14. Gieo một con súc sắc được chế tạo cân đối đồng chất ba lần liên tiếp. Gọi A là biến cố: " Tổng số chấm trên mặt xuất hiện của con súc sắc trong ba lần gieo bằng 9".

a. Mô tả không gian mẫu.

b.Mô tả tập Ω_A các kết quả thuận lợi cho A.

c. Tính $P(A)$.

LỜI GIẢI

a) Nếu kí hiệu a,b,c theo thứ tự là số chấm xuất hiện trên mặt con súc sắc ở lần gieo thứ nhất, thứ hai và thứ ba thì mỗi kết quả của phép thử T (gieo một con súc sắc được chế tạo cân đối đồng chất ba lần liên tiếp) là một bộ ba số (a,b,c) trong đó a,b,c là các số nguyên dương không lớn hơn 6.

Vậy $\Omega = \{(a,b,c) | 1 \le a,b,c \le 6\}$ (a,b,c nguyên dương).

b) $\Omega_A = \{(a,b,c) | 1 \le a,b,c \le 6, a+b+c=9\}$ (a,b,c nguyên dương).

c) Theo quy tắc nhân, ta có số kết quả có thể là $|\Omega| = 6.6.6 = 216$.

Ta cần đếm số kết quả thuận lợi cho A. Ta cần liệt kê các bộ ba (a;b;c) với a,b,c nguyên dương không lớn hơn 6 và có tổng bằng 9. Đó là

+ Bộ (1,2,6) và các hoán vị của nó. Có 6 bộ như vậy.
+ Bộ (1,3,5) và các hoán vị của nó. Có 6 bộ như vậy.
+ Bộ (1,4,4) và các hoán vị của nó. Có 3 bộ như vậy.
+ Bộ (2,2,5) và các hoán vị của nó. Có 3 bộ như vậy.
+ Bộ (2,3,4) và các hoán vị của nó. Có 6 bộ như vậy.
+ Bộ (3,3,3). Có 1 bộ

Vậy số kết quả thuận lợi cho A là $6+6+3+3+6+1=25$.

Do đó $P(A) = \frac{25}{216}$.

Gieo một con súc sắc 3 lần. Gọi A là biến cố số chấm trong lần gieo thứ 2 lớn hơn 4 và lớn hơn tổng số chấm trong lần gieo thứ nhất và thứ ba.

a). Mô tả biến cố A.

b). Tính xác suất của biến cố A.

LỜI GIẢI

a). Các trường hợp thuận lợi cho A là: $\{(1;5;1),(1;5;2),(2;5;1),(1;5;3),(3;5;1)$ $,(1;6;1),(1;6;2),(2;6;1)$ $,(1;6;3),(3;6;1),(1;6;4),(4;6;1)\}$.

b). Không gian mẫu $\Omega = \{(a;b;c): 1 \le a,b,c \le 6\}$. Trong đó a là số chấm gieo lần một, b là số chấm gieo lần hai, c số chấm gieo lần ba. Như vậy không gian mẫu có $n(\Omega) = 6.6.6 = 216$ phần tử.

Số trường hợp thuận lợi cho A là $n(A) = 12$.

Xác suất cần tìm $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{12}{216} = \frac{1}{18}$.

Bài 4: Gieo 3 con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để:

a). Số chấm xuất hiện trên các mặt bằng nhau.
b). Được ít nhất một mặt 6 chấm.

LỜI GIẢI

$\Omega=\{(m,n,p):1\le m,n,p\le 6\}\Rightarrow n(\Omega)=6^3=216$ (trong đó m,n,p lần lượt là số chấm trên ba con xúc sắc).

a). Gọi biến cố A "Số chấm xuất hiện trên các mặt bằng nhau". Có $A=\{(a,a,a):1\le a\le 6\}\Rightarrow n(A)=6$. Xác suất cần tìm $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{6}{216}=\frac{1}{36}$.

a). Gọi biến cố B "Được ít nhất một mặt 6 chấm". Số trường hợp thuận lợi cho B là:
Trường hợp 1: Chỉ 1 con suất hiện mặt 6 chấm (hai con còn lại xuất hiện mặt từ 1 đến 5 chấm), có $C_3^1.C_5^1.C_5^1=75$ cách.

Trường hợp 2: Hai con xuất hiện mặt 6 chấm, có $C_3^2.C_5^1=15$ cách.

Trường hợp 3: Cả ba con xuất hiện mặt 6 chấm, có 1 cách.
Số thuận lợi cho B là $n(B)=75+15+1=91$ cách.

Xác suất cần tìm $P(B)=\frac{n(B)}{n(\Omega)}=\frac{91}{216}$.

18. Một bình đựng 6 viên bi khác về màu có 2 xanh, 2 vàng, 2 đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi. Tính xác suất để được:
a). 2 viên bi xanh. b). 2 viên bi khác màu.

LỜI GIẢI

Tập hợp tất cả các trường hợp xảy ra khi lấy ra 2 viên bi trong 6 viên bi là C_6^2. Vậy $n(\Omega)=C_6^2$

a). Gọi A là biến cố "Lấy được 2 viên bi xanh". Số trường hợp thuận lợi cho A là: $n(A)=C_2^2$. Vậy $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_2^2}{C_6^2}=\frac{1}{15}$.

b). Gọi B là biến cố "Lấy 2 viên bi khác màu". Có các trường hợp xảy ra :
Trường hợp 1: Lấy được 1 bi xanh và 1 bi vàng. Trường hợp 2: Lấy được 1 bi xanh và 1 bi đỏ. Trường hợp 3: Lấy được 1 bi vàng và 1 bi đỏ.

$\Rightarrow n(B)=3.C_2^1.C_2^1=3.2.2=12$. Vậy $P(B)=\frac{n(B)}{n(\Omega)}=\frac{12}{C_6^2}=\frac{4}{5}$.

19. Một chiếc hộp đựng 6 quả cầu trắng, 4 quả cầu đỏ và 2 quả cầu đen. Chọn ngẫu nhiên 6 quả cầu. Tính xác suất để chọn được 3 quả cầu trắng, 2 quả cầu đỏ và 1 quả đen.

LỜI GIẢI

Số kết quả có thể là $C_{12}^6=924$.

Việc chọn 3 quả cầu trắng, 2 quả cầu đỏ và 1 quả cầu đen gồm 3 công đoạn:

Chọn 3 quả cầu trắng từ 6 quả cầu trắng(có C_6^3 cách chọn) ; chọn 2 quả cầu đỏ từ 4 quả cầu đỏ (có C_4^2 cách chọn); rồi chọn 1 quả cầu đen từ 2 quả cầu đen (có C_2^1 cách chọn). Theo quy tắc nhân, số kết quả thuận lợi là $C_6^3.C_4^2.C_2^1=240$.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{240}{924} = \frac{20}{77}$.

20. Cho một hộp đựng 12 viên bi,trong đó có 7 viên bi màu đỏ, 5 viên bi màu xanh. Lấy ngẫu nhiên mỗi lần 3 viên bi. Tính xác suất trong 2 trường hợp sau:

a). Lấy được 3 viên bi màu đỏ.

b). Lấy được ít nhất 2 viên bi màu đỏ.

LỜI GIẢI

Gọi Ω là tập hợp tất cả các cách lấy ra 3 viên bi trong số 12 viên bi.

Ta có $|\Omega| = C_{12}^3 = 220$.

a). Gọi A là biến cố "lấy được 3 viên bi màu đỏ". Số cách lấy ra 3 viên bi màu đỏ trong 7 viên bi màu đỏ là $|\Omega_A| = C_7^3 = 35$.

Vậy xác suất $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{35}{220} = \frac{7}{44}$.

b). Gọi B là biến cố "lấy được ít nhất 2 viên bi màu đỏ". Để tính các khả năng thuận lợi của biến cố B (tức là tính $|\Omega_B|$) ta lưu ý rằng:

Để lấy ra được ít nhất hai viên bi màu đỏ ta có 2 cách:

Hoặc là lấy ra 3 viên bi màu đỏ:Theo trên số cách lấy ra là 35.

Hoặc là lấy ra 2 viên bi màu đỏ,1 viên bi màu xanh.Theo quy tắc nhân số cách lấy ra là $C_7^2.C_5^2 = 21.5 = 105$.

Theo quy tắc cộng ta có: $|\Omega_B| = 35 + 105 = 140$.

Từ đó theo định nghĩa cổ điển của xác suất,thì xác suất $P(B)$ lấy ra được ít nhất 2 viên bi màu đỏ là: $P(B) = \frac{140}{220} = \frac{7}{11}$.

Bài 2 : Một hộp chứa các quả cầu kích thước khác nhau gồm 3 quả cầu đỏ , 6 quả cầu xanh và 9 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 2 quả cầu. Tính xác suất để 2 quả cầu được chọn khác màu.

LỜI GIẢI

Chọn ngẫu nhiên 2 quả cầu trong 18 quả, có C_{18}^2 cách. Vậy không gian mẫu $n(\Omega) = C_{18}^2$ cách.

Gọi biến cố A "2 quả cầu được chọn khác màu". Có các trường hợp sau thuận lợi cho A:

Trường hợp 1: Chọn được 1 quả đỏ và 1 quả xanh, có $C_3^1.C_6^1$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 1 quả đỏ và 1 quả vàng, có $C_3^1.C_9^1$ cách.

Trường hợp 1: Chọn được 1 quả vàng và 1 quả xanh, có $C_9^1.C_6^1$ cách.

Số thuận lợi cho A là $n(A) = C_3^1.C_6^1 + C_3^1.C_9^1 + C_9^1.C_6^1 = 99$ cách.

Xác suất cần tìm $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{99}{C_{18}^2} = \frac{11}{765}$

22. Từ một hộp chứa 6 quả cầu trắng và 4 quả cầu đen, lấy ra ngẫu nhiên cùng một lúc ra 4 quả. Tính xác suất sao cho :

a. Bốn quả lấy ra cùng màu.
b. Có ít nhất một quả màu trắng.

LỜI GIẢI

Gọi Ω là không gian mẫu, A và B là các biến cố tương ứng với câu a, b ta có:

$|\Omega| = C_{10}^4$; $|A| = C_6^4 + C_4^4$; $|B| = C_{10}^4 - C_4^4$

Suy ra : $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{C_6^4 + C_4^4}{C_{10}^4} = \frac{15+1}{210} = \frac{8}{105}$

$$P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{C_{10}^4 - C_4^4}{C_{10}^4} = \frac{209}{210}$$

23. Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự ra khỏi hộp). Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi đỏ.

LỜI GIẢI

Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi trong 15 viên bi, số cách chọn $n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$.

Gọi A là biến cố " trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi đỏ". Các trường hợp thuận lợi cho biến cố A:

Trường hợp 1: Lấy được 1 bi đỏ và 2 bi xanh, số cách lấy $C_8^1 C_7^2$

Trường hợp 2: Lấy được 2 bi đỏ và 1 bi xanh, số cách lấy $C_8^2 C_7^1$

Trường hợp 3: Lấy được 3 bi đều đỏ, số cách lấy C_8^3

Số trường hợp thuận lợi cho A, $n(A) = C_8^1 C_7^2 + C_8^2 C_7^1 + C_8^3 = 420$

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{420}{455} = \frac{12}{13}$.

Cách 2: Gọi biến cố $\overline{A}$ "Cả 3 bi lấy ra đều không có đỏ", nghĩa là ba bi lấy ra đều bi xanh

$n(\overline{A}) = C_7^3 = 35$. Suy ra $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{35}{455} = \frac{12}{13}$

24. Một hộp chứa 10 quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 10, 20 quả cầu xanh được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên 1 quả cầu trong hộp. Tính xác suất sao cho quả cầu được chọn :

a). Ghi số chẵn. b). Màu đỏ.
c). Màu đỏ và ghi số chẵn. d). Màu xanh và ghi số lẻ.

LỜI GIẢI

Theo đề bài tổng cộng trong hộp có 30 quả cầu. Không gian mẫu : tổng tất cả các trường hợp xảy ra khi lấy 1 quả cầu trong 30 quả cầu $n(\Omega) = C_{30}^1 = 30$.

a). Gọi A là biến cố "lấy được quả cầu ghi số chẵn" $\Rightarrow n(A) = 15$.

Vậy $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{15}{30}=\frac{1}{2}$

b). Gọi B là biến cố "lấy được quả cầu màu đỏ " $\Rightarrow n(B)=C_{10}^{1}=10$.

Vậy $P(B)=\frac{n(B)}{n(\Omega)}=\frac{10}{30}=\frac{1}{3}$.

c). Gọi C là biến cố "lấy được quả cầu màu đỏ và ghi số chẵn "

$\Rightarrow n(C)=C_{5}^{1}=5$. Vậy $P(C)=\frac{n(C)}{n(\Omega)}=\frac{5}{30}=\frac{1}{6}$.

d). Gọi D là biến cố "lấy được quả cầu màu xanh và ghi số lẻ"

$\Rightarrow n(D)=C_{10}^{1}=10$. Vậy $P(D)=\frac{n(D)}{n(\Omega)}=\frac{10}{30}=\frac{1}{3}$

25. Một chiếc hộp đựng 6 bút màu xanh, 6 bút màu đen, 5 bút màu tím và 3 bút màu đỏ được đánh số từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên ra 4 bút. Tính xác suất để lấy được ít nhất 2 bút cùng màu.

LỜI GIẢI

Số cách lấy 4 bút bất kì từ 20 bút đã cho là $n(\Omega)=C_{20}^{4}=4845$.

Gọi A là biến cố lấy được ít nhất hai bút cùng màu

Số cách lấy được 4 bút trong đó không có hai cái nào cùng màu là :

$$n(\overline{A})=C_6^1.C_6^1.C_5^1.C_3^1=540$$

Số cách lấy được 4 bút mà có ít nhất hai bút cùng màu là :

$$n(A)=n(\Omega)-n(\overline{A})=4305$$

Xác xuất lấy được 4 bút trong đó có ít nhất hai bút cùng màu là :

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{4305}{4845}=\frac{287}{323}.$$