Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Bài toán 2. LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Dạng 1: d đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ v cĩ VTCP $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$:

$$(d):\begin{cases} x = x_o + a_1t \\ y = y_o + a_2t \\ z = z_o + a_3t \end{cases} \qquad (t \in \mathbb{R})$$

Dạng 2: d đi qua hai điểm A, B: Một VTCP của d l $\overrightarrow{AB}$.

Dạng 3: d đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và song song với đường thẳng Δ cho trước:

Vì $d \parallel \Delta$ nn VTCP của Δ cũng l VTCP của d.

Dạng 4: d đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ v vuong gĩc với mặt phẳng (P) cho trước:

Vì $d \perp (P)$ nn VTPT của (P) cũng l VTCP của d.

Dạng 5: d l giao tuyến của hai mặt phẳng (P), (Q):

• ***Cch 1***: Tìm một điểm và một VTCP.

– Tìm toạ độ một điểm $A \in d$ bằng cách giải hệ phương trình $\begin{cases}(P)\\(Q)\end{cases}$ (với việc chọn gi trị cho một ẩn)

– Tìm một VTCP của d: $\vec{a} = \left[\vec{n}_P, \vec{n}_Q\right]$

• ***Cch 2:*** Tìm hai điểm A, B thuộc d, rồi viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm đó.

Dạng 6: d đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và vuông góc với hai đường thẳng d_1, d_2:

Vì $d \perp d_1$, $d \perp d_2$ nn một VTCP của d l: $\vec{a} = \left[\vec{a}_{d_1}, \vec{a}_{d_2}\right]$

Dạng 7: d đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$, vuông góc và cắt đường thẳng Δ.

• ***Cch 1***: Gọi H l hình chiếu vuong gĩc của M_0 trên đường thẳng Δ.

$$\begin{cases} H \in \Delta \\ \overrightarrow{M_0H} \perp \vec{u}_{\Delta} \end{cases}$$

Khi đó đường thẳng d là đường thẳng đi qua M_0, H.

• ***Cch 2***: Gọi (P) l mặt phẳng đi qua A v vuong gĩc với d, (Q) là mặt phẳng đi qua A v chứa d. Khi đó $d = (P) \cap (Q)$

Dạng 8: d đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và cắt hai đường thẳng d_1, d_2:

Group: https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/

hoc360.net

• ***Cch 1***: Gọi $M_1 \in d_1$, $M_2 \in d_2$ Từ điều kiện M, M_1, M_2 thẳng hng ta tìm được M_1, M_2. Từ đó suy ra phương trình đường thẳng d.

• ***Cch 2***: Gọi $(P) = (M_0, d_1)$, $(Q) = (M_0, d_2)$. Khi đó $d = (P) \cap (Q)$, do đó, một VTCP của d cĩ thể chọn l $\vec{a} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q]$.

Dạng 9: d nằm trong mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2:

Tìm cc giao điểm $A = d_1 \cap (P)$, $B = d_2 \cap (P)$. Khi đó d chính là đường thẳng AB.

Dạng 10: d song song với Δ và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2:

Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa Δ v d_1, mặt phẳng (Q) chứa Δ v d_2.

Khi đó $d = (P) \cap (Q)$.

Dạng 11: d là đường vuông góc chung của hai đường thẳng d_1, d_2 cho nhau:

• ***Cch 1***: Gọi $M \in d_1$, $N \in d_2$. Từ điều kiện $\begin{cases} MN \perp d_1 \\ MN \perp d_2 \end{cases}$, ta tìm được M, N.

Khi đó, d là đường thẳng MN.

• **Cch 2**:

– Vì $d \perp d_1$ v $d \perp d_2$ nn một VTCP của d cĩ thể l: $\vec{a} = [\vec{a}_{d_1}, \vec{a}_{d_2}]$.

– Lập phương trình mặt phẳng (P) chứa d v d_1, bằng cch:

+ Lấy một điểm A trn d_1.

+ Một VTPT của (P) cĩ thể l: $\vec{n}_P = [\vec{a}, \vec{a}_{d_1}]$.

– Tương tự lập phương trình mặt phẳng (Q) chứa d v d_1.

Khi đó $d = (P) \cap (Q)$.

Dạng 12: d l hình chiếu của đường thẳng Δ ln mặt phẳng (P):

• Lập phương trình mặt phẳng (Q) chứa Δ v vuong gĩc với mặt phẳng (P) bằng cch:

– Lấy $M \in \Delta$.

– Vì (Q) chứa Δ v vuong gĩc với Δ nn $\vec{n}_Q = [\vec{a}_\Delta, \vec{n}_P]$.

Khi đó $d = (P) \cap (Q)$.

Dạng 13: d đi qua điểm M, vuong gĩc với d_1 v cắt d_2:

• ***Cch 1***: Gọi N là giao điểm của d v d_2. Điều kiện $MN \perp d_1$, ta tìm được

N.

Khi đó, d là đường thẳng M, N.

• *Cch 2*:

– Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M v vuong gĩc với d_1.

– Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa M v d_2.

Khi đó $d = (P) \cap (Q)$.

Ví dụ 14.3.6 Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$:

1. Cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng d và cắt trục Ox ***Đề thi ĐH Khối D – 2011***

Lời giải.

1. Gọi M là giao điểm của đường thẳng Δ với Ox

Suy ra $M(m;0;0) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (m-1;-2;-3)$, đường thẳng Δ có $\vec{a} = (2;1;-2)$ là VTCP

Vì $AM \perp d \Rightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{a} \Leftrightarrow m = -1 \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (-2;-2;-3)$

Vậy phương trình đường thẳng Δ là: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$.

Ví dụ 15.3.6 Lập phương trình chính tắc của đường thẳng Δ, biết:

Δ đi qua $M(1;0;-1)$ và vuông góc với hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x}{-5} = \frac{y+2}{8} = \frac{z-1}{3} \quad ; \quad d_2: \begin{cases} x = t \\ y = -1-2t \\ z = 0 \end{cases}$$

Lời giải.

Ta có: d_1 có $\overrightarrow{u_1} = (5;-8;-3)$ VTCP; d_2 có $\overrightarrow{u_2} = (1;-2;0)$ là VTCP

Cách 1: Giả sử $\vec{u} = (a;b;c)$ là một VTCP của Δ.

Vì Δ vuông góc với d_1 và d_2 nên

hoc360.net

$$\begin{cases} \vec{u}.\vec{u_1} = 0 \\ \vec{u}.\vec{u_2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5a - 8b - 3c = 0 \\ a - 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b \\ c = \dfrac{2}{3}b \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = \dfrac{b}{3}.(6;3;2)$$

Phương trình Δ là: $\begin{cases} x = 1 + 6t \\ y = 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}$.

Cách 2. Vì $\Delta \perp d_1$, $\Delta \perp d_2$ nên $\vec{u} = \left[\vec{u_1}, \vec{u_2}\right] = (-6;-3;-2)$ là một VTCP của Δ

Suy ra phương trình Δ là: $\begin{cases} x = 1 - 6t \\ y = -3t \\ z = -1 - 2t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}$.

Ví dụ 16.3.6 Lập phương trình chính tắc của đường thẳng Δ, biết:

1. Δ đi qua $A(1;2;1)$ đồng thời Δ cắt đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = t \end{cases}$ và vuông góc với đường thẳng $d_2 : \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+3}{-2}$;

2. Δ đi qua $B(9;0;-1)$, đồng thời Δ cắt hai đường thẳng $\Delta_1 : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-3}{-1} = \dfrac{z+1}{1}$, $\Delta_2 : \dfrac{x+2}{-1} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z-4}{-3}$

Lời giải.

1. **Cách 1:** Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và d_1, khi đó ta có $\Delta \subset (P)$

Ta có đường thẳng d_1 đi qua $M(1;2;0)$ và có $\vec{u_1} = (1;-1;1)$ là VTCP

Nên $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AM}, \vec{u_1}\right] = (-1;-1;0)$ là VTPT của (P).

Vì $\begin{cases} \Delta \subset (P) \\ \Delta \perp d_2 \end{cases}$, suy ra $\vec{u} = \left[\vec{n}, \vec{u_2}\right] = (2;-2;1)$ là VTCP của Δ (trong đó $\vec{u_2} = (2;1;-3)$ là VTCP của đường thẳng d_2).

Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là: $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z-1}{1}$.

Cách 2: Gọi $E = \Delta \cap d_1$, suy ra $E(1+t;2-t;t)$ nên $\overrightarrow{AE} = (t;-t;t-1)$

Vì $\Delta \perp d_2 \Rightarrow \overrightarrow{AE}.\overrightarrow{u_2} = 0 \Leftrightarrow 2t - t - 2(t-1) = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow \overrightarrow{AE} = (2;-2;1)$

Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{1}$.

2. Đường thẳng Δ_1 đi qua $C(1;3;-1)$ và có $\overrightarrow{v_1} = (2;-1;1)$ là VTCP

Đường thẳng Δ_2 đi qua $D(-2;3;4)$ và có $\overrightarrow{v_2} = (-1;1;-3)$ là VTCP

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua B và Δ_1, suy ra $\Delta \subset (\alpha)$ và $\overrightarrow{n_1} = \left[\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{BC}\right] = (-3;-8;-2)$ là VTPT của (α).

Gọi (β) là mặt phẳng đi qua B và Δ_2, suy ra $\Delta \subset (\beta)$ và $\overrightarrow{n_2} = \left[\overrightarrow{v_2}, \overrightarrow{BD}\right] = (14;38;8)$ là VTPT của (β).

Ta có Δ là giao tuyến của (α) và (β) nên $\vec{a} = \left[\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2}\right] = (12;-4;-2)$ là VTCP

Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là:

$$\frac{x-9}{6} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{-1}.$$

3.

Ví dụ 17.3.6 Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ, biết:

1. Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 3 = 0$ và $(\beta): 2y - z - 1 = 0$

2. Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 3 = 0$ và $(\beta): 2x - y + 5z - 4 = 0$.

3. Δ là hình chiếu vuông góc của $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}$ lên mp $(\alpha): x + y + z - 1 = 0$

Lời giải.

1. Để lập phương trình đường thẳng Δ ta có các cách sau

Cách 1: Ta có $\overrightarrow{n_1} = (1;1;1)$ và $\overrightarrow{n_2} = (0;2;-1)$ lần lượt là VTPT của (α) và (β)

Do $\Delta = (\alpha) \cap (\beta)$, suy ra $\vec{a} = \left[\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2}\right] = (-3;1;2)$ là VTCP của Δ

Xét hệ phương trình $\begin{cases} x+y+z-3=0 \\ 2y-z-1=0 \end{cases}$ (*). Cho $y=1 \Rightarrow x=z=1$, suy ra $M(1;1;1) \in \Delta$

Vậy phương trình tham số của đường thẳng Δ là: $\begin{cases} x=1-3t \\ y=1+t \\ z=1+2t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

Cách 2: Xét $N(x;y;z) \in \Delta \Leftrightarrow N \in (\alpha) \cap (\beta) \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z-3=0 \\ 2y-z-1=0 \end{cases}$

Đặt $y=t$, ta có: $\begin{cases} x=4-3t \\ y=t \\ z=-1+2t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$, đây chính là phương trình tham số của Δ.

Cách 3: Trong hệ (*) cho $y=0 \Rightarrow z=-1, x=4$. Do đó điểm $E(4;0;-1) \in \Delta$

Hay $\Delta \equiv ME$, từ đó ta lập được phương trình tham số của Δ là:

$\begin{cases} x=4-3t \\ y=t \\ z=-1+2t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

2. Để lập phương trình đường thẳng Δ ta có các cách sau

Cách 1: Ta có $A(-1;-1;1)$, $B(-5;6;4)$ là hai điểm chung của (α) và (β)

$\Rightarrow A, B \in d \Rightarrow \overrightarrow{AB}=(-4;7;3)$ là một VTCP của d

Phương trình tham số của d: $\begin{cases} x=-1-4t \\ y=-1+7t \\ z=1+3t \end{cases}$, $t \in R$.

Phương trình chính tắc của d: $\dfrac{x+1}{-4}=\dfrac{y+1}{7}=\dfrac{z-1}{3}$.

Cách 2: Ta có $\overrightarrow{n_1}=(1;1;-1)$, $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;5)$ lần lượt là VTPT của $(\alpha),(\beta)$

Vì d là giao tuyến của (α) và (β) nên $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(4;-7;-3)$

Từ đó ta lập được phương trình cuả d.

Cách 3: Ta có $M(x;y;z) \in d \Leftrightarrow \begin{cases} M \in (\alpha) \\ M \in (\beta) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y-z+3=0 \\ 2x-y+5z-4=0 \end{cases}$

Đặt $z = t$ ta được: $\begin{cases} x + y = -3 + t \\ 2x - y = 4 - 5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1}{3} - \dfrac{4}{3}t \\ y = -\dfrac{10}{3} + \dfrac{7}{3}t \end{cases}$

Phương trình tham số của d : $\begin{cases} x = \dfrac{1}{3} - \dfrac{4}{3}t \\ y = -\dfrac{10}{3} + \dfrac{7}{3}t;\ z = t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

3. Để lập phương trình đường thẳng Δ ta có các cách sau

Đường thẳng d đi qua $M(1;2;0)$ và có $\vec{v} = (1;2;-1)$ là VTCP.

Mặt phẳng (α) có $\vec{n} = (1;1;1)$ là VTPT

Xét hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z}{-1} \\ x + y + z - 1 = 0 \end{cases}$, giải hệ này ta được

$x = 0, y = 0, z = 1$, suy ra d và (α) cắt nhau tại $I(0;0;1)$ và $I \in \Delta$.

Cách 1: Gọi (P) là mặt phẳng đi qua d và vuông góc với (α)

Ta có $\overrightarrow{n_1} = \left[\vec{v}, \vec{n}\right] = (3;-2;-1)$ là VTPT của (P)

Vì $\Delta = (\alpha) \cap (P)$ nên $\vec{u} = \left[\vec{n}, \overrightarrow{n_1}\right] = (-1;-4;5)$ là VTCP của Δ

Vậy phương trình của đường thẳng Δ là: $\dfrac{x}{-1} = \dfrac{y}{-4} = \dfrac{z-1}{5}$.

Cách 2. Gọi N là hình chiếu của M lên (α), vì $MN \perp (\alpha)$ nên $\vec{n} = (1;1;1)$ là VTCP

của MN, suy ra phương trình MN : $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{1}$

Do $N = MN \cap (\alpha)$ nên tọa độ của N là nghiệm của hệ: $\begin{cases} \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{1} \\ x + y + z - 1 = 0 \end{cases}$

Giải hệ này ta tìm được: $x = \dfrac{1}{3}, y = \dfrac{4}{3}, z = -\dfrac{2}{3} \Rightarrow N\left(\dfrac{1}{3}; \dfrac{4}{3}; -\dfrac{2}{3}\right)$.

Khi đó đường thẳng $\Delta \equiv IN$, từ đó ta lập được phương trình Δ:

$\dfrac{x}{-1} = \dfrac{y}{-4} = \dfrac{z-1}{5}$.

Ví dụ 18.3.6 Cho đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) có phương trình:

$$\Delta:\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 2t \end{cases} \ (t \in \mathbb{R}),\ \ (P): 2x - y + 2z = 11 = 0.$$

1. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu của $A(1;\ -2;\ -5)$ trên Δ;

2. Tìm tọa độ điểm A' sao cho $AA' = 2AH$ và ba điểm A, A', H thẳng hàng;

3. Tìm tọa độ điểm B' đối xứng với điểm $B(1;\ -1;\ 2)$ qua (P).

Lời giải.

1. Đường thẳng Δ có $\overrightarrow{u_\Delta} = (2;-1;2)$ là VTCP

Cách 1: Vì $H \in \Delta$ nên $H(1+2t;\ -1-t;\ 2t) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (2t;\ 1-t;\ 2t+5)$.

Điểm H là hình chiếu của A trên Δ nên $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{u_\Delta} = 0$, hay

$$2.(2t) - 1.(1-t) + 2(2t+5) = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow H(-1;\ 0;\ -2).$$

Vậy điểm cần tìm là $H(-1;\ 0;\ -2)$.

Cách 2: Gọi (α) là mặt phẳng qua $A(1;\ -2;\ -5)$ và vuông góc với Δ.

Ta có một véc tơ pháp tuyến của (α) là $\overrightarrow{n_\alpha} = (2;\ -1;\ 2)$ nên

$$(\alpha):\ 2x - y + 2z - 6 = 0.$$

Điểm H là hình chiếu của A trên Δ thì $H = (P) \cap \Delta \Rightarrow H(-1;\ 0;\ -2)$.

2. Gọi $A'(x;\ y;\ z)$.

Vì ba điểm A, A', H thẳng hàng và $AA' = 2AH$ nên có hai trường hợp

- $\overrightarrow{AA'} = 2\overrightarrow{AH}$, khi đó H là trung điểm AA' nên

$$\begin{cases} x_A + x_{A'} = 2x_H \\ y_A + y_{A'} = 2y_H \\ z_A + z_{A'} = 2z_H \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A \\ y_{A'} = 2y_H - y_A \\ z_{A'} = 2z_H - z_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = -3 \\ y_{A'} = 2 \\ z_{A'} = 1 \end{cases}.$$

Vậy $A'(-3;\ 2;\ 1)$.

- $\overrightarrow{AA'} = -2\overrightarrow{AH}$, khi đó ta có

$$\begin{cases} x_{A'} - 1 = -2.(-2) \\ y_{A'} + 2 = -2.2 \\ z_{A'} + 5 = -2.3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = 5 \\ y_{A'} = -6 \\ z_{A'} = -11 \end{cases} \Rightarrow A'(5;\ -6;\ -11).$$

Vậy có hai điểm thỏa mãn là $A'(-3;\ 2;\ 1)$ hoặc $A'(5;\ -6;\ -11)$.

3. Gọi d là đường thẳng đi qua $B(1;\,-1;\,2)$ và $d \perp (P)$, khi đó một véc tơ phương của d là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng.

Ta có $\overrightarrow{u_d} = (2;\,-1;\,2)$ nên $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-2}{2}$.

Điểm K là hình chiếu của B trên (P) thì $K = d \cap (P)$, nên tọa độ K là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-2}{2} \\ 2x - y + 2z = 11 = 0 \end{cases} \Rightarrow H(-3;\,1;\,-2)$.

Điểm B' đối xứng với B qua (P) khi H là trung điểm của BB' nên tọa độ điểm B' cần tìm $B'(-7;\,3;\,-6)$.

Ví dụ 19.3.6 Trong không gian $Oxyz$,

1. Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z - n = 0$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{2m-1}$. Tìm m, n để:

a) Đường thẳng Δ nằm trong $mp(\alpha)$

b) Đường thẳng Δ song song với $mp(\alpha)$

2. Tìm m để :

a) Hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-6}{2} = \dfrac{y+3}{-2} = \dfrac{z-1+m}{m-1}$ và $d_2: \dfrac{x-4}{4} = \dfrac{y}{-3} = \dfrac{z+2}{2}$ cắt nhau. Tìm giao điểm của chúng.

b) Đường thẳng $d_m: \begin{cases} x = (-2m^2 + m + 1)t \\ y = 1 - (4m^2 + 4m + 1)t \\ z = -2 + (m^2 - m)t \end{cases}$ song song với $(P): 2x - y + 2 = 0$.

Lời giải.

1. Mặt phẳng (α) có $\vec{n} = \left(2;-2;1\right)$ là VTPT

Đường thẳng Δ đi qua $A(1;-1;3)$ và có $\vec{u} = \left(2;1;2m-1\right)$ là VTCP

a) **Cách 1:** Ta có $B\left(3;0;2m+2\right) \in \Delta$

$$\Delta \subset (\alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} A \in (\alpha) \\ B \in (\alpha) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 - n = 0 \\ 8 + 2m - n = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 7 \\ m = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Cách 2: Ta có $\Delta \subset (\alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} A \in (\alpha) \\ \vec{n}.\vec{u} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 - n = 0 \\ 2m + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 7 \\ m = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$.

b) Ta có: $\Delta // (\alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} A \notin (\alpha) \\ \vec{n}.\vec{u} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 - n \neq 0 \\ 2m + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \neq 7 \\ m = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$.

2. a) Hai đường thẳng cắt nhau khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm duy nhất:

$$\begin{cases} 6 + 2t = 4 + 4t' \\ -3 - 2t = -3t' \\ 1 - m + (m-1)t = -2 + 2t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3, t' = -1 \\ 1 - m + (m-1).(-3) = -4 \end{cases} \Rightarrow m = 2.$$

Khi đó hai đường thẳng cắt nhau tại $A(0;3;4)$.

b) **Cách 1:**

Đường thẳng d_m đi qua $A(0;1;-2)$ có

$\vec{u} = (-2m^2 + m + 1; -4m^2 - 4m - 1; m^2 - m)$ là VTCP. Mặt phẳng (P) có

$\vec{n} = (2;-1;0)$ là VTPT

Ta có

$$d_m // (P) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}.\vec{n} = 0 \\ A \notin (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4m^2 + 2m + 2 + 4m^2 + 4m + 1 = 0 \\ -1 + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}.$$

Cách 2: Ta có $d_m // (P) \Leftrightarrow$ hệ phương trình sau vô nghiệm:

$$\begin{cases} x = (-2m^2 + m + 1)t \\ y = 1 - (4m^2 + 4m + 1)t \\ z = -2 + (m^2 - m)t \\ 2x - y + 2 = 0 \end{cases}$$

Thay ba phương trình đầu vào phương trình cuối ta được: $(6m + 3)t = -1$

Do đó hệ vô nghiệm $\Leftrightarrow m = -\dfrac{1}{2}$.

Ví dụ 20.3.6 Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$: cho tứ diện $ABCD$ có các đỉnh $A\left(1;2;1\right)$, $B\left(-2;1;3\right)$, $C\left(2;-1;1\right)$ và $D\left(0;3;1\right)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B sao cho khoảng cách từ C đến (P) bằng khoảng cách từ D đến (P)

Lời giải.

Mặt phẳng *(P)* thoả mãn yêu cầu bài toán trong hai trường hợp sau:

Trường hợp 1: (P) đi qua A, B song song với CD.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3;-1;2)$, $\overrightarrow{CD} = (-2;4;0)$, suy ra

$\vec{n} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}\right] = (-8;-4;-14)$ là VTPT của (P). Phương trình (P):

$4x + 2y + 7z - 15 = 0$.

Trường hợp 2: (P) đi qua A, B và cắt CD tại I, suy ra I là trung điểm của CD Do đó $I(1;1;1) \Rightarrow \overrightarrow{AI} = (0;-1;0)$.

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P): $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AI}\right] = (2;0;3)$.

Phương trình $(P): 2x + 3z - 5 = 0$.

Vậy $(P): 4x + 2y + 7z - 15 = 0$ hoặc $(P): 2x + 3z - 5 = 0$.

Ví dụ 21.3.6 Cho đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-1}{1}$ và đường thẳng $\Delta_2: \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 1 \end{cases}$ $(t \in R)$. Lập phương trình đường thẳng Δ cắt Δ_1 và cắt Δ_2 đồng thời thỏa mãn:

1. Δ nằm trong mặt phẳng (P): $2x + 3y - z + 2 = 0$.

2. Δ song song với đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{4} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z-3}{1}$.

3. Δ đi qua điểm $M(1;-5;-1)$.

Lời giải.

1. Vì Δ cắt Δ_1 và cắt Δ_2 đồng thời Δ nằm trong mặt phẳng (P), nên Δ chính là đường thẳng đi qua các giao điểm của Δ_1 và Δ_2 với (P).

Gọi $A = \Delta_1 \cap (P)$ thì tọa độ A là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{1}\\ 2x+3y-z+2=0\end{cases}\Rightarrow A(-1;\,0;\,0).$$

Gọi $B=\Delta_2\cap(P)$. Vì $B\in\Delta_2$ nên $B(-1-2t;\,2+3t;\,1)$. Lại có $B\in(P)$ nên $2(-1-2t)+3(2+3t)+1=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow B(1;\,-1;\,1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}(2;\,-1;\,1)$ nên phương trình đường thẳng cần tìm là

$$\Delta:\ \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1}.$$

2. Có nhiều cách giải bài toán này, chẳng hạn:

Cách 1: Tìm một điểm thuộc Δ.

Vì Δ cắt Δ_1 và song song với d, nên Δ nằm trong mặt phẳng (α) chứa Δ_1 và song song với d. Ta có (α) qua $M_1(2;\,1;\,1)$, (α) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(\alpha)}=\left[\vec{u}_{\Delta_1},\vec{u}_d\right]=(-2;\,1;\,5)$ nên $(\alpha):-2x+y+5z-2=0$.

Ta có $\begin{cases}\Delta\subset(\alpha)\\ \Delta\cap\Delta_2=C\end{cases}$ nên $C=\Delta_2\cap(\alpha)\Rightarrow C(-1-2t;2+3t;1)$ và thỏa mãn $-2(-1-2t)+(2+3t)+5-2=0\Leftrightarrow t=-1$, nên $C(1;\,-1;\,1)$.

Lại có $\Delta/\!/d$ nên một véc tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_d(4;\,3;\,1)$, do đó phương trình cần tìm $\Delta:\ \dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-1}{1}$.

Cách 2: Xác định hai mặt phẳng cùng chứa đường thẳng Δ.

Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng

- Mặt phẳng (α) chứa Δ_1 và song song với d.
- Mặt phẳng (β) chứa Δ_2 và song song với d.

Ta có $(\alpha):-2x+y+5z-2=0$.

Mặt phẳng (β) qua $M_2(-1;\,2;\,1)$, đồng thời (β) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(\beta)}=\left[\vec{u}_{\Delta_2},\vec{u}_d\right]=(3;\,2;\,-18)$ nên $(\beta):3x+2y-18z+17=0$.

Hai điểm $D(-3;\,-4;\,0)$, $E(1;\,-1;\,1)$ là các điểm chung của mặt phẳng (α) và (β), nên phương trình cần tìm là $\Delta:\ \dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-1}{1}$.

Cách 3: Xác định tọa độ hai giao điểm.

Gọi $N_1=\Delta\cap\Delta_1\Rightarrow N_1(2+3t_1;\,1+t_1;\,1+t_1)$ và $N_2=\Delta\cap\Delta_2$ thì $N_2(-1-2t_2;\,2+3t_2;\,1)\Rightarrow\overrightarrow{N_1N_2}(-3-2t_2-3t_1;\,1+3t_2-t_1;-t_1)$.

Ta có $\Delta/\!/d$ nên $\overrightarrow{N_1N_2}/\!/\vec{u}_d$, do đó

$$\frac{-3-2t_2-3t_1}{4}=\frac{1+3t_2-t_1}{3}=\frac{-t_1}{1}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1-2t_2=3\\2t_1+3t_2=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1=1\\t_2=-1\end{cases}$$

Vì thế $N_1(5;\,2;\,2),\ N_2(1;\,-1;\,1)$. Phương trình đường thẳng cần tìm

$$\Delta:\ \frac{x-1}{4}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-1}{1}.$$

3. Bài toán này cũng có thể giải bằng ba cách như bài toán trên. Ở đây, chúng tôi giới thiệu cách 1.

Vì Δ cắt Δ_1 và qua M, nên Δ nằm trong mặt phẳng (Q) chứa Δ_1 và qua $M(1;\,-5;\,-1)$. Ta có $M_1(2;\,1;\,1)\in\Delta_1,\overrightarrow{MM_1}(1;\ 6;\,2),\ \vec{u}_{\Delta_1}(3;1;1)$.

Một véc tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_{(Q)}=\left[\vec{u}_{\Delta_1},\overrightarrow{MM_1}\right]=(-4;\,-5;\,17)$ nên

$$(Q):\ 4x+5y-17z+4=0.$$

Ta có $\begin{cases}\Delta\subset(Q)\\\Delta\cap\Delta_2=F\end{cases}$ nên $F=\Delta_2\cap(Q)\Rightarrow F(-1-2t;2+3t;1)$ và thỏa mãn $4(-1-2t)+5(2+3t)-17+4=0\Leftrightarrow t=-1$, nên $F(-3;\,5;\,1)$.

Vậy Δ là đường thẳng MF.

Ta có $\overrightarrow{MF}(-4;\,10;2)=2(-2;5;1)$ nên phương trình Δ là

$$\Delta:\ \frac{x-1}{-2}=\frac{y+5}{5}=\frac{z+1}{1}.$$

Ví dụ 22.3.6 Lập phương trình các cạnh của tam giác ABC, biết:

1. Đỉnh $A(1;\,-3;\,2)$, phương trình hai đường trung tuyến:

$$BM:\begin{cases}x=2+3t\\y=-2-3t\ (t\in\mathbb{R}),\\z=-1-t\end{cases}\quad CN:\begin{cases}x=-3t'\\y=-1\qquad(t,t'\in\mathbb{R}).\\z=1+5t'\end{cases}$$

2. Đỉnh $A(1;\,2;\,7)$ và phương trình hai đường cao:

$$BE:\ \frac{x-3}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-5}{-3},\quad CF:\ \frac{x-1}{2}=\frac{y-5}{-3}=\frac{z-4}{1}.$$

3. Đỉnh $A(3;\,2;\,3)$, phương trình phân giác trong góc B và đường cao CK là:

$$BD:\ \frac{x-1}{1}=\frac{y-4}{-2}=\frac{z-3}{1},\quad CK:\ \frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-3}{-2}.$$

Lời giải.

1. Tọa độ của điểm B và trung điểm N của AB lần lượt là

$$B(2+3b;\,-2-3b;\,-1-b),\ N(-3n;\,-1;\,1+5n).$$

Theo công thức tính tọa độ trung điểm, ta có

$$\begin{cases} x_A + x_B = 2x_N \\ y_A + y_B = 2y_N \\ z_A + z_B = 2z_N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+2+3b=-6n \\ -3-2-3b=-2 \\ 2-1-b=2+10n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-1 \\ n=0 \end{cases}$$

Tọa độ điểm $B(-1; 1; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AB}(-2; 4; -2) = -2(1; -2; 1)$.

Phương trình đường thẳng chứa cạnh $AB: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+3}{-2} = \dfrac{z-2}{1}$.

Tương tự, ta có $M(2+3m; -2-3m; -1-m)$, $C(-3c; -1; 1+5c)$ nên

$$\begin{cases} x_A + x_C = 2x_M \\ y_A + y_C = 2y_M \\ z_A + z_C = 2z_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-3c=4+6m \\ -3-1=-4-6m \\ 2+1+5c=-2-2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=-1 \\ m=0 \end{cases}$$

Tọa độ điểm $C(3; -1; -4) \Rightarrow \overrightarrow{AC}(2; -2; -2) = -2(-1; 1; 1)$.

Phương trình đường thẳng chứa cạnh $AC: \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y+3}{1} = \dfrac{z-2}{1}$.

Ta có $\overrightarrow{BC}(4; -2; -4) = -2(-2;\ 1:2)$ nên phương trình đường thẳng chứa cạnh $BC: \dfrac{x-3}{-2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z+4}{2}$.

2. Phương trình mặt phẳng (P) qua $A(1; 2; 7)$ và vuông góc với BE là $2x+y-3z+17=0$.

Ta có $C = CF \cap (P)$ nên tọa độ điểm C là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-5}{-3} = \dfrac{z-4}{1} \\ 2x+y-3z+17=0 \end{cases} \Rightarrow C(13; -13; 10).$$

Phương trình mặt phẳng (Q) qua $A(1; 2; 7)$ và vuông góc với CF là $(Q):\ 2x-3y+z-3=0$.

Ta có $B = BF \cap (Q)$ nên tọa độ điểm B là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-5}{-3} \\ 2x-3y+z-3=0 \end{cases} \Rightarrow B(5; 3; 2)$.

Do đã biết tọa độ ba đỉnh của tam giác nên các phương trình đường thẳng chứa cạnh của tam giác ABC là

$$AB: \begin{cases} x=1+t \\ y=2 \\ z=5-t \end{cases},\quad BC: \begin{cases} x=7-t \\ y=2+2t \\ z=-1 \end{cases},\quad CA: \begin{cases} x=1 \\ y=2+2t \\ z=5-t \end{cases}.$$

3. Mặt phẳng (α) qua $A(3;\ 2;\ 3)$ vuông góc với CK là

$$(\alpha):\quad x+y-2z+1=0.$$

Vì $B=(\alpha)\cap BD$ nên tọa độ điểm B thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} x+y-2z+1=0 \\ \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-3}{1} \end{cases} \Rightarrow B(1;\ 4;\ 3).$$

Muốn tìm tọa độ điểm C ta tìm điểm A' đối xứng với điểm A qua phân giác trong góc B. Điểm A' thuộc đường thẳng BC nên lập được phương trình đường thẳng BC và tìm được $C=BC\cap CK$.

Gọi H là hình chiếu của A trên BD, suy ra $H(1+t;4-2t;3+t)$.

Ta có $\overrightarrow{AH}(t-2;\ 2-2t;\ t)$, $\vec{u}_{BD}(1;\ -2;\ 1)$ nên

$$\overrightarrow{AH}.\vec{u}_{BD}=0 \Leftrightarrow 1.(t-2)-2.(2-2t)+t=0 \Leftrightarrow t=1$$

Vậy $H(2;\ 2;\ 4)$.

Gọi A' đối xứng với A qua BD thì $A'(1;\ 2;\ 5)$.

Đường thẳng BC là đường thẳng BA' nên có phương trình là

$$BC:\begin{cases} x=1 \\ y=2-t. \\ z=5+t \end{cases}$$

Tọa độ điểm C thỏa mãn hệ $\begin{cases} x_C=1=2+c \\ y_C=2-t=3+c \\ z_C=5+t=3-2c \end{cases} \Rightarrow C(1;2;5).$

Phương trình các đường thẳng cần tìm là

$$AB:\begin{cases} x=3-t \\ y=2+t, \\ z=3 \end{cases}\quad BC:\begin{cases} x=1 \\ y=2-t, \\ z=5+t \end{cases}\quad CA:\begin{cases} x=1-t \\ y=2 \\ z=5+t \end{cases}.$$

CÁC BÀI TOÁN LUYỆN TẬP

Bài 1 Lập phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng d biết:

1. d đi qua $A(2;0;1)$ và có $\vec{u}=(1;-1;-1)$ là VTCP .

2. d đi qua $A(1;2;1)$ và $B(-1;0;0)$,

3. d đi qua $M(-2;1;0)$ và vuông góc với $(P): x+2y-2z+1=0$,

4. d đi qua $N\left(-1;2;-3\right)$ và song song với $\Delta : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{3-z}{1}$.

5. d nằm trong $(P): x+2y-3z+4=0$ sao cho d cắt và vuông góc với đường thẳng $\Delta : \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{-1}$

Bài 2 Lập phương trình của đường thẳng Δ biết

1. Δ đi qua $M\left(1;4;-2\right)$ và song song với hai mặt phẳng

$$\left(P\right):\ 6x+6y+2z+3=0 \text{ và } \left(Q\right): 3x-5y-2z-1=0.$$

2. Δ nằm trong $(P): y+2z=0$ và cắt hai đường thẳng

$$d_1 : \begin{cases} x = 1-t \\ y = t \\ z = 4t \end{cases} \quad ; \quad d_1 : \begin{cases} x = 2-t' \\ y = 4+2t' \\ z = 1 \end{cases}.$$

3. Δ đi qua $M\left(-4;-5;3\right)$ và cắt hai đường thẳng

$$d_1 : \frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{-1} \text{ và } d_2 : \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-5}$$

4. Δ đi qua $M\left(0;1;1\right)$, vuông góc với $d_1 : \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z}{1}$ và cắt đường thẳng $d_2 : \begin{cases} x = -1 \\ y = t \\ z = 1+t \end{cases}$.

Bài 3 Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ, biết

1. Δ đi qua hai điểm $A(1;2;4)$ và $B(-3;5;-1)$

2. Δ đi qua A (ở ý 1) và song song với đường thẳng $d : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z}{-1}$

3. Δ nằm trong mặt phẳng (α) (ở ý 3) đồng thời Δ cắt và vuông góc với đường thẳng d (ở ý 2).

Bài 4 Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A\left(5;5;0\right)$ và đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z-7}{-4}$.

1. Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua đường thẳng d.

2. Tìm toạ độ điểm B, C thuộc d sao cho tam giác ABC vuông tại C và $BC = \sqrt{29}$.

Bài 5 Trong không gian $Oxyz$ cho đường đường thẳng

$\Delta : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-3} = \dfrac{z-2}{-1}$ và điểm $A(4;3;2)$.

1. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng Δ sao cho $AM = \sqrt{105}$,

2. Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với A qua Δ.

3. Tìm tọa độ điểm D thuộc Δ sao cho khoảng cách từ D đến $(\alpha): x - 2y + 2z + 2 = 0$ bằng 1.

Bài 6 Viết phương trình đường thẳng Δ biết

1. Δ đi qua $A(-2;2;1)$ và cắt Oy tại điểm B sao cho $OB = 2OA$

2. Δ đi qua $B(1;1;2)$ và cắt đường thẳng $d : \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-3}{-2} = \dfrac{z+1}{1}$ tại C

sao cho tam giác OBC có diện tích bằng $\dfrac{\sqrt{83}}{2}$.

Bài 7 Cho hai đường thẳng

$\Delta_1 : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z}{-1}$, $\Delta_2 : \dfrac{x-3}{-1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z+1}{1}$.

1. Chứng minh rằng hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 cắt nhau và lập phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng đó.

2. Tìm điểm M thuộc Δ_1 có khoảng cách đến Δ_2 bằng $\dfrac{\sqrt{210}}{3}$.

3. Lập phương trình tham số các đường phân giác của các góc tọa bởi hai đường thẳng.

Bài 8 Lập phương trình chính tắc của đường thẳng Δ biết

1. Δ qua $A(2;\ 0;\ 3)$, Δ cắt và vuông góc với đường thẳng Δ_1 có phương trình $\Delta_1 : \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z+2}{-1}$.

2. Δ qua $B(1;\ -1;\ 1)$, Δ vuông góc $d_1 : \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+4}{3} = \dfrac{z}{1}$ và Δ cắt $d_2 : \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z+3}{3}$.

3. Δ qua $C(0;\ -4;\ 0)$, Δ song song $(Q): 5x + 2y + 7z + 7 = 0$ và Δ cắt đường thẳng $d : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-5}{3} = \dfrac{z}{1}$.

CÁC BÀI TOÁN DÀNH CHO HỌC SINH ÔN THI ĐẠI HỌC

Bài 9

1. Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ và mặt phẳng có phương trình (α): $x + 2y - z + 5 = 0$. Gọi A là giao điểm của Δ và (α). Tìm điểm $B \in \Delta$, $C \in (\alpha)$ sao cho $BA = 2BC = \sqrt{6}$ và $ABC = 60^0$.

2. Lập phương trình của đường thẳng Δ, biết Δ đi qua $A(2;3;-1)$ và cắt d tại điểm B sao cho $d\left(B,(\alpha)\right) = 2\sqrt{3}$.

Bài 10 Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng :

$$\Delta_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-1} \text{ và } \Delta_2 : \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+9}{-2}$$

1. Chứng minh rằng hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 chéo nhau. Tính góc và khoảng cách giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2.

2. Hai điểm A, B thay đổi trên Δ_1 sao cho $AB = 3$. Tìm điểm C trên đường thẳng Δ_2 sao cho ΔABC có diện tích nhỏ nhất.

3. Viết phương trình đường thẳng d cắt hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt tại M, N thỏa mãn $MN = 6\sqrt{5}$ và d tạo với Δ_1 một góc α thỏa $\cos\alpha = \sqrt{\frac{8}{15}}$.

Bài 11 Lập phương trình chính tắc của đường thẳng Δ biết

1. Δ qua $A(1;-2;2)$ và cắt trục Oz tại B sao cho $OB = 2OA$.

2. Δ qua $A(1;-2;2)$ và cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}$ tại điểm C sao cho $d(C, (Oxy)) = 3$.

3. Δ qua $A(1;-2;2)$ và cắt đường thẳng $d': \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-1}$ tại điểm D sao cho diện tích tam giác OAD bằng $\frac{45}{2}$ (đvdt).

Bài 12 Cho ba điểm $A(2;1;0), B(0;4;0), C(0;2;-1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$. Lập phương trình đường thẳng Δ biết

1. Δ qua A và cắt d tại M sao cho $AM = 3$.

2. Δ qua B và cắt d tại N sao cho diện tích $S_{BNC} = \frac{\sqrt{21}}{2}$.

3. Δ vuông góc với mặt phẳng (ABC), Δ cắt d tại D sao cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng $\frac{19}{6}$ (đvtt).

Bài 13 Cho hai đường thẳng có phương trình tham số

$$\Delta_1 : \begin{cases} x = -1 + t_1 \\ y = -2 + t_1 \\ z = 1 \end{cases}, \ \Delta_2 : \begin{cases} x = 1 - t_2 \\ y = 0 \\ z = 1 + t_2 \end{cases} \quad (t_1, t_2 \in \mathbb{R}).$$

1. Chứng minh rằng hai đường thẳng cắt nhau tại điểm I.

2. Lập phương trình đường thẳng Δ cắt Δ_1 và Δ_2 lần lượt tại A, B sao cho tam giác IAB cân tại I và có diện tích bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Bài 14

1. Trong không gian $Oxyz$ cho ha đường thẳng

$$d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{3} \text{ và } d_2 : \frac{x-4}{1} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-3}{-3}$$

Chứng minh rằng hai đường thẳng d_1, d_2 chéo nhau. Viết phương trình đường vuông góc chung và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng đó.

2. Tìm tọa độ các điểm $A \in d_1$, $B \in d_2$ sao cho $AB \perp d_3$ và $AB = \sqrt{13}$, trong đó: $d_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{1}$ và $d_2 : \frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{3}$, $d_3 : \frac{x}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-6}{1}$.

Bài 15 Lập phương trình tham số của đường thẳng Δ biết

1. Δ qua $A(-1;0;4)$ và cắt đường thẳng $\Delta_1 : \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-6}{-1}$ và tạo với đường thẳng ấy góc 60^0.

2. Δ qua $B(-3;-1;3)$ và cắt $\Delta_2 : \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-5}{2}$, Δ tạo với mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z + 5 = 0$ góc 30^0.

Bài 16 Trong không gian $Oxyz$

Cho đường thẳng $d_m : \frac{x-4m+3}{2m-1} = \frac{y-2m-3}{m+1} = \frac{z-8m-7}{4m+3}$ với $m \notin \left\{-1; -\frac{3}{4}; \frac{1}{2}\right\}$

Chứng minh rằng khi m thay đổi thì đường thẳng d_m luôn nằm trong một mặt phẳng cố định. Viết phương trình mặt phẳng đó.

hoc360.net