

**Câu 3:** Tìm m để phương trình  $2 \sin x + m \cos x = 1 - m$  (1) có nghiệm  $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ .

### LỜI GIẢI

Ta có  $a = 2, b = m, c = 1 - m$ . Do  $b + c = 1 \neq 0$  nên  $\cos \frac{x}{2} = 0$  không là nghiệm của (1).

Đặt  $t = \tan \frac{x}{2}$  thì (1)  $\Leftrightarrow 2 \cdot \frac{2t}{1+t^2} + m \cdot \frac{1-t^2}{1+t^2} = 1 - m \Leftrightarrow f(t) = t^2 - 4t + 1 - 2m = 0$  (2). Để (1) có nghiệm

$x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Leftrightarrow (2)$  có nghiệm  $t \in [-1; 1]$ . (2)  $\Leftrightarrow t^2 - 4t + 1 = 2m$  là phương trình hoành độ giao điểm của

$\begin{cases} (P): y = t^2 - 4t + 1 \\ d: y = 2m, (d \text{ POx}) \end{cases}$ , số nghiệm của phương trình (2) là số giao điểm của (P) và d.

Bảng biến thiên của hàm số  $y = t^2 - 4t + 1$

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$
y		6	-2		

Dựa vào bảng biến thiên phương trình (2) có nghiệm  $\Leftrightarrow -2 \leq 2m \leq 6 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 3$ .

Kết luận với  $-1 \leq m \leq 3$  thì (1) có nghiệm  $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ .