Hàm số bậc 3 có cực đại, cực tiểu thì $b^2-3ac>0 \Leftrightarrow 4m^2-(4m-1)>0$

$\Leftrightarrow (2m-1)^2>0 \Leftrightarrow m\neq \frac{1}{2}$.

Câu 55. Hàm số $y=-x^4+4x^2+3$ có giá trị cực đại là:

A. 7. B. 3. C. 0. D. 2.

Hướng dẫn giải:

$y'=-4x^3+8x=-4x(x^2-2)$

$y'=0 \Leftrightarrow -4x(x^2-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$

Hàm số đạt cực đại tại $x=\pm\sqrt{2} \Rightarrow y_{CD}=7$.

Câu 56. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có đúng 2 cực trị?

A. $y=x^3-5x^2+7$. B. $y=x^4+3x^2+2$.

C. $y=\frac{2x^2-1}{3x}$. D. $y=2017x^6+2016x^4$.

Hướng dẫn giải:

+ A. Đây là hàm số bậc 3 có $b^2-3ac=25>0$. Do đó, hàm số có 2 cực trị.

+ B. Hàm số $y=x^4+3x^2+2$ có 1 cực trị.

+ C. Có $y'=\frac{2x^2+1}{3x^2}>0\forall x\in R\setminus\{0\}$. Do đó, hàm số này đồng biến trên từng khoảng xác định của nó. Hàm số này không có cực trị.

+ D. Có $y'=2017.6x^5+2016.4x^3$. Xét $y'=0 \Leftrightarrow x=0$. Do đó hàm số này có đúng 1 cực trị.

Câu 57. Điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\sqrt{1+4x-x^4}$ có tọa độ là:

A. $(1;2)$. B. $(0;1)$. C. $(2;3)$. D. $(3;4)$.

Hướng dẫn giải:

$y'=\frac{2-2x^3}{\sqrt{1+4x-x^4}}$.

$y'=0 \Leftrightarrow x=1 \Rightarrow y(1)=2$

Câu 58. Biết đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+ax+b$ có điểm cực trị là $A(1;3)$. Khi đó giá trị của $4a-b$ là:

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Hướng dẫn giải:

$y' = 3x^2 - 4x + a$

Đồ thị hàm số có điểm cực trị là $A(1;3)$, ta có:

$$\begin{cases} y'(1) = -1 + a = 0 \\ y(1) = -1 + a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$$

Khi đó ta có, $4a - b = 1$.

Câu 59. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$. Gọi a, b lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đó.

Giá trị của $2a^2 + b$ là:

A. 2. B. -2. C. -8. D. 4.

Hướng dẫn giải:

$y' = 3x^2 - 6x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$$

Ta có: $a = y(0) = -2; b = y(2) = -6 \Rightarrow 2a^2 + b = 2$.

Câu 60. Cho hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 3$ đạt cực trị tại x_1, x_2, x_3. Khi đó, giá trị của tích $x_1x_2x_3$ là:

A. 0. B. 5. C. 1. D. 3.

Hướng dẫn giải:

+ Hàm số trùng phương luôn đạt cực trị tại $x = 0$. Do đó: $x_1x_2x_3 = 0$.

Câu 61. Hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ đạt cực đại tại x bằng :

A. -1. B. 1. C. 0. D. 2.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$$

Lập bảng biến thiên $\Rightarrow$ Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$

Câu 62. Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 5$

A. -4. B. -5. C. -2. D. -6.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$y' = -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$$

Lập bảng biến thiên . Suy ra : $y_{CĐ} = -4$

Câu 63. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x - 1$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A.*0.* B.*1.* C.*2.* D. *3.*

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$y' = x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2 \geq 0, \forall x \in R$$

Hàm số không có cực trị

Câu 64. Cho hàm số y= $x^3 - 3x^2 + 2$. Khẳng định nào sau đây đúng :

A. Hàm số có cực đại, cực tiểu .

B. Hàm số không có cực trị.

C. Hàm số có cực đại , không có cực tiểu.

D. Hàm số có cực tiểu không có cực đại.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$$. Vậy hàm số có 2 cực trị .

CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

VẬN DỤNG THẤP

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		x_0		x_1		x_2		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	
y		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	$\|\|$	$\nearrow$	

Khi đó hàm số đã cho có :

A. Một điểm cực đại, một điểm cực tiểu.

B. Một điểm cực đại , hai điểm cực tiểu.

C. 1 điểm cực đại, không có điểm cực tiểu.

D. 2 điểm cực đại , 1 điểm cực tiểu.

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = mx^4 - (m+1)x^2 + 2m - 1$ có 3 điểm cực trị ?

A. $\left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 0 \end{array}\right.$. B. $m < -1$. C. $-1 < m < 0$. D. $m > -1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]: $y' = 4mx^3 - 2(m+1)x = 0$

$\Leftrightarrow 2x(2mx^2 - m - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2mx^2 = m+1 \end{array}\right.$

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow m(m+1) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 0 \end{array}\right.$

[Phương pháp trắc nghiệm] : Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có 3 cực trị khi và chỉ khi a và b trái dấu , tức là : $ab < 0$

Suy ra : $m(m+1) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 0 \end{array}\right.$

Câu 3. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (m+3)x - 1$ không có cực trị ?

A. $m \geq -\frac{5}{3}$. B. $m > -\frac{5}{3}$. C. $m \geq -\frac{8}{3}$. D. $m \leq -\frac{8}{3}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$y' = 3x^2 - 4x + m + 3$

Hàm số không có cực trị $\Leftrightarrow \Delta'_{y'} \leq 0 \Leftrightarrow 4 - 3(m+3) \leq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{5}{3}$

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+1)x - 1$ đạt cực đại

tại $x = -2$?

A.Không tồn tại m . B. -1 . C. 2 . D. 3 .

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$y'=x^2-2mx+m+1$

$y''=2x-2m$

Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ khi : $\begin{cases} y'(-2)=0 \\ y''(-2)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4+4m+m+1=0 \\ 4-2m<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-1 \\ m>2 \end{cases}$ (không tồn tại m).

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên .

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{1}{3}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?

A. Hàm số có giá trị cực tiểu là $-\frac{1}{3}$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

D. Hàm số không có cực trị.

Câu 6. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{m}{3}x^3+2x^2+mx+1$ có 2 điểm cực trị
thỏa mãn $x_{CĐ}<x_{CT}$.

A. $0<m<2$. B. $-2<m<0$. C. $-2<m<2$. D. $m<2$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$y'=mx^2+4x+m$

ycbt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_{y'}>0 \\ m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-m^2>0 \\ m>0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m<2$

Câu 7. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số: $y=\frac{1}{3}x^3+mx^2+\left(m+6\right)x+m$ có cực đại và cực tiểu .

A. $\left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>3 \end{array}\right.$. B. $-2<m<3$. C. $\left[\begin{array}{l} m\le -2 \\ m\ge 3 \end{array}\right.$. D. $-2\le m\le 3$.

Hướng dẫn giải:

$y'=x^2+2mx+m+6$

Hàm số có cực đại và cực tiểu $\Leftrightarrow$ $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow m^2-m-6>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>3 \end{array}\right.$$

Câu 8. Tìm tất các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\left(m+2\right)x^3+3x^2+mx-6$ có 2 cực trị ?

A. $m\in\left(-3;1\right)\backslash\left\{-2\right\}$. B. $m\in\left(-3;1\right)$. C. $m\in\left(-\infty;-3\right)\cup\left(1;+\infty\right)$. D. $m\in\left[-3;1\right]$.

Hướng dẫn giải:

$y'=3\left(m+2\right)x^2+6x+m$

Hàm số có 2 cực trị $\Leftrightarrow$ $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\ne -2 \\ m^2+2m-3<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ne -2 \\ -3<m<1 \end{cases} \Leftrightarrow m\in\left(-3;1\right)\backslash\left\{-2\right\}$$

Câu 9. Tìm tất các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+(m+3)x^2+4\left(m+3\right)x+m^3-m$ đạt cực trị tại x_1,x_2 thỏa mãn $-1<x_1<x_2$.

A. $-\frac{7}{2}<m<-3$. B. $-3<m<1$. C. $\left[\begin{array}{l} m<-3 \\ m>1 \end{array}\right.$. D. $-\frac{7}{2}<m<-2$.

Hướng dẫn giải:

$y'=x^2+2(m+3)x+4\left(m+3\right)$

Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow$ $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $-1<x_1<x_2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)^2-4(m+3)>0 \\ (x_1+1)(x_2+1)>0 \\ x_1+x_2>-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)(m-1)>0 \\ x_1x_2+(x_1+x_2)+1>0 \\ x_1+x_2>-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m<-3 \\ m>1 \end{array}\right. \\ m>-\dfrac{7}{2} \\ m<-2 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{7}{2}<m<-3$$

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+(\mathrm{m}^2-m+2)x^2+(3m^2+1)x$ đạt cực tiểu tại $x=-2$.

A. $m=3$.
B. $\left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=1 \end{array}\right.$.
C. $m=1$.
D. $\left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m=-1 \end{array}\right.$

.

Hướng dẫn giải:

$y'=x^2+2(m^2-m+2)x+3m^2+1$

$y''=2x+2(m^2-m+2)$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$ khi:

$$\begin{cases} y'(-2)=0 \\ y''(-2)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2+4m-3=0 \\ m^2-m>0 \end{cases} \Leftrightarrow m=3$$

Câu 11. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số: $y=\frac{1}{3}mx^3-(m-1)x^2+3(m-2)x+\frac{1}{6}$ đạt cực trị tại x_1,x_2 thỏa mãn $x_1+2x_2=1$.

A. $\left[\begin{array}{l} m=\dfrac{2}{3} \\ m=2 \end{array}\right.$.
B. $1-\frac{\sqrt{6}}{2}<m<1+\frac{\sqrt{6}}{2}$.
C. $m\in\left(1-\frac{\sqrt{6}}{2};1+\frac{\sqrt{6}}{2}\right)\backslash\{0\}$.
D. $m=2$.

Hướng dẫn giải:

$y'=mx^2-2(m-1)x+3(m-2)$

Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ thỏa mãn: $x_1+2x_2=1$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ (m-1)^2 - 3m(m-2) > 0 \\ x_1x_2 = \dfrac{3(m-2)}{m} \\ x_1 + x_2 = \dfrac{2(m-1)}{m} \\ x_1 + 2x_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 1 - \dfrac{\sqrt{6}}{2} < m < 1 + \dfrac{\sqrt{6}}{2} \\ x_1 = \dfrac{3m-4}{m} \\ x_2 = \dfrac{2-m}{m} \\ x_1x_2 = \dfrac{3(m-2)}{m} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 1 - \dfrac{\sqrt{6}}{2} < m < 1 + \dfrac{\sqrt{6}}{2} \\ x_1 = \dfrac{3m-4}{m} \\ x_2 = \dfrac{2-m}{m} \\ \left(\dfrac{3m-4}{m}\right)\left(\dfrac{2-m}{m}\right) = \dfrac{3(m-2)}{m} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = \dfrac{2}{3} \end{array}\right.$$

Câu 12. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m-1)x^2 + m$ chỉ có đúng một cực trị.

A. $\left[\begin{array}{l} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{array}\right.$. B. $\left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m \geq 1 \end{array}\right.$. C. $0 < m \leq 1$. D. $0 \leq m \leq 1$.

Hướng dẫn giải:

Trường hợp 1: $m = 0$

Ta có hàm số: $y = -x^2$, hàm số này có 1 cực trị. Vậy $m = 0$ thỏa mãn.

Trường hợp 2: $m \neq 0$

$y' = 4mx^3 + 2(m-1)x$

Hàm số có đúng 1 cực trị $\Leftrightarrow \dfrac{m-1}{m} \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq 1 \\ m < 0 \end{array}\right.$

Kết hợp TH1 và TH2, ta có: $\left[\begin{array}{l} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{array}\right.$ thỏa mãn.

Câu 13. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 4m + 3)x^2 + 2m - 1$ có ba điểm cực trị.

A. $m \in (-\infty; 0) \cup (1; 3)$. B. $m \in (0; 1) \cup (3; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; 0)$. D. $m \in (1; 3)$.

Hướng dẫn giải:

$y' = 4mx^3 + 2\left(m^2 - 4m + 3\right)x$

Hàm số có 3 cực trị

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \dfrac{m^2 - 4m + 3}{m} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \in (-\infty; 0) \cup (1; 3) \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; 0) \cup (1; 3)$$

Câu 14. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác vuông cân.

A. $m = \pm 1$. B. $m \neq 0$. C. $m = 1$. D. $m = -1$.

Hướng dẫn giải:

$y' = 4x^3 - 4m^2x$

$y' = 0 \Leftrightarrow 4x\left(x^2 - m^2\right) = 0$

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow m \neq 0$

Khi đó 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là : $A(0;1)$, $B\left(m; 1 - m^4\right)$, $C\left(-m; 1 - m^4\right)$

Do tính chất đối xứng, ta có ΔABC cân tại đỉnh A .

Vậy ΔABC chỉ có thể vuông cân tại đỉnh

$$A \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow -m^2 + m^8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = \pm 1 \end{array}\right.$$

Kết hợp điều kiện ta có: $m = \pm 1$ (thỏa mãn).

Lưu ý: có thể sử dụng công thức $\dfrac{b^3}{8a} + 1 = 0$.

Câu 15. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác vuông cân.

A. $m = 0$. B. $m = -1$. C. $\left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = -1 \end{array}\right.$. D. Không tồn tại m.

Hướng dẫn giải:

$y' = 4x^3 - 4(m+1)x$

$y' = 0 \Leftrightarrow 4x\left(x^2 - m - 1\right) = 0$

Hàm số có điểm 3 cực trị $\Leftrightarrow m > -1$

Khi đó 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là :
$A\left(0;m^2\right),\ B\left(-\sqrt{m+1};-2m-1\right),\ C\left(\sqrt{m+1};-2m-1\right)$

Do tính chất đối xứng, ta có ΔABC cân tại đỉnh A .

Vậy ΔABC chỉ có thể vuông cân tại đỉnh $A \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$

$$\Leftrightarrow -\left(m+1\right)+(-m^2-2m-1)^2=0 \Leftrightarrow m^4+4m^3+6m^2+3m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-1 \end{array}\right.$$

Kết hợp điều kiện ta có: $m=0$ (thỏa mãn).

Lưu ý: Có thể làm theo cách khác:

+) Cách 1: Gọi *M* là trung điểm của *BC*, tìm tọa độ điểm *M*, ΔABC vuông tại đỉnh *A* thì $2AM=BC$.

+) Cách 2: Sử dụng định lý Pitago $BC^2=AB^2+AC^2$

+) Cách 3: $\cos\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)=\cos 45^0$

+) Hoặc sử dụng công thức $\dfrac{b^3}{8a}+1=0$

Câu 16. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y=x^4-2mx^2+2m+m^4$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác đều.

A. $m=\sqrt[3]{3}$. B. $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\sqrt[3]{3} \end{array}\right.$. C. $m=\pm\sqrt{3}$. D. Không tồn tại m.

Hướng dẫn giải:

$y'=4x^3-4mx$
$y'=0 \Leftrightarrow 4x\left(x^2-m\right)=0$

Hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow m>0$

Khi đó 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là :
$A\left(0;m^4+2m\right),\ B\left(-\sqrt{m};\mathrm{m}^4-m^2+2m\right),\ C\left(\sqrt{m};\mathrm{m}^4-m^2+2m\right)$

Do tính chất đối xứng, ta có ΔABC cân tại đỉnh A .

Vậy ΔABC đều chỉ cần $AB=BC \Leftrightarrow m+m^4=4m \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\sqrt[3]{3} \end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện ta có: $m=\sqrt[3]{3}$ (thỏa mãn).

Lưu ý: có thể sử dụng công thức $\frac{b^3}{8a}+3=0 \Leftrightarrow \frac{(-2m)^3}{8}+3=0 \Leftrightarrow m^3=3 \Leftrightarrow m=\sqrt[3]{3}$

Câu 17. Khoảng cách giữa 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x$ là:

A. $2\sqrt{5}$. B. 2. C. $4\sqrt{5}$. D. 4.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y=x^3-3x$

Các điểm cực trị: $A(1;-2); B(-1;2)$. Nên ta có $AB=2\sqrt{5}$.

Câu 18. Cho hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-2x^2+3$ có đồ thị là (C). Diện tích tam giác có các đỉnh là các điểm cực trị của đồ thị (C) là:

A. $m=8$. B. $m=16$. C. $m=32$. D. $m=4$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y=\frac{1}{4}x^4-2x^2+3$

Các điểm cực trị: $A(-2;-1); B(0;3); C(2;-1)$.

Các điểm cực trị tạo thành tam giác cân tại B. $H(0;-1)$ là trung điểm của AC.

Nên $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}BH.AC=\frac{1}{2}.4.4=8$.

Câu 19. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(2m-1)x-3$ có cực trị.

A. $m\neq 1$. B. $\forall m$. C. $m\leq 1$. D. $m\geq 1$.

Hướng dẫn giải

Ta có : $y'=x^2-2mx+2m-1$

Hàm số có cực trị $\Leftrightarrow$ $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'=m^2-2m+1>0 \Leftrightarrow m\neq 1$.

Câu 20. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=mx^4+\left(m^2-9\right)x^2+10$ có 3 điểm cực trị.

A. $\left[\begin{array}{l}0<m<3\\ m<-3\end{array}\right.$. B. $m<-3$. C. $0<m\le 3$. D. $\left[\begin{array}{l}0<m<3\\ m\le -3\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Để hàm số có ba cực trị thì trước hết hàm số phải là hàm số trùng phương tức $m\neq 0$.

Ta có : $y'=4mx^3+2\left(m^2-9\right)x=4mx(x^2+\dfrac{m^2-9}{2m})$.

Hàm số có 3 cực trị khi và chỉ khi : y' có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \dfrac{m^2-9}{2m}<0$

$\Leftrightarrow\ m\left(m^2-9\right)<0\ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}0<m<3\\ m<-3\end{array}\right.$.

Vậy các giá trị cần tìm của m là : $\left[\begin{array}{l}0<m<3\\ m<-3\end{array}\right.$.

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\left(m+1\right)x^4-mx^2+\dfrac{3}{2}$ chỉ có cực tiểu mà không có cực đại.

A. $-1\le m\le 0$. B. $m<-1$. C. $m>1$. D. $-1\le m<0$.

Hướng dẫn giải

Ta xét hai trường hợp sau đây:

TH1: $m+1=0\ \Leftrightarrow\ m=-1$. Khi đó $y=x^2+\dfrac{3}{2}\ \Rightarrow$ hàm số chỉ có cực tiểu ($x=0$) mà không có cực đại $\Rightarrow\ m=-1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH2: $m+1\neq 0\ \Leftrightarrow\ m\neq -1$. Khi đó hàm số đã cho là hàm số trùng phương ta có :

$y'=4\left(m+1\right)x^3-2mx=4\left(m+1\right)x\left[x^2-\dfrac{m}{2\left(m+1\right)}\right]$.

Hàm số chỉ có cực tiểu mà không có cực đại $\Leftrightarrow\ y'$ có đúng một nghiệm và đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua nghiệm này $\Leftrightarrow \begin{cases}4\left(m+1\right)>0\\ \dfrac{m}{2\left(m+1\right)}\le 0\end{cases}\ \Leftrightarrow\ -1<m\le 0$.