

11). $\cos 2x - 3\cos x = 4\cos^2 \frac{x}{2} \Leftrightarrow (2\cos^2 x - 1) - 3\cos x = 4 \cdot \frac{1 + \cos x}{2}$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 x - 5\cos x - 3 = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \vee \cos x = 3$ (loại).

$\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy nghiệm của phương trình: $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

12). $2\sin^2\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - 6\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 2 = 0$ (1)

(1) $\Leftrightarrow \sin^2\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - 3\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 2 = 0 \Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \vee \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 2$ (loại).

Với $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{3} = k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$

Vậy nghiệm của phương trình: $x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$.

13). $\cos 5x \cdot \cos x = \cos 4x \cdot \cos 2x + 3\cos^2 x + 1$ (1)

Biến đổi tích về tổng được:

$\frac{1}{2}(\cos 4x + \cos 6x) = \frac{1}{2}(\cos 2x + \cos 6x) + 3\cos^2 x + 1 \Leftrightarrow \cos 4x = \cos 2x + 6\cos^2 x + 2$

Sau đó sử dụng công thức nhân đôi và hạ bậc:

$\Leftrightarrow 2\cos^2 2x - 1 = \cos 2x + 3(1 + \cos 2x) + 2 \Leftrightarrow 2\cos^2 2x - 4\cos 2x - 6 = 0$ (1')

Đặt $\cos 2x = t, t \in [-1; 1]$. Phương trình (1') trở thành: $2t^2 - 4t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \vee t = 3$. So với điều kiện

nhận $t = -1$, suy ra: $\cos 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = \pi + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Vậy nghiệm của phương trình: $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Câu 3: Giải các phương trình lượng giác sau:

1). $4\left(\sin^2 x + \frac{1}{\sin^2 x}\right) + 4\left(\sin x + \frac{1}{\sin x}\right) - 7 = 0$

2). $2\left(\cos^2 x + \frac{4}{\cos^2 x}\right) + 9\left(\frac{2}{\cos x} - \cos x\right) - 1 = 0$

3). $3(\tan^2 x + \cot^2 x) + 4(\tan x + \cot x) + 2 = 0$

4). $\tan x + \tan^2 x + \tan^3 x + \cot x + \cot^2 x + \cot^3 x = 6$

LỜI GIẢI

1). $4\left(\sin^2 x + \frac{1}{\sin^2 x}\right) + 4\left(\sin x + \frac{1}{\sin x}\right) - 7 = 0$ (1)

Đặt $t = \sin x + \frac{1}{\sin x} \Leftrightarrow t^2 = \left(\sin x + \frac{1}{\sin x}\right)^2 \Rightarrow \sin^2 x + \frac{1}{\sin^2 x} = t^2 - 2$

(1) $\Leftrightarrow 4(t^2 - 2) + 4t - 7 = 0 \Leftrightarrow 4t^2 + 4t - 15 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{5}{2} \vee t = \frac{3}{2}$.

• Với $t = -\frac{5}{2}$: $\sin x + \frac{1}{\sin x} = -\frac{5}{2}$ (2), đặt $u = \sin x, u \in [-1; 1] \setminus \{0\}$

$$(2) \Leftrightarrow 2u^2 + 5u + 2 = 0 \Leftrightarrow u = -\frac{1}{2} \vee u = -2 \text{ (loại)}.$$

$$* u = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$\bullet \text{ Với } t = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \sin x + \frac{1}{\sin x} = \frac{3}{2} \text{ (3), đặt } v = \sin x, v \in [-1; 1] \setminus \{0\}$$

$$(3) \Leftrightarrow 2v^2 - 3v + 2 = 0 \text{ (phương trình vô nghiệm)}.$$

$$\text{Vậy nghiệm của phương trình: } x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$2). 2\left(\cos^2 x + \frac{4}{\cos^2 x}\right) + 9\left(\frac{2}{\cos x} - \cos x\right) - 1 = 0 \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = \frac{2}{\cos x} - \cos x \Rightarrow t^2 = \left(\frac{2}{\cos x} - \cos x\right)^2 \Rightarrow \cos^2 x + \frac{4}{\cos^2 x} = t^2 + 4$$

$$(1) \Leftrightarrow 2(t^2 + 4) + 9t - 1 = 0 \Leftrightarrow 2t^2 + 9t + 7 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \vee t = -\frac{7}{2}$$

$$\text{Với } t = -1 \Leftrightarrow \frac{2}{\cos x} - \cos x = -1 \Leftrightarrow \cos^2 x - \cos x - 2 = 0 \Leftrightarrow \cos x = -1 \vee \cos x = 2 \text{ (loại)}.$$

$$\bullet \cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Với } t = -\frac{7}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{\cos x} - \cos x = -\frac{7}{2} \Leftrightarrow 2\cos^2 x - 7\cos x - 4 = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \text{ hoặc } \cos x = 4 \text{ (loại)}.$$

$$\bullet \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Vậy nghiệm của phương trình: } x = \pi + k2\pi, x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$$

$$3). 3(\tan^2 x + \cot^2 x) + 4(\tan x + \cot x) + 2 = 0 \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = \tan x + \cot x \Rightarrow t^2 = (\tan x + \cot x)^2 \Rightarrow \tan^2 x + \cot^2 x = t^2 - 2$$

$$(1) \Leftrightarrow 3(t^2 - 2) + 4t + 2 = 0 \Leftrightarrow 3t^2 + 4t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = -2 \vee t = \frac{2}{3}$$

$$\bullet \text{ Với } t = -2 \Leftrightarrow \tan x + \cot x = -2 \Leftrightarrow \tan x + \frac{1}{\tan x} = -2 \Leftrightarrow \tan^2 x + 2\tan x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \tan x = -1 \Leftrightarrow \tan x = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\bullet \text{ Với } t = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \tan x + \cot x = \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \tan x + \frac{1}{\tan x} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 3\tan^2 x + 2\tan x + 3 = 0 \text{ (phương trình vô nghiệm)}.$$

$$\text{Vậy nghiệm của phương trình: } x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$4). \tan x + \tan^2 x + \tan^3 x + \cot x + \cot^2 x + \cot^3 x = 6 \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = \tan x + \cot x.$$

$$\text{Có: } \tan^2 x + \cot^2 x = (\tan x + \cot x)^2 - 2\tan x \cot x = t^2 - 2.$$

$$\text{Có: } \tan^3 x + \cot^3 x = (\tan x + \cot x)^3 - 3 \tan x \cdot \cot x (\tan x + \cot x) = t^3 - 3t.$$

$$(1) \Leftrightarrow (\tan x + \cot x) + (\tan^2 x + \cot^2 x) + (\tan^3 x + \cot^3 x) = 6.$$

$$\Leftrightarrow t + t^2 - 2 + t^3 - 3t = 6 \Leftrightarrow t^3 + t^2 - 2t - 8 = 0 \Leftrightarrow t = 2.$$

$$\text{Với } t = 2 \Leftrightarrow \tan x + \cot x = 2 \Leftrightarrow \tan x + \frac{1}{\tan x} = 2 \Leftrightarrow \tan^2 x - 2 \tan x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \tan x = 1 \Leftrightarrow \tan x = \tan \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Vậy nghiệm của phương trình: } x = \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

hoc360.net