \cdot \sin 3x \right) dx \\ &= \int \left(\frac{3}{4} \sin x \cdot \cos 3x - \sin 3x \cdot \cos 3x + \frac{3}{4} \sin 3x \cdot \cos x + \sin 3x \cdot \cos 3x \right) dx \\ &= \frac{3}{4} \int (\sin x \cdot \cos 3x + \sin 3x \cdot \cos x) dx = \frac{3}{4} \int \sin 4x dx \\ &= \frac{-3}{16} \cos 4x + C \end{aligned}$$

Câu 64. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin^2 \frac{x}{2}$ biết $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$.

- A. $\frac{x}{2} - \frac{\sin x}{2} + \frac{1}{2}$. B. $\frac{x}{2} + \frac{\sin x}{2} + \frac{3}{2}$. C. $\frac{x}{2} + \frac{\sin x}{2} + \frac{1}{2}$. D. $\frac{x}{2} + \frac{\sin x}{2} + \frac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải

- $F(x) = \int \sin^2 \frac{x}{2} dx = \frac{1}{2} \int (1 - \cos x) dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \sin x + C$
- $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{2} + C = \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow C = \frac{1}{2}$

4.1.3. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ MŨ, LÔGARIT.

Câu 65. Hàm số $f(x) = e^x \left(\ln 2 + \frac{e^{-x}}{\sin^2 x} \right)$ có họ các nguyên hàm là hàm số nào sau đây?

- A. $e^x \ln 2 - \cot x + C$. B. $e^x \ln 2 + \cot x + C$.
C. $e^x \ln 2 + \frac{1}{\cos^2 x} + C$. D. $e^x \ln 2 - \frac{1}{\cos^2 x} + C$.

Hướng dẫn giải

$$\int f(x) dx = \int \left(e^x \ln 2 + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx = e^x \ln 2 - \cot x + C$$

Câu 66. Hàm số $f(x) = 3^x - 2^x \cdot 3^x$ có nguyên hàm bằng

- A. $\frac{3^x}{\ln 3} - \frac{6^x}{\ln 6} + C$. B. $3^x \ln 3 (1 + 2^x \ln 2) + C$.
C. $\frac{3^x}{\ln 3} + \frac{3^x \cdot 2^x}{\ln 6} + C$. D. $\frac{3^x}{\ln 3} + \frac{6^x}{\ln 3 \cdot \ln 2} + C$.

Hướng dẫn giải

$$\int f(x) dx = \int (3^x + 6^x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} + \frac{6^x}{\ln 6} + C$$

Câu 67. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = (e^{-x} + e^x)^2$ thỏa mãn điều kiện $F(0) = 1$ là:

A. $F(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x} + \frac{1}{2}e^{2x} + 2x + 1.$

B. $F(x) = -2e^{-2x} + 2e^{2x} + 2x + 1.$

C. $F(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x} + \frac{1}{2}e^{2x} + 2x.$

D. $F(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x} + \frac{1}{2}e^{2x} + 2x - 1.$

Hướng dẫn giải

Ta có $F(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x} + \frac{1}{2}e^{2x} + 2x + C, F(0) = 1 \Leftrightarrow C = 1$

Câu 68. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}.$

A. $2x - 3\ln|x+1| + C.$

B. $2x + 3\ln|x+1| + C.$

C. $2x - \ln|x+1| + C.$

D. $2x + \ln|x+1| + C.$

Hướng dẫn giải

$$\int \frac{2x-1}{x+1} dx = \int \left(2 - \frac{3}{x+1} \right) dx = 2x - 3\ln|x+1| + C$$

Câu 69. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + 2x + 3}{2x+1}.$

A. $\frac{1}{8}(2x+1)^2 + \frac{5}{4}\ln|2x+1| + C.$

B. $\frac{1}{8}(2x+1)^2 + 5\ln|2x+1| + C.$

C. $(2x+1)^2 + \ln|2x+1| + C.$

D. $(2x+1)^2 - \ln|2x+1| + C.$

Hướng dẫn giải

$$\int \frac{2x^2 + 2x + 3}{2x+1} dx = \int \left(\frac{2x+1}{2} + \frac{5}{2(2x+1)} \right) dx = \frac{1}{8}(2x+1)^2 + \frac{5}{4}\ln|2x+1| + C$$

Câu 70. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^3 - x}{x^2 + 1}.$

A. $\frac{x^2}{2} - \ln(x^2 + 1) + C.$

B. $\frac{x^2}{2} + \ln(x^2 + 1) + C.$

C. $x^2 - \ln(x^2 + 1) + C.$

D. $x^2 + \ln(x^2 + 1) + C.$

Hướng dẫn giải

Thay $t = 1 + \sqrt{x}$ vào kết quả ta được:

$$\int \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx = 2(\sqrt{x} + 1 - \ln|1 + \sqrt{x}|) + C_1 = 2\sqrt{x} - 2\ln(1 + \sqrt{x}) + C$$

(Với $C = 2 + C_1$ và $1 + \sqrt{x} > 0$)

Câu 74. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x+1}} \cdot \frac{1}{2} \ln(x^2+1) + C$.

A. $\frac{2}{3}(x+4)\sqrt{x+1} + C$.

B. $(x+4)\sqrt{x+1} + C$.

C. $\frac{x}{2(x+1)\sqrt{x+1}} + C$.

D. $\sqrt{x+1} + \frac{1}{\sqrt{x+1}} + C$.

Hướng dẫn giải

$$\int \frac{x+2}{\sqrt{x+1}} dx = \int \left(\sqrt{x+1} + \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right) d(x+1) = \frac{2}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}} + 2(x+1)^{\frac{1}{2}} + C = \frac{2}{3}(x+4)\sqrt{x+1} + C$$

Câu 75. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{1-x}}$.

A. $-\frac{2}{3}(2x+1)\sqrt{1-x} + C$.

B. $\frac{2}{3}(2x+1)\sqrt{1-x} + C$.

C. $-\frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{1-x} + C$.

D. $-2\sqrt{1-x} + \frac{1}{\sqrt{1-x}} + C$.

Hướng dẫn giải

$$\int \frac{2x-1}{\sqrt{1-x}} dx = -\int \left(-2\sqrt{1-x} + \frac{1}{\sqrt{1-x}} \right) d(1-x) = \frac{2}{3}(1-x)^{\frac{3}{2}} - 2(1-x)^{\frac{1}{2}} + C = -\frac{2}{3}(2x+1)\sqrt{1-x} + C$$

Câu 76. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{3x^2+2}}$.

A. $\frac{1}{3}\sqrt{3x^2+2} + C$.

B. $-\frac{1}{3}\sqrt{3x^2+2} + C$.

C. $\frac{1}{6}\sqrt{3x^2+2} + C$.

D. $\frac{2}{3}\sqrt{3x^2+2} + C$.

Hướng dẫn giải

$$\int \frac{x}{\sqrt{3x^2+2}} dx = \frac{1}{6} \int \frac{d(3x^2+2)}{\sqrt{3x^2+2}} = \frac{1}{3} \sqrt{3x^2+2} + C$$

Câu 77. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}}$.

A. $-\frac{1}{3}(x^2+8)\sqrt{4-x^2} + C.$

B. $\frac{1}{3}(x^2+8)\sqrt{4-x^2} + C.$

C. $-\frac{1}{3}\sqrt{4-x^2} + C.$

D. $-\frac{2}{3}(x^2+8)\sqrt{4-x^2} + C.$

Hướng dẫn giải

Đặt $t = \sqrt{4-x^2} \Rightarrow x^2 = 4-t^2 \Rightarrow xdx = -tdt$. Khi đó tích phân trở thành:

$$\int \frac{(4-t^2)(-tdt)}{t} = \int (t^2-4)dt = \frac{t^3}{3} - 4t + C.$$

Thay $t = \sqrt{4-x^2}$ vào kết quả ta được:

$$\int \frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}} dx = \frac{(\sqrt{4-x^2})^3}{3} - 4\sqrt{4-x^2} + C = -\frac{1}{3}(x^2+8)\sqrt{4-x^2} + C$$

4.1.5. PHƯƠNG PHÁP NGUYÊN HÀM TỪNG PHẦN

Câu 78. Tính $F(x) = \int (2x-1)e^{1-x} dx = e^{1-x}(Ax+B) + C$. Giá trị của biểu thức $A+B$ bằng:

A. $-3.$
5.

B. $3.$

C. $0.$

D.

Hướng dẫn giải:

Phương pháp tự luận: Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần.

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng phương pháp bảng.

u và đạo hàm của u	+	dv và nguyên hàm của v
$2x-1$	\swarrow	e^{1-x}
2	\swarrow	$-e^{1-x}$
0		e^{1-x}