29. Một tàu điện gồm 3 toa tiến vào một sân ga, ở đó đang có 12 hành khách chờ lên tàu. giả sử hành khách lên tàu một cách ngẫu nhiên và độc lập với nhau, mỗi toa còn ít nhất 12 chổ trống. Tìm xác suất xảy ra các tình huống sau :

a). Tất cả cùng lên toa thứ II.

b). Tất cả cùng lên một toa.

c). Toa I có 4 người, toa II có 5 người, còn lại toa III.

d). Toa I có 4 người.

e). Hai hành khách A và B cùng lên một toa.

f). Một toa 4 người, một toa 5 người, một toa 3 người.

LỜI GIẢI

Ở đây bài toán không quan tâm đến chỗ ngồi mà chỉ quan tâm đến toa. Phép thử ở đây là: Mỗi người chọn cho mình một toa, mỗi người có quyền chọn 1 trong 3 toa để lên nên có 3 cách chọn. Theo quy tắc nhân, Suy ra không gian mẫu $n(\Omega)=3^{12}$.

a). Mỗi người chỉ có một cách chọn là lên toa thứ II. Số trường hợp thuận lợi cho A là $\underbrace{1.1...1}_{n=12}=1\Rightarrow P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{1}{3^{12}}$.

b). Người đầu tiên lên tàu có 3 cách chọn, vì không có ràng buộc gì, còn tất cả những người lên sau chỉ có 1 cách chọn là phải lên toa mà người đầu tiên đã chọn. Số trường hợp thuận lợi cho B là $C_3^1.\underbrace{1.1...1}_{n=11}=3$.

Vậy $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(\Omega)}=\dfrac{3}{3^{12}}=\dfrac{1}{3^{11}}$.

c). Gọi C là biến cố "Toa I có 4 người, toa II có 5 người, còn lại toa III". Để thực hiện số trường hợp thuận lợi cho C ta thực hiện 3 bước. Đầu tiên chọn 4 người trong 12 người lên toa I có C_{12}^4 cách, sau đó chọn 5 người trong 8 người còn lại lên toa thứ II có C_8^5, 3 người còn lại bắt buộc vào toa thứ III có 1 cách. Theo quy tắc nhân có $n(C)=C_{12}^4.C_8^5.1=27720$.

Vậy $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(\Omega)}=\dfrac{27720}{3^{12}}=\dfrac{3080}{59049}=0,05216$.

d). Gọi D là biến cố "Toa I có 4 người". Đầu tiên chọn 4 người trong 12 người lên toa I có C_{12}^4 cách chọn, 8 người còn lại thích lên 2 toa còn lại toa nào cũng được có 2^8 cách chọn.

Theo quy tắc nhân tổng số kết quả thuận lợi cho D là $n(D)=C_{12}^4.2^8$.

Vậy $P(D)=\dfrac{n(D)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_{12}^4.2^8}{3^{12}}=0,238446$.

e). Gọi E là biến cố "Hai hành khách A và B cùng lên một toa". Hành khách A lên toa nào thì hành khách B phải lên toa đó có C_3^1 cách chọn. 10 hành khách còn lại không có điều kiện gì nên mỗi hành khách có 3 lựa chọn. Vậy tổng số kết quả thuận lợi cho biến cố E là : $n(E)=C_3^1.\underbrace{3.3...3}_{n=10}=3^{11}$. Suy ra $P(E)=\dfrac{n(E)}{n(\Omega)}=\dfrac{3^{11}}{3^{12}}=\dfrac{1}{3}$.

f). Gọi F là biến cố "Một toa 4 người, một toa 5 người, một toa 3 người", tương tự câu c) nhưng biến cố F không theo một thứ tự là 4-5-3, mà theo một thứ tự bất kỳ cũng được, tức là ta có 3! Cách đổi chỗ 3 vị trí cho nhau. Suy ra tổng số kết quả thuận lợi của F là $n(F)=C_{12}^4.C_8^5.1.3!$

Vậy $P(F)=\dfrac{n(F)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_{12}^4.C_8^5.1.3!}{3^{12}}=\dfrac{6160}{19638}=0,31296$.

Một ngân hàng đề thi gồm 20 câu hỏi. Mỗi đề thi gồm 4 câu được lấy ngẫu nhiên từ ngân hàng đề thi. Thí sinh A đã học thuộc 10 câu trong ngân hàng đề thi. Tìm xác suất để thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có ít nhất 2 câu đã thuộc.

LỜI GIẢI

Lấy ngẫu nhiên từ ngân hàng đề thi 4 câu hỏi để lập một đề thi có $C_{20}^4=4845$ đề thi.

Thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có 2 câu đã thuộc, có $C_{10}^2.C_{10}^2=2025$ cách.

Thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có 3 câu đã thuộc, có $C_{10}^3.C_{10}^1=1200$ cách.

Thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có 4 câu đã thuộc, có $C_{10}^4=210$ cách.

Do đó, thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có ít nhất 2 câu đã thuộc, có $2025+1200+210=3435$ cách.

Vậy xác suất để thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có ít nhất 2 câu đã thuộc là $\dfrac{3435}{4845}=\dfrac{229}{323}$

Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1 đến 9 . Rút ngẫu nhiên 5 thẻ . Tính xác suất để: a). Các thẻ ghi số 1 , 2 , 3 được rút . b). Có đúng 1 trong 3 thẻ ghi số 1 , 2 , 3 được rút . c). Không thẻ nào trong 3 thẻ ghi 1 , 2 , 3 được rút . d). Có ít nhất một trong 3 thẻ ghi 1, 2 , 3 được rút .

LỜI GIẢI

Không gian mẫu tổng số cách rút 5 thẻ từ 9 thẻ $C_9^5=126$

a). Các thẻ 1 , 2 , 3 được rút ta phải rút thêm hai thẻ khác nữa : $\Rightarrow n(A)=C_6^2=15$

$\Rightarrow P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{15}{126}=\dfrac{5}{42}$

b). Biến cố B " rút đúng một thẻ ghi số 1 hoặc 2 hoặc 3 và bốn thẻ còn lại ghi số từ 4 đến 9" thì

$n(B)=C_3^1C_6^4=45 \quad \Rightarrow P(B)=\dfrac{n(B)}{n(\Omega)}=\dfrac{45}{126}=\dfrac{5}{14}$.

c). Tổng số cách rút ra cả ba thẻ không ghi 1 , 2 , 3 là $C_6^5=6$

$\Rightarrow P(C)=\dfrac{n(C)}{n(\Omega)}=\dfrac{6}{126}=\dfrac{1}{21}$

d). Cách 1 : Biến cố D " Có ít nhất một trong ba thẻ ghi số 1 , 2 , 3 ". Biến cố đối của biến cố này " Không có thẻ nào ghi số 1,2,3" cũng chính là biến cố đối của biến cố trong câu c) . Suy ra xác suất của biến cố D là : $1-\frac{1}{21}=\frac{20}{21}$.

Cách 2 : Tính xác suất để lần lượt rút được 1 thẻ hoặc 2 thẻ hoặc 3 thẻ ghi số 1 ,2,3

Số kết quả thuận lợi cho biến cố D là : $C_3^1C_6^4+C_3^2C_6^3+C_3^3C_6^2=120$

$\Rightarrow P(D)=\frac{n(D)}{n(\Omega)}=\frac{120}{126}=\frac{20}{21}$

2) Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh có tên trong danh sách được đánh số thứ tự từ 001 đến 199. Tính xác suất để 5 học sinh này có số thứ tự:

a) Từ 001 đến 099 (tính chính xác đến hàng phần nghìn).

b) Từ 150 đến 199 (tính chính xác đến hàng phần vạn).

LỜI GIẢI

1). Chọn ngẫu nhiên 5 người trong 20 người, số cách chọn C_{10}^5. Vậy $n(\Omega)=C_{20}^5$

Gọi biến cố A:" 5 người được chọn, có số thứ tự không lớn hơn 10". Số trường hợp thuận lợi cho A là: $n(A)=C_{10}^5$.

Vậy $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_{10}^5}{C_{20}^5}=\frac{21}{1292}$.

2) Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trong 199 học sinh, số cách chọn C_{199}^5 .

Vậy $n(\Omega)=C_{199}^5$.

Biến cố A: " số học sinh được chọn có số thứ tự từ 001 đến 099". Số trường hợp thuận lợi cho A là

$n(A)=C_{99}^5$. Vậy $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_{99}^5}{C_{199}^5}\approx 0,02893$.

Biến cố B: " 5 học sinh được chọn có số thứ tự từ 150 đến 199". Số trường hợp thuận lợi cho B là

$n(B)=C_{50}^5$. Vậy $P(B)=\frac{n(B)}{n(\Omega)}=\frac{C_{50}^5}{C_{199}^5}$.

39. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trong một lớp có 15 nam và 10 nữ để tham gia đồng diễn. Tính xác suất sao cho 5 học sinh được chọn có cả nam lẫn nữ và số học sinh nữ ít hơn số học sinh nam.

LỜI GIẢI

Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trong 25 học sinh, số cách chọn $n(\Omega)=C_{25}^5$

Gọi biến cố A "5 học sinh được chọn có cả nam lẫn nữ và số học sinh nữ ít hơn số học sinh nam". Các trường hợp xảy ra thuận lợi cho A:

Trường hợp 1: Chọn 1 nữ và 4 nam, số cách chọn $C_{10}^1.C_{15}^4$.

Trường hợp 2: Chọn 2 nữ và 3 nam, số cách chọn $C_{10}^2.C_{15}^3$.

Từ đó suy ra $n(A)=C_{10}^1.C_{15}^4+C_{10}^2.C_{15}^3=34125$

Xác suất cần tìm $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{34125}{C_{25}^5}=\frac{325}{506}$