Hướng dẫn giải

Ta có $\log_a \frac{a^2b^3}{c^4} = \log_a a^2 + \log_a b^3 - \log_a c^4 = 2+3.2-4.(-3) = 20$. Ta chọn đáp án A

Câu 19. Biết $\log_a b = 3, \log_a c = -4$; khi đó giá trị của biểu thức $\log_a\left(a^2\sqrt[3]{bc^2}\right)$ bằng:

A. -5. B. $-\frac{16\sqrt{3}}{3}$. C. -16. D. -48.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_a\left(a^2\sqrt[3]{bc^2}\right) = 2\log_a a + \frac{1}{3}\log_a b + 2\log_a c = 2 + \frac{1}{3}.3 + 2.(-4) = -5$. Ta chọn đáp án A

Câu 20. Rút gọn biểu thức $A = \log_a a^3\sqrt{a}\sqrt[5]{a}$, ta được kết quả là:

A. $\frac{37}{10}$. B. $\frac{35}{10}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{1}{10}$.

Hướng dẫn giải

Thay $a = e$, rồi sử dụng máy tínhsẽ được kết quả $A = \frac{37}{10}$. Ta chọn đáp án A

Câu 21. Rút gọn biểu thức $B = \log_{\frac{1}{a}} \frac{a\sqrt[5]{a^3}\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a}\sqrt[4]{a}}$, ta được kết quả là :

A. $-\frac{91}{60}$. B. $\frac{60}{91}$. C. $\frac{16}{5}$. D. $-\frac{5}{16}$.

Hướng dẫn giải

Thay $a = e$, rồi sử dụng máy tínhsẽ được kết quả $B = -\frac{91}{60}$. Ta chọn đáp án A

Câu 22. Biết $a = \log_2 5, b = \log_3 5$; khi đó giá trị của $\log_6 5$ được tính theo a,b là :

A. $\frac{ab}{a+b}$. B. $\frac{1}{a+b}$. C. $a+b$. D. a^2+b^2.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5(2.3)} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{\log_2 5.\log_3 5}{\log_2 5 + \log_3 5} = \frac{ab}{a+b}$

Câu 23. Cho $a = \log_2 3; b = \log_3 5; c = \log_7 2$. Khi đó giá trị của biểu thức $\log_{140} 63$ được tính theo a,b,c là:

A. $\frac{2ac+1}{abc+2c+1}$. B. $\frac{abc+2c+1}{2ac+1}$. C. $\frac{2ac-1}{abc+2c+1}$. D. $\frac{ac+1}{abc+2c+1}$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_2 3; \log_3 5; \log_7 2$ cho A, B, C

Lấy $\log_{140} 63$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 24. Cho $a = \log_5 2; b = \log_5 3$. Khi đó giá trị của $\log_5 72$ được tính theo a, b là :

A. $3a + 2b$. B. $a^3 + b^2$. C. $3a - 2b$. D. $6ab$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_5 2; \log_5 3$ cho A, B

Lấy $\log_5 72$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 25. Biết $a = \log_{12} 18, b = \log_{24} 54$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $ab + 5(a - b) = 1$. B. $5ab + a + b = 1$. C. $ab + 5(a - b) = -1$. D. $5ab + a - b = 0$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính Casio, gán lần lượt $\log_{12} 18; \log_{24} 54$ cho A và B.

Với đáp án A nhập vào máy : $AB + 5(A - B) - 1$, ta được kết quả bằng 0. Vậy A là đáp án đúng.

Câu 26. Biết $\log_3\left(\log_4\left(\log_2 y\right)\right) = 0$, khi đó giá trị của biểu thức $A = 2y + 1$ là:

A. 33. B. 17. C. 65. D. 133.

Hướng dẫn giải

Vì $\log_3\left(\log_4\left(\log_2 y\right)\right) = 0$ nên $\log_4(\log_2 y) = 1 \Rightarrow \log_2 y = 4 \Rightarrow y = 2^4 \Rightarrow 2y + 1 = 33$.

Đáp án A

Câu 27. Cho $\log_5 x > 0$, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_5 x > \log_6 x$. B. $\log_x 5 > \log_x 6$. C. $\log_5 x = \log_x 5$ .D. $\log_x 5 \le \log_x 4$.

Hướng dẫn giải

Vì $\log_5 x > 0 \Rightarrow x > 1$. Khi đó $\log_5 x > \log_6 x$. Chọn đáp án A.

Câu 28. Cho $0 < x < 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\sqrt[3]{\log_x 5} + \sqrt[3]{\log_{\frac{1}{2}} 5} < 0$ B. $\sqrt[3]{\log_x 5} > \sqrt{\log_x \frac{1}{2}}$

C. $\sqrt{\log_x \frac{1}{2}} < \log_5 \frac{1}{2}$.

D. $\sqrt{\log_x \frac{1}{2}}.\sqrt[3]{\log_x 5} > 0$

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính Casio, Chọn $x = 0,5$ và thay vào từng đáp án, ta được đáp án A

Câu 29. Trong bốn số $3^{\log_3 4}$, $3^{2\log_3 2}$, $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}$, $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2}$ số nào nhỏ hơn 1?

A. $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}$.

B. $3^{2\log_3 2}$.

C. $3^{\log_3 4}$.

D. $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2}$.

Hướng dẫn giải

+Tự luận: Ta có:

$3^{\log_3 4} = 4; 3^{2\log_3 2} = 3^{\log_3 4} = 4; \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5} = 2^{-2\log_2 5} = 2^{\log_2 5^{-2}} = 5^{-2} = \frac{1}{25};$

$\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2} = \left(2^{-4}\right)^{-\log_2 2} = 2^{\log_2 2^4} = 2^4 = 16$

Chọn : Đáp án A

+Trắc nghiệm: nhập vào máy tính từng biểu thức tính kết quả, chọn kết quả nhỏ hơn 1.

Câu 30. Gọi $M = 3^{\log_{0,5} 4}$; $N = 3^{\log_{0,5} 13}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $N < M < 1$.

B. $M < 1 < N$.

C. $M < N < 1$.

D. $N < 1 < M$.

Hướng dẫn giải

+Tự luận:

Ta có $\log_{0,5} 13 < \log_{0,5} 4 < 0 \Rightarrow 3^{\log_{0,5} 13} < 3^{\log_{0,5} 4} < 1 \Rightarrow N < M < 1$

Chọn : Đáp án A

+ Trắc nghiệm: Nhập các biểu thức vào máy tính, tính kết quả rồi so sánh, ta thấy đáp án A đúng.

Câu 31. Biểu thức $\log_2\left(2\sin\frac{\pi}{12}\right) + \log_2\left(\cos\frac{\pi}{12}\right)$ có giá trị bằng:

A. – 1.

B. – 2.

C. 1.

D. $\log_2 \sqrt{3} - 1$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_2\left(2\sin\frac{\pi}{12}\right) + \log_2\left(\cos\frac{\pi}{12}\right) = \log_2\left(2\sin\frac{\pi}{12}.\cos\frac{\pi}{12}\right) = \log_2\left(\sin\frac{\pi}{6}\right) = \log_2\frac{1}{2} = -1$

Chọn: Đáp án A

VẬN DỤNG CAO

Câu 32. Với giá trị nào của m thì biểu thức $f(x)=\log_{\sqrt{5}}(x-m)$ xác định với mọi $x\in(-3;+\infty)$?

A. $m\le -3$. B. $m<-3$. C. $m>-3$. D. $m\ge -3$.

Hướng dẫn giải

Biểu thức $f(x)$ xác định $x-m>0\Leftrightarrow x>m$.

Để $f(x)$ xác định với mọi $x\in(-3;+\infty)$ thì $m\le -3$ Ta chọn đáp án A

Câu 33. Với giá trị nào của m thì biểu thức $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(3-x)(x+2m)$ xác định với mọi $x\in[-4;2]$?

A. $m>2$. B. $m\ge\dfrac{3}{2}$. C. $m\ge 2$. D. $m\ge -1$.

Hướng dẫn giải

Thay $m=2$ vào điều kiện $(3-x)(x+2m)>0$ ta được $(3-x)(x+4)>0\Leftrightarrow x\in(-4;3)$ mà $[-4;2]\not\subset(-4;3)$ nên các đáp án B, C, D loại. Ta chọn đáp án đúng là A.

Câu 34. Với giá trị nào của m thì biểu thức $f(x)=\log_3\sqrt{(m-x)(x-3m)}$ xác định với mọi $x\in(-5;4]$?

A. $m\in\varnothing$. B. $m>\dfrac{4}{3}$. C. $m<-\dfrac{5}{3}$. D. $m\ne 0$.

Hướng dẫn giải

- Thay $m=2$ vào điều kiện $(m-x)(x-3m)>0$ ta được $(2-x)(x-6)>0\Leftrightarrow x\in(2;6)$ mà $(-5;4]\not\subset(2;6)$ nên các đáp án B, D loại.

- Thay $m=-2$ vào điều kiện $(m-x)(x-3m)>0$ ta được $(-2-x)(x+6)>0\Leftrightarrow x\in(-6;-2)$ mà $(-5;4]\not\subset(-6;-2)$ nên các đáp án C loại. Do đó Ta chọn đáp án đúng là A.

Câu 35. Với mọi số tự nhiên n, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $n=-\log_2\log_2\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\ldots\sqrt{2}}}}}_{n\text{ căn bậc }2}$. B. $n=\log_2\log_2\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\ldots\sqrt{2}}}}}_{n\text{ căn bậc }2}$.

C. $n=2+\log_2\log_2\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\ldots\sqrt{2}}}}}_{n\text{ căn bậc }2}$. D. $n=2-\log_2\log_2\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\ldots\sqrt{2}}}}}_{n\text{ căn bậc }2}$.

Hướng dẫn giải

+Tự luận:

Đặt $-\log_2\log_2\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\ldots\sqrt{2}}}}}_{n\text{ dấu căn}}=m.$ Ta có: $\log_2\sqrt{\sqrt{\sqrt{\ldots\sqrt{2}}}}=2^{-m}\Leftrightarrow\sqrt{\sqrt{\sqrt{\ldots\sqrt{2}}}}=2^{2^{-m}}$.

Ta thấy : $\sqrt{2}=2^{\frac{1}{2}},\sqrt{\sqrt{2}}=2^{\left(\frac{1}{2}\right)^2},\ldots\ldots,\sqrt{\sqrt{\sqrt{\ldots\sqrt{2}}}}=2^{\left(\frac{1}{2}\right)^n}=2^{2^{-n}}$. Do đó ta được: $2^{-m}=2^{-n}\Leftrightarrow m=n$. Vậy $n=-\log_2\log_2\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\ldots\sqrt{2}}}}}_{n \text{ daáu caên}}$. Đáp án A.

+**Trắc nghiệm**: Sử dụng máy tính Casio, lấy n bất kì, chẳng hạn n = 3.

Nhập biểu thức $-\log_2\log_2\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$ (có 3 dấu căn) vào máy tính ta thu được kết quả bằng – 3. Vậy chọn A.

Câu 36. Cho các số thực a,b,c thỏa mãn: $a^{\log_3 7}=27, b^{\log_7 11}=49, c^{\log_{11}25}=\sqrt{11}$. Giá trị của biểu thức $A=a^{(\log_3 7)^2}+b^{(\log_7 11)^2}+c^{(\log_{11}25)^2}$ là:

A. 469. B.729. C. 519. D.129.

Hướng dẫn giải

Ta có

$$\left(a^{\log_3 7}\right)^{\log_3 7}+\left(b^{\log_7 11}\right)^{\log_7 11}+\left(c^{\log_{11}25}\right)^{\log_{11}25}=27^{\log_3 7}+49^{\log_7 11}+\left(\sqrt{11}\right)^{\log_{11}25}=7^3+11^2+25^{\frac{1}{2}}=469$$

Suy ra : Đáp án A

Câu 37. Cho $a,b>0$ thỏa mãn $a^2+b^2=7ab$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log\frac{a+b}{3}=\frac{1}{2}(\log a+\log b)$. B. $3\log(a+b)=\frac{1}{2}(\log a+\log b)$.

C. $\log(a+b)=\frac{3}{2}(\log a+\log b)$. D. $2(\log a+\log b)=\log(7ab)$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $a^2+b^2=7ab\Rightarrow(a+b)^2=9ab\Leftrightarrow\left(\frac{a+b}{3}\right)^2=ab$. Lấy Loga hai vế, ta được:

$$2\log\left(\frac{a+b}{3}\right)=\log a+\log b\Leftrightarrow\log\left(\frac{a+b}{3}\right)=\frac{\log a+\log b}{2}$$

Chọn : Đáp án A

Câu 38. Kết quả rút gọn của biểu thức $C=\sqrt{\log_a b+\log_b a+2}\left(\log_a b-\log_{ab} b\right)\sqrt{\log_a b}$ là:

A. $\left(\sqrt{\log_a b}\right)^3$. B. $\sqrt{\log_a b}$. C. $\sqrt[3]{\log_a b}$. D. $\log_a b$.

Hướng dẫn giải:

$$C=\sqrt{\log_a b+\log_b a+2}\left(\log_a b-\log_{ab} b\right)\sqrt{\log_a b}$$

$$=\sqrt{\frac{\left(\log_a b+1\right)^2}{\log_a^2 b}}\left(\log_a b-\frac{\log_a b}{1+\log_a b}\right)\sqrt{\log_a b}=\frac{\left(\log_a b+1\right)}{\log_a b}\left(\frac{\log_a^2 b}{1+\log_a b}\right)\sqrt{\log_a b}=\left(\sqrt{\log_a b}\right)^3$$

Câu 39. Cho $a,b,c>0$ đôi một khác nhau và khác 1, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log^2_{\frac{a}{b}}\frac{c}{b};\log^2_{\frac{b}{c}}\frac{a}{c};\log^2_{\frac{c}{a}}\frac{b}{a}=1$.

B. $\log^2_{\frac{a}{b}}\frac{c}{b};\log^2_{\frac{b}{c}}\frac{a}{c};\log^2_{\frac{c}{a}}\frac{b}{a}>1$.

C. $\log^2_{\frac{a}{b}}\frac{c}{b};\log^2_{\frac{b}{c}}\frac{a}{c};\log^2_{\frac{c}{a}}\frac{b}{a}>-1$.

D. $\log^2_{\frac{a}{b}}\frac{c}{b};\log^2_{\frac{b}{c}}\frac{a}{c};\log^2_{\frac{c}{a}}\frac{b}{a}<1$.

Hướng dẫn giải

* $\log_a\frac{b}{c}=\log_a\left(\frac{c}{b}\right)^{-1}=-\log_a\frac{c}{b}\Rightarrow\log_a^2\frac{b}{c}=\left(-\log_a\frac{c}{b}\right)^2=\log_a^2\frac{c}{b}$

* $\log_a b.\log_b c.\log_c a=1\Leftrightarrow\log_a b.\log_b a=\log_a a=1$

* Từ 2 kết quả trên ta có :

$$\log^2_{\frac{a}{b}}\frac{c}{b}\log^2_{\frac{b}{c}}\frac{a}{c}\log^2_{\frac{c}{a}}\frac{b}{a}=\left(\log_{\frac{a}{b}}\frac{b}{c}.\log_{\frac{b}{c}}\frac{c}{a}\log_{\frac{c}{a}}\frac{a}{b}\right)^2=1$$

Chọn : Đáp án A.

Câu 40. Gọi $(x;y)$ là nghiệm nguyên của phương trình $2x+y=3$ sao cho $P=x+y$ là số dương nhỏ nhất, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_2 x+\log_3 y$ không xác định.

B. $\log_2(x+y)=1$.

C. $\log_2(x+y)>1$.

D. $\log_2(x+y)>0$.

Hướng dẫn giải

Vì $x+y>0$ nên trong hai số x và y phải có ít nhất một số dương mà

$x+y=3-x>0$ nên suy ra $x<3$ mà x nguyên nên $x=2;\ 1;\ 0;\ -1;\ ...$

\+ Nếu $x=2$ suy ra $y=-1$ nên $x+y=1$

\+ Nếu $x=1$ thì $y=1$ nên $x+y=2$

\+ Nếu $x=0$ thì $y=3$ nên $x+y=3$

\+ Nhận xét rằng : $x<2$ thì $x+y>1$. Vậy $x+y$ nhỏ nhất bằng 1.

Suy ra: Chọn đáp án A

Câu 41. Có tất cả bao nhiêu số dương a thỏa mãn đẳng thức $\log_2 a+\log_3 a+\log_5 a=\log_2 a.\log_3 a.\log_5 a$

A. 3. B.1. C.2. D. 0.

Hướng dẫn giải

$(*)\Leftrightarrow \log_2 a+\log_3 2.\log_2 a+\log_5 2.\log_2 a=\log_2 a.\log_3 5.\log_5 a.\log_5 a$

$\Leftrightarrow \log_2 a.\left(1+\log_3 2+\log_5 2\right)=\log_2 a.\log_3 5.\log_5^2 a$

$\Leftrightarrow \log_2 a.\left(1+\log_3 2+\log_5 2-\log_3 5.\log_5^2 a\right)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 a=0\\ 1+\log_3 2+\log_5 2-\log_3 5.\log_5^2 a=0\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=1\\ \log_5 a=\pm\sqrt{\dfrac{1+\log_3 2+\log_5 2}{\log_3 5}}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=1\\ a=5^{\pm\sqrt{\frac{1+\log_3 2+\log_5 2}{\log_3 5}}}\end{array}\right.$$

Chọn: Đáp án A