

Ví dụ 27. Phân tích đa thức thành nhân tử

$$f(x) = x^4 - 5x^3 + 10x^2 - 20x + 24.$$

Giải. Ta có $f(2) = 16 - 40 + 40 - 40 + 24 = 0$.

$$f(3) = 81 - 135 + 90 - 60 + 24 = 0.$$

Vậy $x = 2, x = 3$ là nghiệm của $f(x)$.

Do đó $f(x) = (x - 2)(x - 3) \cdot q(x)$, suy ra $q(x) = f(x) : (x^2 - 5x + 6)$.

Làm tính chia ta được

$$(x^4 - 5x^3 + 10x^2 - 20x + 24) : (x^2 - 5x + 6) = x^2 + 4.$$

$$\text{Do đó } 5x^3 + 10x^2 - 20x + 24 = (x - 2)(x - 3)(x^2 + 4).$$

C. BÀI TẬP

1. Làm tính chia :

a) $-x^4y^3 : -x^3y^3$; b) $(21x^m y^3 - 14x^m + 2y^2) : (-7x^m y^2)$, với $m \in \mathbb{N}$

c) $\left[20(x - y)^{n+2} + 15(x - y)^{n+1} - 10(x - y) \right]$, với $m \in \mathbb{N}^*$.

2. Tìm $n \in \mathbb{N}^*$ để :

a) Đơn thức $C = \frac{1}{2}x^{2n}y^5$ chia hết cho đơn thức $D = -3x^{n+2}y^{n+1}$.

b) Đa thức $M = 9x^8y^{n+3} - 15x^{n+1}y^n$ chia hết cho đơn thức $N = 6x^n y^6$.

Cho biểu thức $P = (3x^3y^2 - 6x^2y^3) : 3xy^2 + 10x^2y^5 : 5x^2y^3$. Chứng minh rằng P luôn luôn có giá trị dương với mọi giá trị $x \neq 0, y \neq 0$.

3. Không làm tính chia, hãy tìm dư trong phép chia đa thức

$$f(x) = x^4 - 6x^3 + 2x + 28$$

cho các đa thức sau :

a) $g_1(x) = x - 1$; b) $g_2(x) = x + 1$; c) $g_3(x) = x - 2$.

4. Làm tính chia bằng cách dùng các hằng đẳng thức đáng nhớ :

a) $(x^3 - 12x^2 + 48x - 64) : (x^2 - 8x + 16)$;

b) $(x^3 - 27) : (x^2 + 3x + 9)$;

5. Tìm các giá trị của a để :

a) Đa thức $6x^2 + 5ax - 4$ chia cho đa thức $(x - 2)$ còn dư 10.

b) Đa thức $f(x) = x^4 + 5x^3 - 2x^2 + ax + 40$ chia hết cho đa thức $x^2 - 3x + 2$. Khi đó giá trị nhỏ nhất của thương là bao nhiêu ?

6. Tìm các giá trị của a và b để đa thức $A = 4x^3 + ax^2 + bx + 5$ chia hết cho đa thức $B = x^2 - x + 1$.

7. Xác định các hệ số a, b để :

a) Đa thức $x^4 + 3x^3 - 17x^2 + ax + b$ chia hết cho đa thức $x^2 + 5x - 3$.

b) Đa thức $x^5 + 7x^4 + ax^2 + bx + 72$ chia hết cho đa thức $x^3 - 2x^2 + 4$.

8. Xác định các hệ số a và b để :

a) Đa thức $4x^3 + ax + b$ chia cho đa thức $x^2 - 1$ dư $2x - 3$.

b) Đa thức $5x^3 + 2x^2 + ax + b$ chia cho đa thức $x^2 + 5$ dư 1.

9. Tìm a và b để đa thức $f(x) = ax^n + bx^{n-1} + 1$ chia hết cho đa thức $(x - 1)^2$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

10. Tìm các giá trị nguyên của x để :

a) Giá trị của đa thức $A = 10x^3 - 23x^2 + 14x - 5$ chia hết cho giá trị của đa thức $B = 2x - 3$.

b) Giá trị của đa thức $A = 3x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 4x + 7$ chia hết cho giá trị của đa thức $B = 3x + 2$.