

PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC ĐẶC BIỆT

Giải các phương trình sau:

1). $3 \tan^2 x + 4 \sin^2 x - 2\sqrt{3} \tan x - 4 \sin x + 2 = 0$

2). $\sin 4x - \cos 4x = 1 + 4\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

3). $\sin 3x(\cos x - 2 \sin 3x) + \cos 3x(1 + \sin x - 2 \cos 3x) = 0$

4). $\cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x - \sqrt{3} \sin x - \cos x + 4 = 0$.

5). $\cos 2x = \cos^2 x \sqrt{1 + \tan x}$.

6). $\cos 3x + \sqrt{2 - \cos^2 3x} = 2(1 + \sin^2 2x)$

7). $\sin^{1996} x + \cos^{1996} x = 1$

8). $\sin^4 x + \cos^{15} x = 1$

9). $2 \cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos^2 x\right) = 1 + \cos(\pi \sin 2x)$

LỜI GIẢI

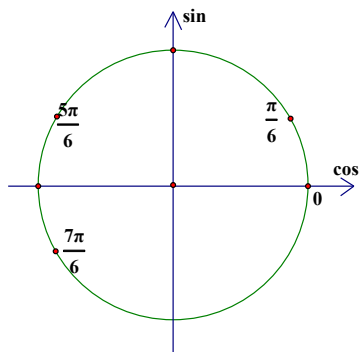
1). $3 \tan^2 x + 4 \sin^2 x - 2\sqrt{3} \tan x - 4 \sin x + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow (3 \tan^2 x - 2\sqrt{3} \tan x + 1) + (4 \sin^2 x - 4 \sin x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{3} \tan x - 1)^2 + (2 \sin x - 1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3} \tan x - 1 = 0 \\ 2 \sin x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

Biểu diễn nghiệm trên vòng tròn lượng giác:



Nghiệm của $\sqrt{3} \tan x - 1 = 0$ được biểu diễn hai đầu mút là $\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}$.

Nghiệm của $2 \sin x - 1 = 0$ được biểu diễn hai đầu mút là $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$.

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$

$$2). \sin 4x - \cos 4x = 1 + 4\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \sin 4x - (1 + \cos 4x) = 4(\sin x - \cos x)$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin 2x \cos 2x - 2 \cos^2 2x = 4(\sin x - \cos x)$$

$$\Leftrightarrow (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)(\sin 2x - \cos 2x) = 2(\sin x - \cos x)$$

$$\Leftrightarrow (\cos x - \sin x)[(\cos x + \sin x)(\sin 2x - \cos 2x) + 2] = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x - \sin x = 0 \text{ hoặc } (\cos x + \sin x)(\sin 2x - \cos 2x) + 2 = 0 \quad (2)$$

$$\text{Giải (1)} \Leftrightarrow \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Giải (2)} \Leftrightarrow -2 \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + 2 = 0 \Leftrightarrow \cos x + \sin 3x = 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \sin 3x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{m2\pi}{3} \end{cases} ; m, k \in \mathbb{Z} . \text{ Hệ (1) có nghiệm khi và chỉ khi}$$

$k2\pi = \frac{\pi}{6} + \frac{m2\pi}{3} \Leftrightarrow 12k - 4m = 1$ phương trình này vô nghiệm vì vế trái luôn là một số nguyên chẵn, còn vế phải là số nguyên lẻ. Kết luận (2) vô nghiệm.

Nghiệm phương trình $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$