

CÁC BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1 Lập phương trình mặt cầu (S) biết

1. Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ bán kính $R = \sqrt{5}$
2. Mặt cầu (S) có tâm nằm trên Ox và đi qua $A(1; 2; 1)$, $B(3; 1; -2)$
3. Mặt cầu (S) có tâm $I(3; -2; 4)$ và tiếp xúc với $mp(P) : 2x - y + 2z + 4 = 0$.
4. Mặt cầu (S) đi qua $C(2; -4; 3)$ và các hình chiếu của C lên ba trục tọa độ.
5. Mặt cầu (S) có tâm nằm trên $mp(Oxy)$ và đi qua $M(1; 0; 2)$, $N(-2; 1; 1)$, và $P(-1; -1; 1)$.
6. Có tâm $I(6; 3; -4)$ và tiếp xúc với Oy

Bài 2 Lập phương trình mặt cầu (S), biết (S):

1. Có tâm $I(1; 1; 2)$ và tiếp xúc với $mp(P) : x + 2y + 2z + 1 = 0$;
2. Có bán kính $R = 3$ và tiếp xúc với $mp(P) : x + 2y + 2z + 3 = 0$ tại điểm $A(1; 1; -3)$;
3. Có tâm nằm trên đường thẳng $d : \frac{x-2}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{2}$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P) : x + 2y - 2z - 2 = 0$ và $(Q) : x + 2y - 2z + 4 = 0$;
4. Đi qua bốn điểm $A(0; 1; 0)$, $B(2; 3; 1)$, $C(-2; 2; 2)$ và $D(1; -1; 2)$;
5. Có tâm thuộc $mp(P) : x + y + z - 2 = 0$ và đi qua ba điểm $A(2; 0; 1)$, $B(1; 0; 0)$, $C(1; 1; 1)$;
6. Có tâm nằm trên đường thẳng $d : \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases}$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P) : x - 2z - 8 = 0$ và $(Q) : 2x - z + 5 = 0$.

Bài 3 Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(3; 3; 0)$, $B(3; 0; 3)$, $C(0; 3; 3)$, $D(3; 3; 3)$.

1. Viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm A, B, C, D .
2. Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Bài 4 Lập phương trình mặt cầu $S(I; R)$ biết

1. Mặt cầu có tâm $I(2;3;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng

$$\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-2}.$$

2. Mặt cầu có tâm $I(1;3;5)$ và cắt $\Delta': \frac{x-2}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{1}$ tại hai điểm A, B sao cho $AB = 12$.

3. Mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{2}$, đi qua $M(2;3;20)$ và tiếp xúc với $d': \frac{x+4}{3} = \frac{y+6}{2} = \frac{z+19}{-2}$.

Bài 5 Lập phương trình mặt cầu $S(I, R)$ biết

1. Mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-2}$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha_1): 3x + 2y + z - 6 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha_2): 2x + 3y + z = 0$

2. Mặt cầu có tâm $I(1;3;5)$ và cắt $\Delta': \frac{x-2}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{1}$ tại hai điểm A, B sao cho $AB = 12$

3. Mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{2}$, đi qua $M(1;1;4)$ và tiếp xúc với $d': \frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{-4}$.

Bài 6 Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình :

$$2x - 2y - z - 4 = 0 \text{ và mặt cầu } (S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0.$$

Chứng minh rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn. Xác định tọa độ tâm và tính bán kính của đường tròn đó.

Bài 7 Cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$. Chứng minh rằng

1. Mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 5 = 0$. Tìm tọa độ tiếp điểm M .

2. Mặt cầu cắt đường thẳng $\Delta: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ tại hai điểm phân biệt. Tìm tọa độ các giao điểm đó.

Bài 8. Lập phương trình mặt cầu $S(I; R)$ tiếp xúc với hai mặt phẳng

$$(\alpha_1): 6x - 3y - 2z - 35 = 0, (\alpha_2): 6x - 3y - 2z + 63 = 0. \text{ Đồng thời mặt cầu}$$

1. Có một tiếp điểm là $A(5; -1; -1)$.
2. Qua hai điểm $B(1; 3; -2)$, $C(-1; 0; -3)$.

CÁC BÀI TOÁN DÀNH CHO HỌC SINH ÔN THI ĐẠI HỌC

Bài 9. Lập phương trình đường thẳng Δ biết

1. Δ song song với $(P): x - y + z = 0$ và cắt đường thẳng $\Delta_1; \Delta_2$ lần lượt tại A, B sao cho $AB = \sqrt{2}$ với $\Delta_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$, $\Delta_2: \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.
2. Δ thuộc mặt phẳng $(Q): x + y + z + 2 = 0$, vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$ đồng thời khoảng cách từ giao điểm của d và (Q) đến Δ bằng $\sqrt{42}$.
3. Δ qua điểm $C(0; 5; 0)$, vuông góc với đường thẳng d_1 và tiếp xúc với mặt cầu (S) với $d_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$ và $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y - 2z + 5 = 0$.

Bài 10. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + m = 0$. Tìm m sao cho

1. Mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$.
2. Mặt cầu cắt mặt phẳng $(Q): 2x - y - 2z + 1 = 0$ theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích bằng 4π .
3. Mặt cầu cắt đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-2}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác IAB vuông (I là tâm mặt cầu).

Bài 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$

1. Cho đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y - z + 1 = 0$, $(\beta): x + 2y - 2z - 4 = 0$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + m = 0$. Tìm m để đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 8$.
2. Cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - m^2 - 3m = 0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm m để mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) . Với m vừa tìm được hãy xác định tọa độ tiếp điểm

3. Cho hai đường thẳng có phương trình

$$\Delta_1: \frac{x+2}{2} = \frac{y+3}{5} = \frac{z-4}{-1}, \quad \Delta_2: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 \\ z = 10 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Gọi A, B lần lượt là các điểm trên Δ_1, Δ_2 sao cho AB vuông góc với Δ_1 và Δ_2 . Lập phương trình mặt cầu tiếp xúc với Δ_1 tại điểm A, tiếp xúc với Δ_2 tại điểm B.

Bài 12. Cho đường tròn (C) là giao tuyến của $(\alpha): x - 2y + 2z + 1 = 0$ và mặt cầu

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 6z + 17 = 0$$

1. Xác định tâm và bán kính của đường tròn (C)
2. Viết phương trình mặt cầu (S') chứa đường tròn (C) và có tâm nằm trên $(P): x + y + z + 3 = 0$.

Bài 13. Trong không gian với hệ tọa độ Đề-các vuông góc Oxyz cho hai mặt phẳng song song có các phương trình tương ứng là:

$$(P_1): 2x - y + 2z - 1 = 0; \quad (P_2): 2x - y + 2z + 5 = 0 \text{ và điểm } A(-1; 1; 1)$$

nằm trong khoảng giữa hai mặt phẳng đó. Gọi (S) là mặt cầu bất kỳ qua A và tiếp xúc với cả hai mặt phẳng $(P_1), (P_2)$

1. Chứng tỏ rằng bán kính của hình cầu (S) là một hằng số và tính bán kính đó.
2. Gọi I là tâm của hình cầu (S). Chứng tỏ rằng I thuộc một đường tròn cố định. Xác định tọa độ của tâm và tính bán kính của đường tròn đó.