

$$A = x^4 - 4x^3 - 2x^2 - 3x + 2.$$

Giải.

Sau khi phân tích thì A có dạng

$$(x^2 + ax + 2)(x^2 + bx + 1) \text{ hoặc } (x^2 + ax - 2)(x^2 + bx - 1)$$

(trường hợp hai hạng tử đầu của mỗi tam thức là $-x^2$ và $-x^2$ thì ta chỉ cần đổi dấu của hai tam thức).

- Xét trường hợp $A = (x^2 + ax + 2)(x^2 + bx + 1)$.

Khai triển rồi thu gọn ta được

$$A = x^4 + (a + b)x^3 + (ab + 3)x^2 + (a + 2b)x + 2$$

Vậy $x^4 - 4x^3 - 2x^2 - 3x + 2 = x^4 + (a + b)x^3 + (ab + 3)x^2 + (a + 2b)x + 2$ với mọi x.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a + b = -4 & (1) \\ ab + 3 = -2 & (2) \\ a + 2b = -3 & (3) \end{cases}$$

Từ (1) và (3) ta suy ra $a = -5$; $b = 1$. Đẳng thức (2) cũng được thoả mãn.

$$\text{Vậy } x^4 - 4x^3 - 2x^2 - 3x + 2 = (x^2 - 5x + 2)(x^2 + x + 1).$$

- Xét trường hợp thứ hai: cũng giải như trên ta thấy không có a và b nào thoả mãn. Vậy bài toán chỉ có một đáp số như trên.

5. Phương pháp xét giá trị riêng của các biến

Ví dụ 37. Phân tích đa thức sáu thành nhân tử

$$P = xy(x - y) + yz(y - z) + zx(z - x)$$

Giải.

Nếu thay x bởi y thì $p = 0 + yz(y - z) + zy(z - y) = 0$ Do đó P chứa nhân tử $(x - y)$.

Tương tự, P cũng chứa các nhân tử $(y - z)$ và $(z - x)$.

Vậy $P = k.(x - y)(y - z)(z - x)$.

Ta thấy P là một đa thức bậc ba đối với tập hợp các biến x, y, z .

Tích $(x - y)(y - z)(z - x)$ cũng có bậc ba đối với tập hợp các biến x, y, z nên k phải là hằng số.

Đẳng thức $xy(x - y) + yz(y - z) + zx(z - x) = k(x - y)(y - z)(z - x)$ đúng với mọi x, y, z nên ta gán cho x, y, z các giá trị riêng chẳng hạn $x = 1; y = -1; z = 0$ ta được

$$(-1)(1 + 1) = k(2).(-1)(-1) \text{ hay } 2k = -2, \text{ do đó } k = -1.$$

Vậy $P = (-1).(x - y)(y - z)(z - x)$ hay $P = (x - y)(y - z)(x - z)$.

Đến đây ta đã có 5 phương pháp khác để phân tích đa thức thành nhân tử trong đó ba phương pháp đầu (tách các hạng tử, thêm bớt một hạng tử và đổi biến) là những phương pháp hay dùng. Các bạn cố gắng nắm thật vững để vận dụng cho tốt.

C. BÀI TẬP

1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :

a) $x^2 + 7x + 12$;

b) $x^2 + 8x - 33$

c) $x^2 - 9x + 18$;

d) $x^2 - 3x - 54$

2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :

a) $20x^2 + 7x - 6$;

b) $18x^2 + 21x - 4$;

c) $12x^2 - 23xy + 10y^2$;

d) $x^4 - 5x^2y^2 + 4y^4$.

3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :

a) $M = ab(a + b) + bc(b + c) + ca(c + a) + 3abc$;

b) $N = ab(a + b) + bc(b + c) + ca(c + a) + 2abc$.

4. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $x^{12} + 4$;

b) $4x^8 + 1$.

5. Tìm tất cả các giá trị tự nhiên của x để biểu thức $A = x^4 + 4$ có giá trị là một số nguyên tố.

6. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :

a) $A = (x^2 + 3x)^2 - 2(x^2 + 3x) - 8$;

b) $B = (x^2 + 4x + 10)^2 - 7(x^2 + 4x + 11) + 7$.

7. Phân tích đa thức sau thành nhân tử

$$N = 4(x^2 - 15x + 50)(x^2 - 18x + 72) - 3x^2.$$

8. Cho đa thức $A = x^4 - 7x^3 + 12x^2 - x - 3$.

Hãy phân tích A thành tích của hai tam thức bậc hai với hệ số nguyên và các hệ số cao nhất đều dương.

9. Cho đa thức $B = x^5 + 3x^4 - x^3 - x^2 + 13x + 5$. Hãy phân tích B thành tích của hai đa thức với hệ số nguyên : Một đa thức bậc hai và một đa thức bậc ba biết các hệ số cao nhất và thấp nhất đều dương và đa thức bậc ba khuyết hạng tử bậc hai.

10. Phân tích đa thức sau thành nhân tử

$$Q = bc(b + c) + ac(c - a) - ab(a + b).$$