

$$a^5 - b^5 - (a - b)^5 = 5ab(a - b)(a^2 - ab + b^2)$$

Giải

• Xét vế trái T : $T = a^5 - b^5 - (a - b)^5$.

$$= a^5 - b^5 - (a^5 - 5a^4b + 10a^3b^2 - 10a^2b^3 + 5ab^4 - b^5)$$

$$= a^5 - b^5 - a^5 + 5a^4b - 10a^3b^2 + 10a^2b^3 - 5ab^4 + b^5$$

$$= 5a^4b - 10a^3b^2 + 10a^2b^3 - 5ab^4.$$

• Xét vế phải P :

$$P = 5ab(a - b)(a^2 - ab + b^2) = 5ab(a^3 - 2a^2b + 2ab^2 - b^3)$$

$$= 5a^4b - 10a^3b^2 + 10a^2b^3 - 5ab^4.$$

Vậy $T = P$.

Ví dụ 13. Cho $(a + b + c)^2 = 3(ab + bc + ca)$. Chứng minh rằng $a = b = c$.

Giải. Ta có $(a + b + c)^2 = 3(ab + bc + ca)$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) = 3(ab + bc + ca)$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$\Leftrightarrow [(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2)] = 0$$

$$\Leftrightarrow (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (a - b)^2 = (b - c)^2 = (c - a)^2 = 0 \quad (\text{vì } (a - b)^2 \geq 0; (b - c)^2 \geq 0; (c - a)^2 \geq 0).$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 0 \\ b - c = 0 \\ c - a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c.$$

C. BÀI TẬP

1. Chứng minh rằng giá trị của các biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến:

a) $5(x + 4) + 4(x - 5)^2 - 9(4 + x)(x - 4)$;

b) $(x + 2y)^2 + (2x - y)^2 - 5(x + y)(x - y) - 10(y + 3)(y - 3)$.

2. Tính giá trị của biểu thức bằng cách hợp lí:

a) $413(413 - 26) + 169$;

b) $(625^2 + 3)(25^4 - 3) - 5^{16} + 10$;

c) $\frac{41^2 + 39^2 + 82.39}{41^2 - 39^2}$.

3. Tìm x biết:

a) $(5x - 1)^2 - (5x - 4)(5x + 4) = 7$;

b) $(4x - 1)^2 - (2x + 3)^2 + 5(x + 2)^2 + 3(x - 2)(x + 2) = 500.$

4. Cho biểu thức $A = (x^2+x+1)(x^2-x+1)(x^4-x^2+1).$

Chứng minh rằng biểu thức A luôn luôn có giá trị dương với mọi giá trị của biến.

5. Tìm x biết:

a) $(x + 4)(x^2 - 4x + 16) - x(x - 5)(x + 5) = 264 ;$

b) $(x - 2)^3 - (x - 2)(x^2 + 2x + 4) + 6(x - 2)(x + 2) = 60.$

6. Tìm giá trị của biểu thức :

a) $A = x^3 - 15x^2 + 75x - 124$ tại $x = 35;$

b) $B = x^3 + 18x^2 + 108x + 16$ tại $x = -2; y = \frac{1}{2}.$

7. Cho a, b, c là các số thoả mãn điều kiện $a = b + c.$ Chứng minh rằng :

$$\frac{a^3+b^3}{a^3+c^3} = \frac{a+b}{a+c}$$

8. Thu gọn rồi tính giá trị các biểu thức sau :

a) $(a+b+c)^2 + (a+b-c)^2 - 2(a+b)^2$

b) $(a+b+c)^2 + (-a+b+c)^2 + (a-b+c)^2 + (a+b-c)^2$ với $a^2+b^2+c^2 = 10.$

9. Chứng minh đẳng thức :

$$(x+y)^4 + x^4 + y^4 = 2(x^2+xy+y^2)^2.$$

10. Tính:

a) $(x + 1)^5$; b) $(x + 1)^6$; c) $(x - 1)^4$.

hoc360.net